

УДК 551.596.1:551.463.288

К ВОПРОСУ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ИНФРАЗВУКА В АТМОСФЕРУ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ВОЛНАМИ В ОКЕАНЕ

Л. М. БРЕХОВСКИХ, В. В. ГОНЧАРОВ, В. М. КУРТЕНОВ,
К. А. ПАУГОЛЬНЫХ

Рассматривается излучение инфразвука в атмосферу и океан, обусловленное нелинейным взаимодействием гравитационных поверхностных волн. Показано, что излучение инфразвука в атмосферу зависит от звуковой волны, уходящей в воду. Приводятся результаты численных расчетов некоторых характеристик излучаемого звука для различных спектров поверхностного волнения.

Известно, что штормовые области в океане являются источниками инфразвука в атмосфере, который затем может распространяться на весьма большие расстояния [1, 2]. Заметный вклад в это излучение, по-видимому, могут вносить поверхностные волны. Последние, например, излучая инфразвук в воду, почти целиком обуславливают наблюдаемый уровень микросейсм [3]. Излучение звука в воду в результате нелинейного взаимодействия поверхностных волн было исследовано в [3, 4]. В [5] был проанализирован аналогичный механизм излучения звука в атмосферу, а в [6] на основе этого анализа и учета условий распространения звука в атмосфере были даны некоторые оценки.

Однако, как оказывается, анализ явления в [5] был проведен недостаточно корректно и слишком упрощенно. Из этой работы вытекало, что процесс излучения звука в воду и в атмосферу совершенно симметричен. Однако в действительности это не так. Для излучения звука в воду поверхность океана является акустически абсолютно податливой. Поэтому на ней возникают дипольные источники звука, вызванные как бы приложенными к поверхности океана силами. Таковой в рассматриваемом нами случае служит нелинейная сила $F = \rho \zeta \partial^2 \zeta / \partial t^2$, возникающая при смещении свободной поверхности $\zeta(x, y, t)$, причем $\rho \zeta$ — масса смещающегося элемента жидкости на единицу поверхности, а $\partial^2 \zeta / \partial t^2$ — его ускорение. В противоположность этому, для излучения звука в атмосферу поверхность океана ввиду своей малой акустической податливости является поверхностью источников объемной скорости (монополей). Примером такого источника может служить смещение поверхности раздела, обусловленное нелинейными взаимодействиями в океане (нормальная скорость $w = \partial \zeta / \partial t$). Силowych же источников звука на малоподатливой поверхности обычно не возникает. Следовательно, генерация звука в атмосферу будет носить монопольный характер, а не дипольный, как это следует из [5].

Ниже будут изложены результаты полного рассмотрения излучения звука как в воду, так и в атмосферу с учетом нелинейного взаимодействия волн на границе раздела этих сред. По отношению к излучению звука в воду ничего нового по сравнению с [4] при этом получено не будет. Что касается излучения в воздух, то оценки работы [6] будут существенно уточнены. При этом, хотя порядок величины интенсивности излучаемого звука не изменится, его характеристика направленности будет суще-

ственно иной. В частности, оказывается, что излучение под малыми углами к горизонтали существенно более сильно, чем это было получено в [6].

Ниже будет видно также, что несимметричность процессов излучения звука в воду и атмосферу обусловлена еще и тем, что излучение в атмосферу в сильной степени обусловлено реакцией на поверхность раздела звуковой волны, уходящей в воду. Поэтому звуковое поле в атмосфере нельзя рассматривать изолированно от звукового поля в воде. С другой стороны, излучение в воду можно рассматривать, заменяя атмосферу вакуумом, что и было сделано в [4].

1. Постановка задачи, основные уравнения

Рассмотрим два полупространства $z > 0$ и $z < 0$, заполненных соответственно воздухом и водой и характеризующихся равновесным профилем плотности $\rho_{j0}(z)$ и скоростью звука c_j ($j = 1$ для воздуха и $j = 2$ для воды). Смещение границы обозначим через $\zeta(x, y, t)$.

Движение в воздухе и воде будем описывать уравнениями гидродинамики невязкой сжимаемой жидкости с учетом силы тяжести. В координатах Эйлера эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_j [\partial \mathbf{v}_j / \partial t + (\mathbf{v}_j \nabla) \mathbf{v}_j] &= -\nabla p_j - g \rho_j \nabla z, \\ \partial \rho_j / \partial t + \nabla (\rho_j \mathbf{v}_j) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести, p_j , ρ_j , $\mathbf{v}_j$ — соответственно давление, плотность и скорость частиц среды. Предполагая, что равновесная энтропия постоянна для каждой из сред, и считая колебательные процессы адиабатическими, уравнения состояния в линейном приближении запишем в виде *

$$p_j - p_{j0}(0) = c_j^2 [\rho_j - \rho_{j0}(0)]. \quad (2)$$

На границе раздела $z = \zeta(x, y, t)$ должны выполняться динамическое и кинематическое граничные условия:

$$p_2 = p_1, \quad \mathbf{v}_j \nabla z = d\zeta / dt \quad \text{при } z = \zeta(x, y, t). \quad (3)$$

Полагая $\mathbf{v}_j = 0$, из первых уравнений (1), (3) с учетом (2) найдем равновесный профиль плотности и давления в океане и атмосфере

$$\begin{aligned} \rho_{j0}(z) &= \rho_{j0}(0) \exp \{-gz / c_j^2\}, \\ p_{j0}(z) &= p_{00} + [\rho_{j0}(z) - \rho_{j0}(0)] c_j^2, \\ p_{00} &\equiv p_{10}(0) = p_{20}(0). \end{aligned} \quad (4)$$

При $\mathbf{v}_j \neq 0$ представим все величины, входящие в (1) — (3), в виде разложений по некоторому малому параметру s :

$$\begin{aligned} \rho_j &= \rho_{j0}(z) + s \rho_{j1} + s^2 \rho_{j2} + \dots, \\ p_j &= p_{j0}(z) + s p_{j1} + s^2 p_{j2} + \dots, \\ \mathbf{v}_j &= s \mathbf{v}_{j1} + s^2 \mathbf{v}_{j2} + \dots, \\ \zeta &= s \zeta_1 + s^2 \zeta_2 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Подставим (5) в (1) — (3), предварительно снося (3) на плоскость $z = 0$ путем разложения в ряд по степеням ζ , и приравняем члены при одинаковых степенях s . Легко видеть, что при этом уравнение (2) даст простую

* Учет нелинейности уравнения состояния дает в нашем случае пренебрежимо малые члены.

связь между ρ_{ji} и p_{ji} ($i = 1, 2 \dots$)

$$p_{ji} = c_j^2 \rho_{ji}.$$

В дальнейшем удобно пользоваться величиной $\mathcal{P}_{ji}$, связанной с p_{ji} соотношением

$$p_{ji} = \rho_{j0}(z) \mathcal{P}_{ji}. \quad (6)$$

Теперь первое уравнение (1) для i -го приближения запишется

$$\partial \mathbf{v}_{ji} / \partial t + \nabla \mathcal{P}_{ji} = \mathbf{f}_{ji}, \quad (7)$$

где $\mathbf{f}_{j1} = 0$, $\mathbf{f}_{j2} = \nabla \{ (\mathcal{P}_{j1}^2 / 2c_j^2) - (\mathbf{v}_{j1}^2 / 2) \} + \mathbf{v}_{j1} \times \text{rot } \mathbf{v}_{j1}$.

Из (7) следует, что при $i = 1$ $(\partial / \partial t) (\text{rot } \mathbf{v}_{ji}) = 0$ и для рассматриваемых колебательных процессов можно положить $\text{rot } \mathbf{v}_{ji} = 0$. Следовательно, $\mathbf{f}_{i2} = \nabla \{ (\mathcal{P}_{j1}^2 / 2c_j^2) - v_{j1}^2 / 2 \}$ и аналогично для второго приближения $\text{rot } \mathbf{v}_{j2} = 0$. Таким образом, существует потенциал скоростей * φ_{ji} , т. е.

$$\mathbf{v}_{ji} = -\nabla \varphi_{ji}. \quad (8)$$

В результате из (1) — (3) получим следующую систему уравнений и граничных условий для i -го приближения:

$$\Delta \varphi_{ji} - \frac{g}{c_j^2} \frac{\partial \varphi_{ji}}{\partial z} - \frac{1}{c_j^2} \frac{\partial^2 \varphi_{ji}}{\partial t^2} = S_{ji}, \quad \mathcal{P}_{ji} = \frac{\partial \varphi_{ji}}{\partial t} + F_{ji}, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_{ji}}{\partial z} \right|_{z=0} + \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = Q_{ji}, \quad (\mathcal{P}_{2i} - m \mathcal{P}_{ji})_{z=0} - g(1-m)\xi_i = R_i,$$

где

$$F_{j1} = S_{j1} = Q_{j1} = R_1 = 0,$$

$$F_{j2} = \frac{\mathcal{P}_{j1}^2}{2c_j^2} - \frac{(\nabla \varphi_{j1})^2}{2}, \quad S_{j2} = -\frac{1}{c_j^2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \varphi_{j1})^2,$$

$$Q_{j2} = -\left. \frac{\partial^2 \varphi_{j1}}{\partial z^2} \right|_0 \xi_1 + \nabla \varphi_{j1}|_0 \nabla \xi_1,$$

$$R_2 = -\left(\frac{\partial \mathcal{P}_{21}}{\partial z} - m \frac{\partial \mathcal{P}_{11}}{\partial z} \right)_0 \xi_1 + \frac{g}{c_1^2} (n^2 \mathcal{P}_{21} - m \mathcal{P}_{11})_0 \xi_1 - \frac{1}{2} \frac{g^2}{c_1^2} (n^2 - m) \xi_1^2,$$

$$m = \rho_{10}(0) / \rho_{20}(0), \quad n = c_1 / c_2.$$

Для единственности решения системы (9) нужно дополнительно потребовать, чтобы при $z \rightarrow \pm \infty$ решение убывало или же являлось уходящей звуковой волной.

2. Звуковое поле в океане и атмосфере

В уравнения (9) входит малый параметр $m \approx 1/800$. Анализ решения уравнений первого приближения приводит еще к одному малому параметру (κ — волновое число поверхностной волны):

$$\delta_j = \left(\frac{g}{\kappa c_j^2} \right)^{1/2} = \frac{\omega}{\kappa c_j} \approx \frac{\lambda_n}{\lambda_{zv}} \quad (10)$$

— отношение длин поверхностной и звуковой волн одинаковой частоты. Так, например, для воздуха при частоте 0,1 гц имеем $\delta \approx 5 \cdot 10^{-2}$. Величина δ уменьшается при увеличении частоты.

* Возможность введения потенциала скорости обусловлена предположением о постоянстве энтропии в средах и линейностью уравнения состояния (2).

Предположим, что в первом приближении имеется сплошной спектр поверхностных волн. Решение системы (9) для $i = 1$ будет

$$\begin{aligned}\varphi_{j1} &= i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega(\kappa)}{\alpha_j(\kappa)} a(\kappa) \exp\{\alpha_j(\kappa)z + i\psi\} d\kappa, \\ \mathcal{P}_{j1} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2(\kappa)}{\alpha_j(\kappa)} a(\kappa) \exp\{\alpha_j(\kappa)z + i\psi\} d\kappa, \\ \zeta_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} a(\kappa) \exp\{i\psi\} d\kappa,\end{aligned}\tag{11}$$

где $\kappa = \{\kappa_x, \kappa_y\}$, $\kappa = |\kappa|$, $\psi = \kappa \mathbf{r} - \omega(\kappa)t + \varepsilon(\kappa)$ ($\varepsilon(\kappa)$ — некоторая фаза) и с точностью до членов порядка δ_j^2 включительно:

$$\begin{aligned}(1+m)\omega^2(\kappa) &= (1-m)g\kappa, \\ \alpha_j(\kappa) &= (-1)^j \kappa \{1 - [1 - (-1)^j] \delta_j^2 / 2\}.\end{aligned}\tag{12}$$

Подстановка (11) в правые части уравнений второго приближения (9) приводит в последних к членам с зависимостью от $\mathbf{r}$ и t вида $\exp\{i(\kappa \pm \kappa_1)\mathbf{r} - i[\omega(\kappa) \pm \omega(\kappa_1)]t\}$, где κ и κ_1 — два произвольных вектора в пределах заданного спектра волн. В [4] показано, что уходящим от границы звуковым волнам соответствуют только компоненты со знаком «+» в экспоненте, причем κ и κ_1 должны удовлетворять условию

$$c_1 |\kappa + \kappa_1| \leq [\omega(\kappa) + \omega(\kappa_1)].\tag{13}$$

Для вычисления поля на конечных расстояниях z от границы раздела нужно учитывать и неоднородные звуковые волны, для которых $c_1 |\kappa + \kappa_1| > [\omega(\kappa) + \omega(\kappa_1)]$. Для океана это было сделано в [7].

Ограничиваясь только волнами, удовлетворяющими (13) (назовем это областью Γ), получим

$$\begin{aligned}F_{j2} &= \int_{\Gamma} A_j(\kappa, \kappa_1) \exp\{\alpha_{j+}z + i\psi_+\} d\kappa d\kappa_1, \\ S_{j2} &= \int_{\Gamma} B_j(\kappa, \kappa_1) \exp\{\alpha_{j+}z + i\psi_+\} d\kappa d\kappa_1, \\ Q_{j2} &= \int_{\Gamma} C_j(\kappa, \kappa_1) \exp\{i\psi_+\} d\kappa d\kappa_1, \\ R_2 &= \int_{\Gamma} D(\kappa, \kappa_1) \exp\{i\psi_+\} d\kappa d\kappa_1,\end{aligned}\tag{14}$$

где

$$\psi_+ = \mathbf{q}\mathbf{r} - \Omega t + \varepsilon, \quad \mathbf{q} = \kappa + \kappa_1, \quad \Omega = \omega(\kappa) + \omega(\kappa_1), \quad \varepsilon = \varepsilon(\kappa) + \varepsilon(\kappa_1),$$

$$A_j = 1/4 \omega(\kappa) \omega(\kappa_1) [\gamma_j + \omega(\kappa) \omega(\kappa_1) / c_j^2 \alpha_j(\kappa) \alpha_j(\kappa_1)] a(\kappa) a(\kappa_1),$$

$$B_j = -(i\Omega / 2c_j^2) \omega(\kappa) \omega(\kappa_1) \gamma_j a(\kappa) a(\kappa_1),$$

$$C_j = -(i/4) \{\Omega \alpha_j - [\omega(\kappa) \alpha_j(\kappa_1) + \omega(\kappa_1) \alpha_j(\kappa)] \gamma_j\} a(\kappa) a(\kappa_1),$$

$$D = -1/4 \left\{ (1-m) [\omega^2(\kappa) + \omega^2(\kappa_1)] - \frac{g}{c_1^2} [n^2 \beta_2 - m \beta_1 - \right.$$

$$-g(n^2 - m)] \} a(\kappa) a(\kappa_1), \quad \alpha_{j+} = \alpha_j(\kappa) + \alpha_j(\kappa_1),$$

$$\gamma_j = 1 - \frac{\kappa \kappa_1}{\alpha_j(\kappa) \alpha_j(\kappa_1)}, \quad \beta_j = \frac{\omega^2(\kappa)}{\alpha_j(\kappa)} + \frac{\omega^2(\kappa_1)}{\alpha_j(\kappa_1)}.$$

Решение системы (9) для второго приближения естественно искать в виде

$$\mathcal{P}_{j2} = \int_{\Gamma} \Phi_j(z) e^{i\psi_+} d\kappa d\kappa_1. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (9), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно Φ_j , общее решение которой, удовлетворяющее условиям при $z \rightarrow \pm\infty$, имеет вид

$$\Phi_j = \left[A_j - \frac{i\Omega B_j}{\alpha_{j+}^2 \left(1 - \frac{q}{c_j^2 \alpha_{j+}} + \frac{k_j^2 - q^2}{\alpha_{j+}^2} \right)} \right] e^{\alpha_{j+} z} + a(\kappa) a(\kappa_1) \mu_j e^{i\lambda_j z}. \quad (16)$$

где $k_j = \Omega / c_j$,

$$\lambda_j = (-1)^{j+1} k_j \left[\left(1 - \frac{q^2}{k_j^2} - \frac{g^2}{4c_j^4 k_j^2} \right)^{1/2} + i(-1)^j \frac{g}{2c_j^2 k_j} \right]. \quad (17)$$

Спектральные амплитуды звукового давления μ_j уходящих от границы волн определяются при подстановке (16) в условия при $z = 0$ (см. (9)).

Заметим, что условие (13) выполняется только в случае, если $\kappa_1 \approx -\kappa$, тогда $q / \kappa = \delta_1$ — ранее введенный малый параметр. Это обстоятельство позволяет разложить μ_j по степеням δ_j . Если ограничиться главными членами разложения и пренебречь параметром m по сравнению с единицей, то в (9) давление в океане $\mathcal{P}_{22}$ не будет зависеть от давления в атмосфере $\mathcal{P}_{12}$, а именно

$$\begin{aligned} L_2 \Phi_{22} &= S_{22}, & \mathcal{P}_{22} &= \frac{\partial \Phi_{22}}{\partial t} + F_{22}, \\ \mathcal{P}_{22}|_0 &= R_2, & \frac{\partial \xi_{22}}{\partial t} &= - \frac{\partial \Phi_{22}}{\partial z} \Big|_0 + Q_{22}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $L_j \equiv \Delta - c_j^{-2} \partial^2 / \partial t^2$. Первые три уравнения системы (18) вместе с условием при $z \rightarrow +\infty$ полностью определяют Φ_{22} и $\mathcal{P}_{22}$. Последним уравнением (18) определяется второе приближение для смещения границы раздела ξ_{22} . Оно оказывается также не зависящим от движения в атмосфере. Этот результат вполне естествен, вследствие большого различия плотностей воды и воздуха. Задание в системе (18) распределения давлений на плоскости $z = 0$ соответствует дипольным источникам звука. Таким образом, излучение звука в океан можно описывать распределением диполей на невозмущенной поверхности раздела.

Расчет спектральной амплитуды μ_2 на основе системы (18) дает

$$\mu_2(\kappa) = -\omega^2(\kappa), \quad (19)$$

что находится в соответствии с полученным в [4] аналогичным выражением.

Теперь, считая $\partial \xi_{22} / \partial t$ известным, из решения задачи для звукового поля в океане получим замкнутую систему уравнений для атмосферных

колебаний в виде

$$L_1 \varphi_{12} = S_{12}, \quad \mathcal{P}_{12} = \partial \varphi_{12} / \partial t + F_{12},$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial z} \right|_{z=0} = - \frac{\partial \xi_2}{\partial t} + Q_{12}. \quad (20)$$

Здесь уже источники звука являются монополями (на плоскости $z = 0$ задано распределение нормальных скоростей). Оценка порядков величин показывает, что член Q_{12} в правой части последнего уравнения в (20) относится к члену $\partial \xi_2 / \partial t$ как δ_1 к единице. Отсюда видно, что при вычислении звукового поля в атмосфере нельзя не учитывать звукового поля в воде. Последнее в значительной мере определяет член $\partial \xi_2 / \partial t$. Решение системы (20) при пренебрежении членом Q_{12} по сравнению с $\partial \xi_2 / \partial t$ приводит к следующему выражению для спектральной амплитуды звукового давления в атмосфере:

$$\mu_1(\kappa_1 q) = \omega^2(\kappa) (n^2 - \sin^2 \vartheta_1)^{1/2} / \cos \vartheta_1, \quad (21)$$

где $\vartheta_1 = \arcsin(qc_1 / 2\omega(\kappa))$ — угол между направлением распространения звуковой волны и осью z .

Последнее выражение обращается в нуль при ϑ_1 , равном углу полного внутреннего отражения ($\vartheta_1 = \vartheta_v = \arcsin n$). Это объясняется тем, что при $\vartheta_1 = \vartheta_v$ звуковая волна в воде распространяется вдоль плоскости $z = 0$, не давая смещений по оси z ($\xi_2 = 0$).

При $\vartheta_1 = \pi/2$ выражение для μ_1 обращается в бесконечность, что объясняется синфазным действием монопольных поверхностных источников звука в этих направлениях. В окрестности углов ϑ_v и $\pi/2$ необходим учет высших членов разложения по малым параметрам δ_j и m . Приведем выражения для μ_1 полученные с учетом членов первого порядка по δ_j и m :

$$\mu_1 = -i\omega^2(\kappa) \frac{(\sin^2 \vartheta_1 - n^2)^{1/2} - 2\delta_1 \left[1 - \sin^2 \vartheta_1 \left(1 - \frac{1}{2}(q\kappa/q\kappa)^2 \right) + 5n^2/8 \right]}{\cos \vartheta_1 - i[(\delta_1/4) - m(\sin^2 \vartheta_1 - n^2)^{1/2}]} \quad (22)$$

При $\vartheta_1 \approx \vartheta_v$ уточненная формула (22) дает мало нового, ибо μ_1 снова обращается в нуль при некотором ϑ_1 , близком к ϑ_v ($\vartheta_1 \approx \vartheta_v + (2/n)\delta_1^2$).

3. Спектральные характеристики излучаемого звука

Звуковое давление в волне, излучаемой при взаимодействии поверхностных волн, будет даваться формулой (15) с подстановкой Φ_j из (16), где нужно учесть лишь второй член (первый член соответствует неоднородным волнам):

$$\mathcal{P}_j = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{q < 2\omega(\kappa)/c_1} \mu_j(\kappa, q) a(\kappa) a(q - \kappa) \exp(i\lambda_j z + i\psi_+) d\kappa dq. \quad (23)$$

Здесь введены новые переменные интегрирования κ и $q = \kappa + \kappa_1$. Функция корреляции звукового давления в двух точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ на горизонте z в моменты времени t_1 и t_2 с учетом δ -корреляции случайных величин $a(\kappa)$ и $a(q - \kappa)$ (см., например, [4]) есть

$$\langle \mathcal{P}_j(\mathbf{r}_1, z, t_1) \mathcal{P}_j^*(\mathbf{r}_2, z, t_2) \rangle =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{q < 2\omega(\kappa)/c_1} |\mu_j|^2 a^2(\kappa) a^2(q - \kappa) \exp i[(\lambda_j - \lambda_j^*)z + \mathbf{q}\mathbf{r} - 2\omega(\kappa)\tau] d\kappa dq, \quad (24)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\tau = t_1 - t_2$, $a^2(\kappa)$ — пространственный двумерный спектр волнения. Считая его достаточно гладким и учитывая малость q по сравнению с κ , мы можем положить $a^2(\mathbf{q} - \kappa) \approx a^2(-\kappa)$. К сожалению, величина $a^2(\kappa)$ изучена весьма плохо. Введя для κ полярные координаты κ, φ , $d\kappa = \kappa d\kappa d\varphi$, мы будем считать для простоты $a^2(\kappa) = A(\kappa)S(\varphi)$; тогда $a^2(-\kappa) = A(\kappa)S(\pi + \varphi)$. Трансформанта Фурье от (24) по $\mathbf{r}$ и τ даст пространственно-временной спектр квадрата излучаемого звукового давления

$$P_j^2(\mathbf{q}, \omega, z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} S(\varphi) S(\pi + \varphi) \left| \mu_j \left(q, \frac{\omega}{2} \right) \right|^2 \cdot A^2 \left(\kappa \left(\frac{\omega}{2} \right) \right) e^{i(\lambda_j - \lambda_j^*)z} \left(\kappa \frac{d\kappa}{d\omega} \right)_{\omega/2} d\varphi. \quad (25)$$

Целесообразно также ввести частотный спектр волнения $\Phi(\omega)$, связанный с $A(\kappa)$ соотношением

$$\Phi(\omega) = A[\kappa(\omega)] \left(\kappa \frac{d\kappa}{d\omega} \right)_\omega \int_0^{2\pi} S(\varphi) d\varphi.$$

В результате с учетом приближенного дисперсионного уравнения $\omega^2 = g\kappa$ получим для $P_j^2(\mathbf{q}, \omega, z)$:

$$P_j^2(\mathbf{q}, \omega, z) = 2 \frac{S_1}{S_0^2} \exp[i(\lambda_j - \lambda_j^*)z] g^2 \left| \mu_j \left(q, \frac{\omega}{2} \right) \right|^2 \omega^{-3} \Phi^2 \left(\frac{\omega}{2} \right), \quad (26)$$

где

$$S_0 = \int_0^{2\pi} S(\varphi) d\varphi, \quad S_1 = \int_0^{2\pi} S(\varphi) S(\pi + \varphi) d\varphi.$$

Направление распространения звуковой волны будем характеризовать углом ϑ_j , образуемым нормалью к ее фронту с осью z и азимутом φ_s ($\cos \varphi_s = \mathbf{q} \nabla x / q$). Тогда $q = (\omega / c_j) \sin \vartheta_j$, $d\mathbf{q} = q dq d\varphi_s = (\omega^2 / c_j^2 \cos \vartheta_j \sin \vartheta_j d\vartheta_j d\varphi_s$. Поток звуковой энергии в телесный угол $d\Omega_j = \sin \vartheta_j d\vartheta_j d\varphi_s$ в частотном диапазоне $d\omega$ определяется формулой $I_j d\Omega_j d\omega = \rho P_j^2 (d\mathbf{q} d\omega / 2c_j)$. С учетом (4), (17), (21) и (26) получим

$$I_j = \frac{S_1}{16S_0^2} \frac{\rho_{j0}(0) g^2}{c_j^3} \psi_j \omega^3 \Phi^2 \left(\frac{\omega}{2} \right), \quad (27)$$

где

$$\psi_1(\vartheta_1) = |\sin^2 \vartheta_1 - \sin^2 \vartheta_2| / \cos \vartheta_1; \quad \psi_2(\vartheta_2) = \cos \vartheta_2. \quad (28)$$

Для численных расчетов интенсивности излучаемого звука, следуя [6], выберем частотный спектр волнения в виде

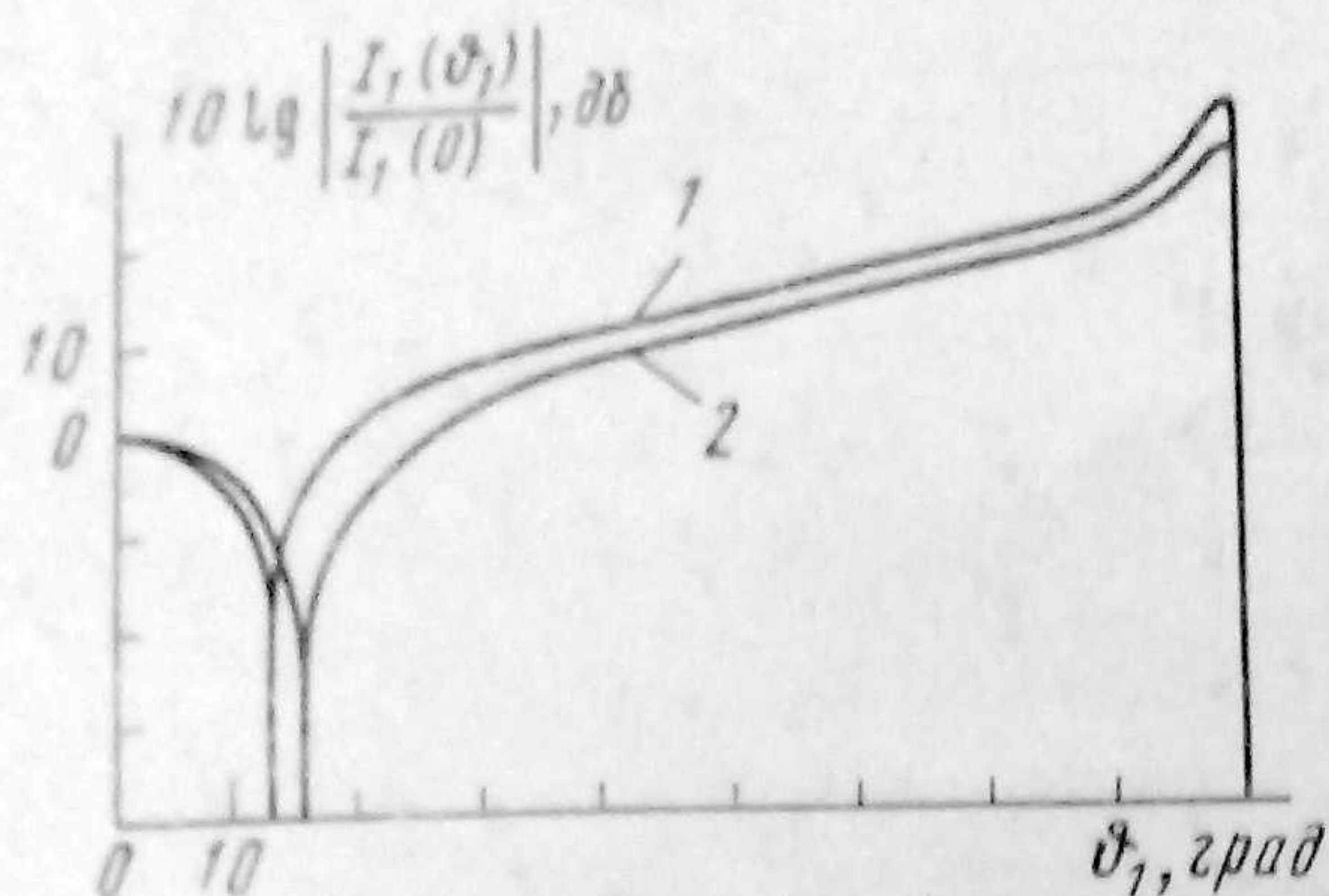
$$\Phi(\omega) = (\pi M / 2\omega^6) \exp(-2g^2 / \omega^2 V^2), \quad (29)$$

где V — скорость ветра, $M = 3,05 \cdot 10^4 \text{ см}^2 / \text{сек}^5$. Подстановка (29) в (27) дает

$$I_j = 2^{-3} \pi^{-7} M^2 \frac{S_1}{S_0^2} \rho_{j0}(0) \frac{g^2}{c_j^3} \psi_j f^{-9} \exp \left(-\frac{4g^2}{\pi^2 V^2 f^2} \right). \quad (30)$$

Максимум значения I_j достигается на частоте $f_m = (2\sqrt{2} / 3\pi) (g / V)$:

$$I_{j\text{макс}} = 2,2 \cdot 10^7 (S_1 / S_0^2) \rho_{j0}(0) (g^2 \psi_j / c_j^3) (V / g)^9. \quad (31)$$



Зависимость потока излучаемой в атмосферу звуковой энергии от направления излучения: 1 — расчет по приближенной формуле (30); 2 — расчет на ЭВМ при $f = 0,125$ гц

Заметим, что, вычисляя I_j по схеме, проведенной в [6], мы получили бы аналогичное (30) выражение с $\psi_1 = \cos \theta_1$. В нашем случае ψ_1 становится большим $\cos \theta_1$, начиная с углов $\theta_1 \approx 46^\circ$, и быстро растет с увеличением θ_1 . Это обстоятельство приводит к значительному увеличению интенсивности излучаемого в атмосферу звука для скользящих углов и, следовательно, повышает возможную роль рассмотренного механизма при объяснении наблюдаемых (см., например, [8]) инфразвуковых шумов в атмосфере, обусловленных штормовыми областями в океане.

Отметим также, что несколько иные частотные характеристики излучаемого

звуча получают, если исходить из другого представления для частотного спектра волнения. Так, например, в океанологии широкой известностью пользуется спектр О. Филлипса для равновесного интервала частот [9]. Мы воспользуемся предложенной в [10] модификацией спектра Филлипса, пригодной для более низких частот

$$\Phi(\omega) = 8,1 \cdot 10^{-3} g^2 \omega^{-5} \exp[-0,74(\omega_0 / \omega)^4], \quad (32)$$

где ω_0 — характерная частота поверхностного волнения. Выбирая ω_0 так, чтобы максимальные значения (29) и (32) совпадали, получим $\omega_0 \approx 0,93 g / V$. Подстановка (32) в (27) дает

$$I_j = 3,3 \cdot 10^{-5} \pi^{-7} \frac{S_1}{S_0^2} \rho_{j0}(0) \frac{g^6}{c_j^3} \psi_j f^{-7} \exp\left[-1,48 \left(\frac{\omega_0}{\pi f}\right)^4\right]. \quad (33)$$

При этом максимум I_j соответствует частоте $f_m = 0,28 g / V$ и равен

$$I_{j\text{ макс}} = 1,5 \cdot 10^{-6} (S_1 / S_0^2) \rho_{j0}(0) (g^6 \psi_j / c_j^3) (V / g)^7. \quad (34)$$

Сравнение (33) — (34) с (30) — (31), например, при скорости ветра $V = 10$ м / сек показывает, что на низких частотах (порядка долей герца) поверхностное волнение со спектром в виде (29) приводит к значительно большим значениям излучаемой звуковой энергии, а именно отношение

$$\frac{(I_{j\text{ макс}})_{(31)}}{(I_{j\text{ макс}})_{(32)}} \approx 15.$$

На высоких частотах, например $f = 10$ гц, наблюдается обратная картина

$$\frac{(I_j)_{(30)}}{(I_j)_{(33)}} \approx 27.$$

Наряду с изложенным аналитическим анализом системы уравнений (9) последняя была решена точно на ЭВМ БЭСМ-6, что позволяет оценить пределы применимости приближенных формул (27) — (31). Как мы уже отмечали, погрешность приближенных формул падает с ростом частоты излучаемого звука. На рисунке кривая 1 построена по формуле (27) с использованием для ψ_1 формулы (28). Кривая для $f = 1$ гц, полученная с помощью точного расчета, не отличима от кривой 1. Кривая 2 построена по точным расчетам для $f = 0,125$ гц. Ее отличие от кривой 1 уже замет-

но и особенно в области углов $\vartheta = \vartheta_v$. Впрочем в этой области расхождение можно было бы существенно уменьшить, если бы для построения кривой $I \psi_1$ вычислить с помощью разложения в ряд по степеням $\vartheta_1 - \vartheta_v$ (см. первую формулу в (22)).

Отметим, что при $\vartheta_1 \rightarrow \vartheta_v$ изменяется частотная зависимость интенсивности излучаемого звука. Действительно, при $\vartheta_1 = \vartheta_v$ из (22) имеем $|\mu_1| \sim \omega^2 \delta_1 \sim \omega$. Тогда в (30) получаем $\psi_1 \sim \omega^{-2}$ и, следовательно, $I_1 \sim \sim f^{-11}$ вместо f^{-9} при ϑ_1 , далеких от ϑ_v .

Академия наук СССР
Акустический институт

Поступила в редакцию
18 октября 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш у л е й к и н В. В. О голосе моря. Докл. АН СССР, 3, 259, 1935.
2. C o o k R. K. Sound waves in the atmosphere at infrasonic frequencies (abstr.). J. Acoust. Soc. Amer., 51, No. 1 (part I), 1972.
3. L o n g u e t - H i g g i n s M. S. A theory on the origin of microseisms. Phil. Trans. Roy. Soc., A243, No. 1, 1950.
4. Б р е х о в с к и х Л. М. Звуковые волны под водой, обусловленные поверхностными волнами в океане. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 2, № 9, 1966.
5. П р о х о д а А. С. О генерации звуковых волн в воздухе поверхностными волнами жидкости. Дипломная работа, МГУ, Физический факультет, 1966.
6. Б р е х о в с к и х Л. М. Об излучении океанскими волнами инфразвука в атмосферу. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 4, № 4, 1968.
7. Г о н ч а р о в В. В. О генерации звука при нелинейных взаимодействиях в приповерхностном слое жидкости. Диссертация, Акуст. ин-т АН СССР, 1970.
8. C o o k R. K., Y o u n g J. M. Strange sounds in the atmosphere. Sound, 1, No. 2, 3, 1962.
9. Ф и л л и п с О. Динамика верхнего слоя океана. «Мир», 1969.
10. P i e r s o n W. J., M o s k o w i t z L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. J. Geophys. Res., 69, No. 1, 1964.

ON THE RADIATION OF INFRASOUND INTO THE ATMOSPHERE BY SURFACE WAVES IN THE OCEAN

L. M. BREKHOVSKIKH, V. V. GONCHAROV, V. M. KURTEPOV,
K. A. NAUGOLNYKH

Radiation of infrasound into the atmosphere and into the ocean by nonlinear interaction of the gravity surface waves is considered. It is shown that the radiation of infrasound into the atmosphere essentially depends on the sound wave propagating into the ocean. Numerical calculations of the statistical characteristics of the radiated sound are carried out.