Corrigé de l'examen ecrit, module *vagues* ENSIETA et Master UBO-PMMC. 2009-2010

Dynamique côtière: vagues

1 Exercice: Questions de cours (7 points)

Question 1 (3 points): Quels sont les principaux paramètres de forçage qui influencent l'état de la mer?

L'état de la mer dépend essentiellement de la vitesse du vent, de la longueur du fetch et de la durée pendant laquelle le vent a soufflé. L'état de la mer est aussi influencé par la profondeur d'eau et la géométrie du fetch.

Question 2 (4 points): Qu'est-ce qu'un état de mer pleinement développé? Quelle est la forme du spectre des vagues dans ces conditions? Comment peut-on expliquer la forme de ce spectre à partir des différents termes d'évolution du spectre?

Une mer pleinement développée correspond à l'état asymptotique de croissance pour une vitesse de vent donnée. La croissance des vagues n'est limitée ni par le temps, ni par le fetch, ni par la profondeur. Dans ces conditions le spectre prend la forme du spectre de Pierson et Moskowitz pour le spectre en fréquence $E(f)$, telle que la fréquence f_p du maximum d'énergie correspond à des vagues qui se propagent à une vitesse de phase supérieure de 20% à la vitesse du vent. La dépendance angulaire est encore assez peu connue.

La forme du spectre résulte de d'un quasi-équilibre $S_{in} + S_{nl} + S_{ds} \approx 0$. Pour $f < f_p$ le flux d'énergie S_{nl} vers les basses fréquences, est équilibré par la partie négative du S_{in} (génération de vent par la houle). Pour $f > 1.2 f_p$ le génération des vagues par le vent est equilibrée par le deferlement des vagues S_{ds}, le terme S_{nl} est quasi-nul jusqu'à 2 à 3 fois f_p.

2 Problème: vagues du large à la côte

Afin de déterminer l'ordre de grandeur des vagues et courant sur une plage des Landes, orientée face à l'ouest-nord-ouest (azimuth 280°), nous considèrerons d'abord la tempête qui leur a donné naissance, au milieu de l'Atlantique Nord.

Question 1 (5 points): Soit une tempête fictive immobile centrée en 50°N, 40°W, on supposera que le vent est homogène à 30 m/s et orienté vers l'est dans un disque de rayon 250 km, et nul autour. On suppose aussi que la tempête apparait soudainement le 22 janvier 2009 à 00 (UTC) et disparait aussi soudainement 36h plus tard. A l'intérieur de la tempête, l'état de la mer est-il plutôt limité par le temps ou bien par le fetch, est-ce le même type de limitation partout? Quelle est la répartition de l'état de la mer dans la tempête le 23 janvier à 12h UTC? En particulier, quelles sont les valeurs maximales de H_s et T_p?

Si l'état de mer état complètement développé, pour un vent de 30 m/s, on aurait un fetch $X_0 = 1980$ km. Il y a donc au moins une limitation par le fetch. Par ailleurs, avec une durée de t=36h, le fetch adimensionnel équivalent est (eq. 4.8) X'=4140, alors que pour le fetch maximal réel qui est le diamètre de la tempète (500 km) on a une valeur adimensionnelle de X*=5450. Donc le fetch est toujours limité par le temps pour Xmax=500 km. Par ailleurs, la distance à laquelle la limite par le fetch intervient est de l'ordre de X'=X*, soit X=380 km. Dans la partie est de la tempête l'état de la mer est limité par le fetch, dans la partie ouest, au delà de 380 km, c'est la limitation par le temps qui est importante. Dans cette région (X ¿ 380 km), on a Hs=10.34m U10/Cp=1.39 et donc Tp=13.9s (equations 4.5 et 4.6).

Question 2 (2 points): Considérons maintenant une situation un peu plus réaliste, similaire à la tempête Klaus de 2009, avec une tempête se déplaçant rapidement d'est en ouest, vers l'azimuth 110, à une vitesse de de 100 km/h (27.8 m/s), qui apparait brutalement à la même date (22 janvier 00h) quelque part dans l'Atlantique, et continue jusqu'à rencontrer la côte Aquitaine, vers 4h du matin le 24 janvier 2009. Sans faire de calcul précis, indiquer pourquoi l'état de la mer à la côte pourrait être plus fort ou plus faible, essayer d'en estimer un ordre de grandeur. Comment la vitesse de déplacement de la tempête influe-t-elle sur l'état de la mer?

L'energie des vagues est propagée à la vitesse de groupe. Pour $T = 13.9$ s cela fait 10.8 m/s. La tempête va beaucoup plus vite et donc la génération des vagues n'a pas le temps de se terminer que le vent est déjà retombé. Plus la vitesse V de la tempête est élevée et plus l'état de mer sera faible. Le temps et fetch effectifs T_e X_e de la tempête sont la durée et la longueur sur laquelle un même groupe de vagues va gagner de l'énergie. Si on suppose une vitesse de groupe fixe (pour simplifier le calcul), on a le déplacement des vagues $C_g T_e = X_e$ et par ailleurs, le centre de la tempête se déplace de $X_e + D$ avec D le diamètre de la tempête pendant la durée T_e, soit $VT_e = X_e + D$. On en déduit donc T_e et X_e en fonction de C_g et V, soit, $T_e = D/(V - C_g)$ et $X_e = C_g D/(V - C_g)$. Si on suppose $C_g = 8$m/s, on a $T_e = 7$ h, et $X_e = 202$ km. Avec de telles valeurs du fetch et de la durée, on a une limitation par le temps prépondérante qui donne, X'≈494, soit un H_s de 3.5 m et une période qui donne une vitesse de groupe de 6 m/s. On a donc surestimé la vitesse de groupe ce qui veut dire que T_e est encore plus faible.

Lors de la vraie tempête la zone de fetch était plus étendue et le vent plus fort... et surtout l'état de la mer initial n'était pas nul. La hauteur des vagues (Hs) a atteint 11 m à la bouée du SHOM 62064 (Cap Ferret), ce qui illustre la difficulté d'appliquer des équations du type 4.5 et 4.6 a des cas réels... la modélisation numérique (prévimer) est arrivée à 9 m.

Question 3 (6 points): soit un état de mer de tempête $H_s = 7$ m T_p=14 s, par 20 m de fond au large d'une plage de la côte Aquitaine. La direction moyenne de provenance des vagues est au 290, alors que la plage fait face au 280. Pour simplifier les calculs, on supposera que toutes les vagues proviennent de la même direction. On suppose par ailleurs que la place présente une bathymétrie uniforme le long de la côte avec une pente constante de 1,5%. Quel est le flux d'énergie vers la côte (par unité de longueur de côte)?

Je m'excuse tout d'abord pour une petite erreur dans le poly, dans le tableau 2.1 page 24, $C = \sigma/k$ bien évidemment et pas $C = \sigma k$.

En utilisant la table d'inversion de la fonction $X \rightarrow X \tanh(X)$, on k=0.034 rad/m, L=182 m, C=13 m/s Cg=11.4 m/s.

Ensuite il vient $W = C_g E_t \cos(theta) = 345 kW/m$... attention de ne pas confondre la variance d'élévation de surface E et la densité d'énergie par unité de surface $E_t = \rho g E$... là aussi il y avait une petite erreur dans le poly, en page 20, $W = C_g E_t$ et pas $C_g E$ ... mais cela se voit bien en considérant les unités!

A partir de quelle profondeur les vagues vont-elles (presque) toutes déferler? Le déferlement de toutes les vagues intervient pour $H_s \approx \gamma D$ (voir page 72 ou 133), avec γ de l'ordre de 0.8. La profondeur est de l'ordre de 9 m. On peut vérifier que le levage n'augmente pas beaucoup la hauteur des vagues entre 20 et 9m, en effet la vitesse de groupe varie de 11.4 à 9.5 m/s entre 20 et 9 m de fond (la période reste constante), et la réfraction change un peu la direction ($\sin(\theta)/C$ constant) avec une direction qui passe au 287... mais cela n'a pas beaucoup d'effet sur le flux d'énergie car le $\cos\theta$ passe de 0.9848 à 0.9926. Donc le fait que le flux d'énergie soit constant $C_g E \cos\theta$ se traduit en pratique par une hauteur de vague qui est presque constante (elle augmente de 10%).

Quel est, à cette profondeur, la valeur du H_s et de la direction moyenne?
$H_s \approx 7.2$ m et direction 287 deg, soit un angle $\theta_b = 7°$ par rapport à la côte.

Ecrivez le bilan de quantité de mouvement dans la direction parallèle à la côte.

Dans des conditions stationnaires $M_x = 0$, et comme $\overline{|v|} \ll \overline{|u|}$, on peut réécrire l'équation (11.18) sous la forme,

$$\frac{dS_{xy}}{dx} = -C_f \overline{|u|} V \tag{1}$$

qui donne l'équilibre entre la divergence du flux de quantité de mouvement apporté par le champ de vagues et le frottement sur le fond.

Comment s'exprime la vitesse du courant le long de la côte (moyenne du courant sur la verticale) en fonction du forçage par l'état de la mer? Pouvez-vous la calculer en utilisant le modèle de Longuet-Higgins (chapitre 11)?

On utilise l'équation 11.22. En pratique il convient de calculer $d(C_g E \cos\theta)/dx$,. En remplaçant E par $\rho g \gamma^2 D^2/8$ (approximation d'une zone de déferlement saturée, eq. 11.8), avec $C_g = \sqrt{gD}$ (pour des vagues linéaires en eau peu profonde) et $\cos\theta \approx 1$,il vient, à l'intérieur de la zone de déferlement,

$$d(C_g E \cos\theta)/dx = \frac{dD}{dx}\frac{d}{dD}\left(\rho g^{1.5}\gamma^2 D^{2.5}/8\right) = \frac{0.015 \times 2.5}{8}\rho g^{1.5}\gamma^2 D^{1.5} \tag{2}$$

Cela donne donc,

$$V(x) = 0.0147\frac{g \sin\theta_b}{C_b C_f}\gamma^2 D \tag{3}$$

Avec un coefficient de frottement $C_f = 0.012$, et $\gamma = 0.8$ cela donne, $V(x_b) = 0.9$ m/s, ensuite le courant décroit à partir du point de déferlement $x = x_b$ comme la profondeur D.