



# Nouvelle approche pour l'extraction de paramètres géophysiques des mesures en altimétrie radar

Annabelle Ollivier

## ► To cite this version:

Annabelle Ollivier. Nouvelle approche pour l'extraction de paramètres géophysiques des mesures en altimétrie radar. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2006. Français. NNT: . tel-00204475

**HAL Id: tel-00204475**

**<https://theses.hal.science/tel-00204475>**

Submitted on 14 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|

**T H E S E**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

***Spécialité : « Signal, Parole, Image et Télécom »***

préparée au Laboratoire des Images et des Signaux  
dans le cadre de l'Ecole Doctorale

***Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal***

présentée et soutenue publiquement  
par

**Annabelle OLLIVIER**

le Vendredi 31 Mars 2006

**Titre :**

**Nouvelle approche pour l'extraction  
de paramètres géophysiques à partir  
des mesures en altimétrie radar**

---

***Directeur de thèse :*** Jean Louis LACOUME

---

**JURY**

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| Mme. Anny CAZENAVE     | , Présidente         |
| M. Jean Yves TOURNERET | , Rapporteur         |
| M. Bertrand CHAPRON    | , Rapporteur         |
| M. Jean Louis LACOUME  | , Directeur de thèse |
| M. Ouan Zan ZANIFE     | , Co-encadrant       |
| M. Nicolas LE BIHAN    | , Co-encadrant       |
| M. Jérôme BENVENISTE   | , Invité             |



## *Remerciements*

Ma thèse me rappelle une randonnée en montagne (l'inverse est vrai aussi car j'ai souvent pensé à ma thèse en marchant...). L'ascension n'est pas toujours facile et le chemin pas toujours simple à trouver, mais tout cela vaut tellement la peine! Aujourd'hui, je regarde ces trois ans de ma vie comme on regarde, depuis la vallée, un sommet que l'on vient de gravir. Je sais aussi que je n'ai pas marché seule et c'est pourquoi je tiens beaucoup à remercier les gens qui de près ou de loin m'ont permis d'en arriver là.

D'abord je tiens à remercier mes directeurs de thèse qui ont été mes principaux interlocuteurs pendant ces trois ans. Jean-Louis Lacoume, je vous remercie pour votre passion contagieuse du traitement du signal. Vos explications pédagogiques, toujours enthousiastes, m'ont beaucoup appris. Votre humanisme m'a souvent aidée à garder confiance et à persévérer. Nicolas, merci aussi pour ton encadrement, tes remarques sur ma rédaction et tes conseils qui m'ont permis de relativiser certaines choses. Ouan Zan, de toi aussi j'ai beaucoup appris : l'altimétrie, les méthodes de programmation, de rédaction, sont autant de domaines où tu es, depuis presque cinq ans maintenant, ma référence. L'apprentissage n'a pas toujours été un long fleuve tranquille mais aujourd'hui, vraiment, je te remercie.

Merci aussi aux membres de mon jury pour leurs compétences, leurs regards critiques et leur enthousiasme qui ont fait de ma soutenance un moment très fort. Anny Cazenave, Bertrand Chapron, Jean-Yves Tourneret et Jérôme Benveniste, vous représentiez le CNES, l'IFREMER, le CNRS et l'ESA, autant d'organismes grâce auxquels il est possible de faire des études passionnantes.

Bertrand merci aussi pour le temps que tu m'as accordée plusieurs fois, pour tes idées et tes conseils qui m'ont énormément aidée et motivée.

Pendant cette thèse j'ai été amenée à aller travailler au LIS à Grenoble, là aussi je veux remercier mes collègues : anciens enseignants, thésards et amis, qui ont toujours fait de ces séjours des moments agréables et riches. Merci pour vos regards extérieurs apportés sur mes travaux et pour vos remarques pertinentes. Dans ce cadre je remercie aussi Mick et Magali qui m'ont accueillie à chaque fois avec chaleur et à Théo et Tommy pour leurs sourires et leur bisou du matin !

Je veux aussi remercier tous mes collègues de la DOS (en particulier tous les membres de l'équipe TMSS sans exception) avec qui j'ai eu le plaisir de travailler. Merci pour les éclairages que vous m'avez apportés sur vos différents domaines d'expertises aussi bien que pour les moments plus informels où j'ai aussi pu estimer vos qualités humaines. Merci enfin pour vos remarques et encouragements juste avant ma soutenance qui m'ont permis de bien m'y préparer et d'en garder un bon souvenir. Plus particulièrement, merci Laïba pour toutes nos discussions scientifiques ou non qui m'ont permis de comprendre beaucoup de choses pendant ces trois ans... Merci aussi à toi Estelle. Je garde un excellent souvenir de la période où on a partagé le même bureau.

Merci à mes compagnons de cordée de thèse par ordre de calendriers de thèses : François (tête de cordée, obligé !), Sidonie, Sabine et Isabelle. Pour tout ce qu'on a partagé ensemble au travail et en dehors, je vous remercie. François merci pour tes convictions et tes récits d'aventurier. Sidonie merci pour toute la complicité qu'on a tissée, pour ton humour et pour ton caractère passionné. Sabine merci pour ton flegme et tes mythiques rochers au coco. Isabelle merci d'avoir été une collègue de bureau idéale. J'ai souvent eu l'impression de marcher dans tes traces fraîches. Quel réconfort d'avoir pu partager ensemble nos passages à vide aussi bien que nos petites victoires quotidiennes !

Dans la cordée depuis peu merci aussi Charles pour ta présence active le jour de ma soutenance et pour la rapidité avec laquelle on s'est tout de suite bien entendus. Puis sur la route, merci aussi à tous les participants et/ou organisateurs des *english lunch* ou *comida espanola* hebdomadaires avec qui j'ai eu grand plaisir à partager ces repas exotiques. Merci notamment Ananda et Simon pour la sérénité que vous dégagez et pour vos attentions délicates. Merci aussi Philippe P. pour tes compétences informatiques ainsi que pour ton immense générosité. Enfin merci aux personnes des supports informatiques, moyens généraux, et secrétariat pour votre efficacité et votre bonne humeur.

Je veux également remercier Michel Cazenave et Philippe Gaspar de m'avoir fait confiance pour commencer ma thèse à la Direction d'Océanographie Spatiale. Sur la fin de thèse, un grand merci à toi Philippe Escudier pour tes encouragements et tes conseils qui m'ont énormément aidés. Merci aussi à toi et à Joël Dorandeu de me permettre de continuer à travailler ici. Je suis très contente.

J'ai également envie de remercier, par ordre d'apparition dans ma vie, Marie, Fanette, Lucile, Etienne et Matthieu, toute la troupe des anciens Grenoblois avec qui c'est toujours un bonheur de remettre les pendules à l'heure (Tom, Marta, Samuel, Marilys...), Thomas, Tristan l'aventurier funambule, Pierric et Areski, Eva et Fred et tous les autres avec qui on refait le monde parfois... Merci pour votre amitié et votre curiosité.

Il me reste encore à remercier ma famille, sans qui je n'en serais pas là aujourd'hui. Merci à mes parents et à mes grands-parents de m'avoir donné « des racines et des ailes ». Merci pour votre curiosité sur mon travail, votre confiance et votre amour.

Mes parents, je vous remercie aussi pour tout ce que vous m'avez transmis. Autant de ressources précieuses dans lesquelles j'ai pu puiser durant ma thèse. Pierre et Laurence merci aussi pour tout ce que vous représentez pour moi et pour l'affection que vous m'avez toujours témoignée.

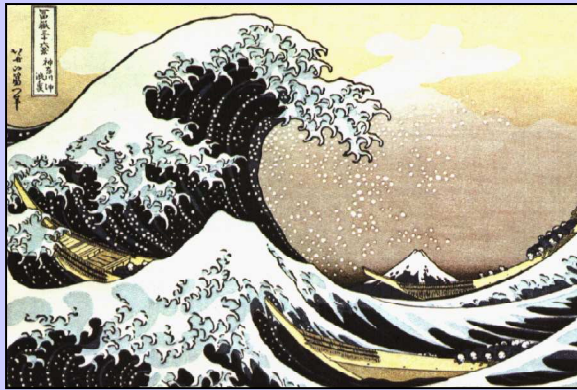
Je n'oublie pas non plus mes familles de Lille, Igny, Espanès, Ossun, rue des pastourelles. Votre affection et votre soutien, ont aussi beaucoup comptés pour moi.

Enfin, Laurent, voici un lieu qui manque d'intimité pour tout ce que j'ai envie de te dire. Dans le cadre de ma thèse, je voudrais quand même absolument te remercier pour ton écoute lorsque je te parlais de l'avancement de mes travaux. Pour ta joie de m'expliquer le « time splitting » ou le principe des marées. Merci aussi pour ton soutien logistique ces derniers temps, à charge de revanche dans... 8 mois. Merci aussi pour tous les moments où on ne parle pas du travail. « Tout est mieux avec toi que sans ».

Cette thèse a été une aventure extrêmement riche d'un point de vue professionnelle et scientifique bien sûr, mais aussi d'un point de vue personnel. Merci à vous tous qui avez compris à quel point ce projet comptait pour moi. Allez... je tourne une page !



*La vague, (1869) Gustave Courbet*



*La vague, (1831) Katsushika Hokusai*



*Green and silver :the great sea, (1899) J.A. Whistler*



*The wave, (1898) Roderic O'Connor*

## Table des matières

|                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Chapitre 1.Cadre de l'étude.....</b>                      | <b>11</b> |
| <b>1. L'océanographie spatiale et l'altimétrie.....</b>      | <b>13</b> |
| 1.1. Que reflète le relief de la surface océanique ? .....   | 14        |
| 1.2. Couverture spatiale et échantillonnage .....            | 18        |
| 1.3. Les missions altimétriques .....                        | 19        |
| <b>2. Objectifs de la thèse.....</b>                         | <b>21</b> |
| 2.1. Exploiter la cohérence des données.....                 | 22        |
| 2.2. Plan de l'exposé .....                                  | 22        |
| <b>Chapitre 2.Les mesures en altimétrie spatiale.....</b>    | <b>25</b> |
| <b>1. La mesure de la hauteur de mer.....</b>                | <b>28</b> |
| 1.1. Comment mesure-t-on le niveau de la mer ? .....         | 28        |
| 1.2. Altitude du satellite sur son orbite .....              | 29        |
| 1.3. Distance altimétrique .....                             | 29        |
| 1.4. Corrections de la distance altimétrique .....           | 30        |
| <b>2. Description du signal altimétrique.....</b>            | <b>33</b> |
| 2.1. Principe d'émission / réception de l'onde radar .....   | 33        |
| 2.2. Le signal altimétrique .....                            | 36        |
| 2.3. Forme de l'écho et paramètres à estimer sur océan ..... | 37        |
| <b>3. Modélisation du signal .....</b>                       | <b>40</b> |
| 3.1. Modèle général de l'écho radar .....                    | 40        |
| 3.2. Modèle de l'écho radar sur océan .....                  | 42        |

|           |                                                            |           |
|-----------|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4.</b> | <b>Méthode classique d'estimation des paramètres .....</b> | <b>50</b> |
| 4.1.      | Principe de la poursuite du signal par le tracker.....     | 51        |
| 4.2.      | Technique actuelle d'estimation des paramètres.....        | 52        |
| 4.3.      | Etude du bruit de mesure sur les estimations.....          | 54        |
| 4.4.      | Variances théoriques des paramètres.....                   | 56        |
| 4.5.      | Covariances théoriques des paramètres .....                | 57        |
| <b>5.</b> | <b>Conclusions du chapitre .....</b>                       | <b>60</b> |

### ***Chapitre 3. Nouvelle approche du traitement du signal altimétrique..... 63***

|           |                                                                                   |            |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1.</b> | <b>Le signal altimétrique multidimensionnel .....</b>                             | <b>66</b>  |
| 1.1.      | Modèle du signal altimétrique .....                                               | 66         |
| 1.2.      | Modèle vectoriel du signal.....                                                   | 68         |
| 1.3.      | Modèle du signal matriciel .....                                                  | 68         |
| 1.4.      | Exemples de signaux matriciels réels pour différents altimètres.....              | 69         |
| <b>2.</b> | <b>Sous-espace signal et sous-espace bruit.....</b>                               | <b>72</b>  |
| 2.1.      | Sous-espace bruit du signal altimétrique matriciel .....                          | 72         |
| 2.2.      | Sous-espace utile du signal altimétrique matriciel.....                           | 77         |
| <b>3.</b> | <b>La Décomposition en Valeurs Singulières ou SVD .....</b>                       | <b>77</b>  |
| 3.1.      | Présentation de la méthode.....                                                   | 78         |
| 3.2.      | Application à des échos altimétriques simulés .....                               | 79         |
| 3.3.      | Application à des échos altimétriques réels .....                                 | 87         |
| <b>4.</b> | <b>Mise en oeuvre d'une nouvelle stratégie : réduction de bruit et estimation</b> | <b>88</b>  |
| 4.1.      | Détermination de la taille du sous-espace signal .....                            | 89         |
| 4.2.      | Méthodologie d'application de la méthode .....                                    | 97         |
| 4.3.      | Restitution des paramètres à partir des échos filtrés .....                       | 103        |
| 4.4.      | Gain de variance sur les échos et sur les paramètres .....                        | 106        |
| <b>5.</b> | <b>Conclusions du chapitre .....</b>                                              | <b>107</b> |

### ***Chapitre 4. Applications et résultats..... 109***

|           |                                                        |            |
|-----------|--------------------------------------------------------|------------|
| <b>1.</b> | <b>Analyse et traitement des données réelles .....</b> | <b>112</b> |
| 1.1.      | Données réelles utilisées et tri sur les échos .....   | 113        |
| 1.2.      | Réduction de bruit par SVD des échos réels .....       | 116        |
| <b>2.</b> | <b>Biais et variances des paramètres estimés .....</b> | <b>121</b> |
| 2.1.      | Hauteur des vagues .....                               | 121        |
| 2.2.      | Information de distance.....                           | 122        |
| 2.3.      | Information de puissance.....                          | 123        |
| 2.4.      | Conclusion.....                                        | 124        |
| <b>3.</b> | <b>Méthode de comparaisons des paramètres .....</b>    | <b>125</b> |
| 3.1.      | Quantification de précision des paramètres.....        | 125        |

|                                                                                 |                                                                         |            |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.2.                                                                            | Quantification des biais d'estimation des paramètres.....               | 126        |
| 3.3.                                                                            | Répartition fréquentielle des paramètres.....                           | 126        |
| <b>4.</b>                                                                       | <b>Gain de précision sur les paramètres réels.....</b>                  | <b>128</b> |
| 4.1.                                                                            | Hauteur des vagues .....                                                | 128        |
| 4.2.                                                                            | Puissance .....                                                         | 135        |
| 4.3.                                                                            | Information de distance.....                                            | 137        |
| 4.4.                                                                            | Conclusion.....                                                         | 151        |
| <b>5.</b>                                                                       | <b>Biais d'Etat de Mer, biais instrumental et bruit de mesure .....</b> | <b>151</b> |
| 5.1.                                                                            | Définitions .....                                                       | 152        |
| 5.2.                                                                            | Biais d'état de mer selon les missions altimétriques .....              | 154        |
| 5.3.                                                                            | But de l'étude du biais d'état de mer avec ou sans SVD .....            | 156        |
| 5.4.                                                                            | Méthodes de comparaisons des biais d'état de mer.....                   | 156        |
| 5.5.                                                                            | Résultats.....                                                          | 157        |
| 5.6.                                                                            | Discussion.....                                                         | 160        |
| 5.7.                                                                            | Conclusions .....                                                       | 163        |
| <b>6.</b>                                                                       | <b>Conclusion .....</b>                                                 | <b>164</b> |
| <br><i>Chapitre 5. Conclusions et perspectives.....</i>                         |                                                                         | <br>167    |
| <br><i>Annexe : Article accepté pour la conférence PSIP 2005 -Toulouse.....</i> |                                                                         | <br>181    |
| <br><i>Index .....</i>                                                          |                                                                         | <br>188    |



*La vague, (1869)*  
*Gustave Courbet*

## *Chapitre 1.      Cadre de l'étude*

### *Points clefs du chapitre*



Nous présentons ici l'altimétrie dans le contexte d'océanographie spatiale où elle est née. Depuis qu'elle existe, cette discipline a révolutionné l'étude des océans et s'est rendue indispensable à la validation des modèles de courants marins et de leur utilisation opérationnelle.

La précision et la résolution des mesures altimétriques sont une préoccupation permanente et n'ont cessé d'être améliorées depuis les débuts de cette discipline. Cette thèse propose une nouvelle amélioration des mesures. Ce chapitre présente comment elle s'intègre dans les études précédentes et quel est son but.

## *Sommaire*

|                                                            |           |
|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b><i>Chapitre 1. Cadre de l'étude</i></b> .....           | <b>11</b> |
| <b>1. L'océanographie spatiale et l'altimétrie</b> .....   | <b>13</b> |
| 1.1. Que reflète le relief de la surface océanique ? ..... | 14        |
| 1.2. Couverture spatiale et échantillonnage .....          | 18        |
| 1.3. Les missions altimétriques .....                      | 19        |
| <b>2. Objectifs de la thèse</b> .....                      | <b>21</b> |
| 2.1. Exploiter la cohérence des données .....              | 22        |
| 2.2. Plan de l'exposé .....                                | 22        |

## *Introduction*

Ce document est la présentation d'un travail de thèse en *traitement du signal*. Cette discipline est indispensable dans de nombreux domaines et prend toute sa valeur lorsqu'elle est appliquée à des signaux réels. Ici, le signal étudié est l'information enregistrée par un instrument embarqué à bord de satellites en orbite autour de la Terre qui permet de mieux connaître et comprendre les océans et en particulier de cartographier le relief des océans qui n'est pas plat. Nous présentons ici l'océanographie spatiale et le cadre dans lequel nous nous plaçons pour l'étude proposée ensuite. L'objectif de la thèse et le plan du document sont également présentés.

### **1. L'océanographie spatiale et l'altimétrie**

Les missions spatiales d'observation de la Terre utilisent des instruments embarqués à bord de satellites. Ces derniers permettent d'observer la dynamique de mécanismes géophysiques qui gouvernent notre planète. En quelques jours, les instruments embarqués fournissent des données homogènes sur toute la surface du globe y compris dans les zones où des mesures *in situ* sont difficiles à obtenir. Prévue pour être pérennisée, ces missions durent de 3 à 15 ans et permettent donc d'observer des phénomènes évolutifs dans le temps.

L'observation et la compréhension des dynamiques régissant notre planète "bleue comme une orange", passent inévitablement par l'étude des océans dont elle est recouverte à 70%. Sept personnes sur dix vivent à moins de 80 kilomètres du littoral et les océans jouent un rôle prépondérant dans l'équilibre climatique et écologique de la Terre. Toute une gamme d'instruments de mesure est dédiée à l'océan. On peut aujourd'hui mesurer des paramètres aussi variés que la température de l'eau, l'abondance de chlorophylle, le niveau de la mer, la vitesse du vent ou la hauteur des vagues.

Les altimètres font partie de ces instruments dédiés à l'observation de l'océan. Ils permettent de mesurer les variations de la hauteur de la surface de la mer pour en déduire des informations sur la dynamique des masses d'eau.

### 1.1. Que reflète le relief de la surface océanique ?

Il n'est pas très intuitif d'imaginer que la surface de l'océan qui est la référence zéro de toutes les cartes de relief terrestre a aussi un relief. Pourtant la surface de la mer n'est pas plate et elle est en mouvement perpétuel. Les variations du niveau de la mer peuvent dépasser, en statique, la centaine de mètres entre le sud de l'Inde et le Nord Est de l'Australie par exemple et sur une même zone géographique, elle peut varier verticalement de plusieurs dizaines de centimètres entre l'été et l'hiver.

La variabilité du *niveau de la mer* est constituée de la somme d'une composante d'origine géophysique due aux irrégularités de l'attraction de la pesanteur : le *géoïde* et d'une composante océanique appelée la *topographie dynamique* dont on déduit les courants.

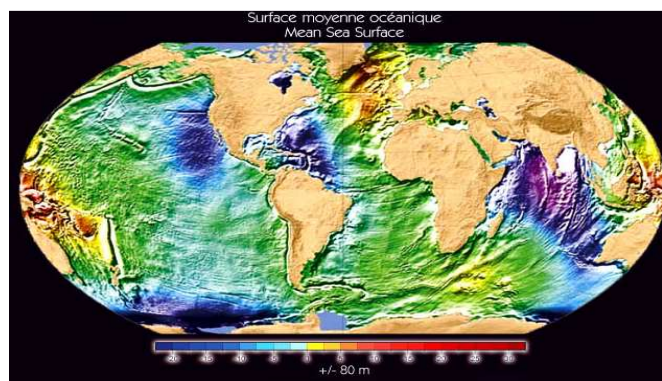
$$\text{Niveau de mer} = \text{géoïde} + \text{topographie dynamique}$$

Le *géoïde* n'est pas connu parfaitement et il est difficile de séparer ces deux composantes. En pratique, le niveau de la mer est décomposé en deux composantes que l'on peut estimer et que nous allons présenter ci-dessous : le niveau moyen de la mer encore appelé MSS (Mean Sea Surface) et la composante dynamique autour de cette moyenne appelée Anomalie de Hauteur de mer ou SLA (*Sea Level Anomaly*), ainsi :

$$\text{Niveau de mer} = \text{MSS} + \text{SLA}$$

#### 1.1.1. La surface moyenne de la mer

La surface moyenne de la mer (MSS) est composée de l'effet du *Géoïde* et de la *circulation permanente* [Fu et Cazenave 2001]. Ses variations sont de plus ou moins 80 mètres sur des milliers de kilomètres. La **Figure 1-2-a** donne une cartographie globale de sa variabilité spatiale du niveau moyen de la mer.



**Figure 1-1** Cartographie de la MSS et bathymétrie du bleu (-80 m) au rouge (+ 80 m)

Le *géoïde* correspond aux variations du champ de gravité dont la surface de l'océan suit l'équipotentielle. Ces variations sont dues au fait que l'attraction de la pesanteur n'est pas la même partout. Le *géoïde* est défini comme la topographie de l'océan si il était homogène et au repos [Cazenave et Feigl 1994].

La *circulation permanente* est la partie statique des grands courants marins qui sont connus depuis longtemps par les navigateurs. Ils peuvent être en partie expliqués par le forçage des vents dominants et par la force de Coriolis<sup>1</sup>. La combinaison de ces deux forces provoque des creux ou des bosses d'eau au centre des bassins océaniques autour desquels des écoulements se forment [Minster 1997], [Geistdoerfer 2002].

### 1.1.2. L'anomalie de hauteur de mer

La différence entre le niveau de la mer et sa valeur moyenne est appelée *L'anomalie de hauteur de mer* ou *SLA* pour *Sea Level Anomaly*.

Les variations de cette topographie dynamique sont de quelques mètres autour de la MSS sur des milliers de kilomètres. Elles résultent de l'intégration sur toute la colonne d'eau de strates de densité, température, salinité différentes qui sont en mouvement pour atteindre un équilibre en mélangeant les eaux depuis les zones chaudes vers les zones froides et/ou des eaux denses vers les moins denses. Nous présentons ici ses quatre composantes :

$$SLA = \text{Grands courants marins} + \text{Activité tourbillonnaire} + \\ \text{Fluctuation du niveau moyen} + \text{Marées}$$

Les *grands courants marins* possèdent une partie statique incluse dans la MSS et une partie variable incluse dans la topographie dynamique. Leur variabilité autour de la MSS est représentée sur la **Figure 1-2-a**. Elle est de plus ou moins 2 mètres sur des milliers de kilomètres.

Le long des grands courants marins, des tourbillons peuvent se créer. L'*activité tourbillonnaire* peut se traduire par des variations locales du niveau de la mer de l'ordre de 1 à 10 centimètres sur quelques kilomètres jusqu'à la centaine de kilomètres. La **Figure 1-2-b** cartographie l'activité tourbillonnaire des océans.

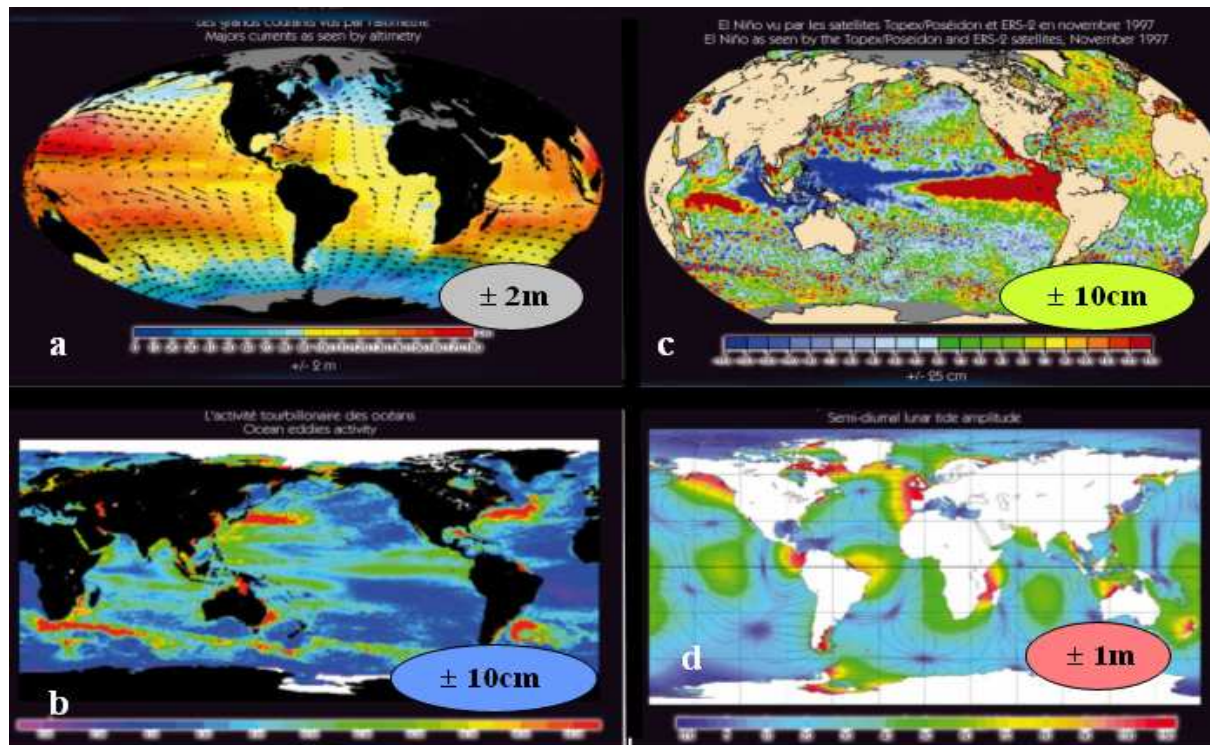
La *fluctuation du niveau moyen* s'ajoute aux autres variations. Elle est due par exemple à la pluviométrie ou à la fonte des glaces ainsi qu'à l'*effet stérique* des océans. Cet effet est la capacité des eaux océaniques à se dilater ou se contracter lors de changements de température et de salinité. Ces fluctuations peuvent être saisonnières ou plus

---

<sup>1</sup> Déviation de Coriolis : « Déviation que subit un mouvement quelconque en raison de la rotation de la Terre, orienté vers la droite du mouvement dans l'hémisphère Nord et vers sa gauche dans l'hémisphère sud ». [Minster 1997]

---

courte échelle telles que le phénomène El Niño<sup>2</sup> et peuvent se traduire par des variations de hauteur de mer de plus ou moins 10 centimètres sur des milliers de kilomètres. Sur la **Figure 1-2-c** est représentée l'anomalie de hauteur de mer due à El Niño.



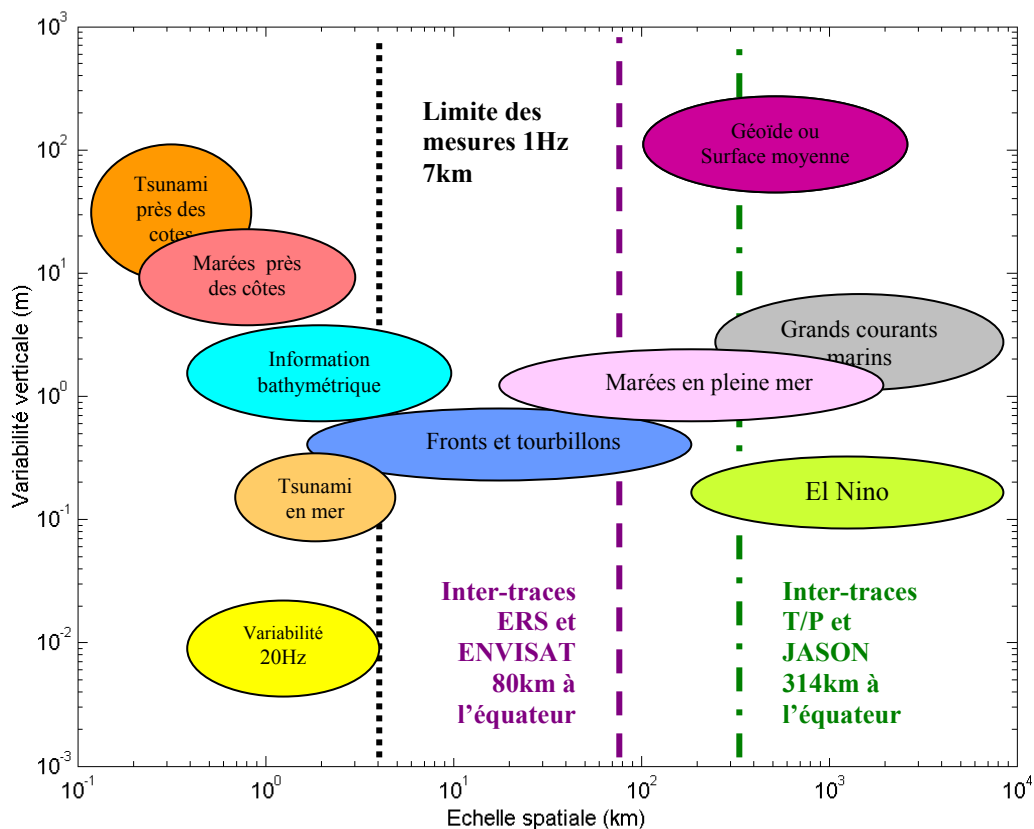
**Figure 1-2** Cartographie de quelques phénomènes océaniques et répartition globale.  
a- Grands courants marins, b- Activité tourbillonnaire des océans, c- Anomalie de hauteur de mer : événement el Nino, d- Amplitude des marées lunaires semi diurnes  
Sources CLS Aviso

Enfin, la variation du niveau de la mer due à la *marée* présente une amplitude pouvant atteindre 20 mètres sur quelques kilomètres près des côtes et de l'ordre de 1 mètre en pleine mer. Le phénomène d'attraction de la lune et du soleil a aussi un impact sur les zones immergées. Les variations de hauteur qu'elle induit sont les *marées solides* et peuvent atteindre 50 centimètres sur des milliers de kilomètres. La **Figure 1-2-d** représente l'amplitude des marées océaniques semi-diurnes avec les lignes *d'isomarnage* le long desquelles l'amplitude est la même et les lignes *cotidales* le long desquelles les marées sont en phase.

<sup>2</sup> El Niño : « phénomène climatique déclenché par un réchauffement anormal de l'océan dans l'est du Pacifique à la latitude des côtes péruviennes entraînant des dérèglements climatiques d'extension mondiale » Le petit Larousse.

### 1.1.3. Echelles de variations temporelles et spatiales

Les phénomènes océaniques sont donc plus ou moins locaux et plus ou moins évolutifs dans le temps. Les échelles spatiales et temporelles des différentes composantes de la topographie dynamique océanique sont différentes [Chelton et al. 1998] : le cycle des marées se répète toutes les 12 heures environ, celui de l'activité saisonnière est d'un an, et l'échelle temporelle des grands courants est de plusieurs dizaines d'années... L'ordre de grandeur de la variabilité verticale mesurée par l'altimètre est aussi différent selon les phénomènes observés : plus ou moins 100 mètres sur des milliers de kilomètres pour le géoïde, 1 à 10 centimètres sur des kilomètres à une centaine de kilomètres pour les fronts et tourbillons. Le schéma de la **Figure 1-3** résume les échelles de variations verticales des différents phénomènes observables par altimétrie sur océan en fonction de leur étalement spatial.

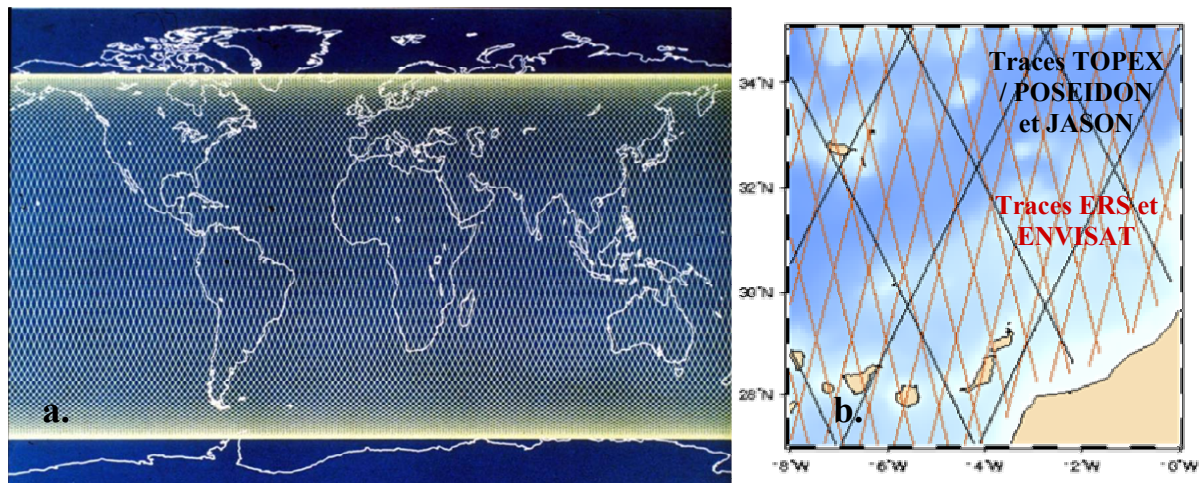


**Figure 1-3 Variabilité verticale des phénomènes océaniques en fonction de leurs échelles spatiales**

## 1.2. Couverture spatiale et échantillonnage

Les échelles spatiales et temporelles des phénomènes océaniques observés induisent le choix de l'échantillonnage des mesures. L'orbite des satellites altimétriques est dite répétitive, c'est-à-dire que le satellite repasse sur les mêmes points au sol périodiquement. Cette période est appelée le *cycle* du satellite. Il est composé de plusieurs *orbites* qui correspondent à chaque révolution autour de la terre. Elles sont composées de demi-orbites qui peuvent être descendantes du Nord vers le Sud ou ascendantes dans le sens inverse. Les latitudes couvertes dépendent de l'inclinaison de l'orbite. Pour les missions TOPEX-POSEIDON ou JASON (décrites plus loin), l'orbite est inclinée de  $66^\circ$ , ce qui leur permet de couvrir les latitudes entre  $66,039^\circ\text{N}$  et  $66,039^\circ\text{S}$ . Pour les missions ERS ou ENVISAT, l'inclinaison est de  $98,5^\circ$  et permet d'observer la Terre de  $82^\circ\text{S}$  à  $82^\circ\text{N}$ .

Le choix des *échantillonnages temporel* et *spatial* résulte d'un compromis sur les résolutions. Par exemple, les missions TOPEX-POSEIDON ou JASON quadrillent la surface de la terre en 254 demi-orbites, ce qui correspond à un cycle de 9,9156 jours. La distance inter-trace est 314 kilomètres à l'équateur. Les missions type ERS ou ENVISAT, elles, possèdent une résolution spatiale inter-trace plus fine (80 kilomètres à l'équateur) mais une résolution temporelle plus faible car la durée du cycle est de 35 jours (1002 demi-orbites). La couverture géographique des satellites TOPEX-POSEIDON ou JASON est représentée **Figure 1-4 a**. La **Figure 1-4 b** montre un zoom des distances inter-trace des deux types de missions.



**Figure 1-4. a. Couverture géographique du satellite TOPEX - POSEIDON sur 1 cycle**  
**b. Résolution spatiale de T/P et JASON par rapport à celle d'ERS (noire) dont l'intertrace à l'équateur est 314 km et ENVISAT (rouge) dont l'intertrace à l'équateur est de 80 km.**

### 1.3. Les missions altimétriques

L'altimétrie spatiale existe depuis les années 1970 aux Etats-Unis. Les premières missions consistaient à embarquer des altimètres à bord de satellites pluridisciplinaires tels que SKYLAB (1973), GEOS\_3 (1975), SEASAT (1978), GEOSAT (1985) ou ERS 1 (1991). Ce n'est que depuis les années 1990 que l'altimétrie fait l'objet de véritables études opérationnelles. En 1992 est lancée le satellite franco-américain TOPEX/ POSEIDON, première mission dédiée à la mesure de la topographie des océans. A son bord étaient embarqués 2 altimètres. L'un américain NRA de la mission TOPEX (TOPographic EXperiment)<sup>3</sup>, l'autre français appelé POSEIDON. L'Europe poursuit aussi l'aventure avec l'altimètre RA sur les missions ERS 1 (1991 - 2000) puis ERS 2 (1995). Les Etats-Unis lancent la mission militaire Geosat Follow On (1998) dont les données sont désormais disponibles pour les civils. Ces satellites sont illustrés **Figure 1-5**.



**Figure 1-5 Les missions altimétriques**

Les mesures globales et répétitives des variations de courants ainsi disponibles rendent possibles des études sur le comportement de l'océan en fonction des saisons

---

<sup>3</sup> La mission TOPEX/POSEIDON vient d'être officiellement terminée le 6 janvier 2006. La perte d'une roue à inertie du satellite l'empêchait depuis le 8 octobre de se stabiliser sur son orbite. Initialement prévue pour une de cinq ans, cette mission particulièrement réussie vient de s'achever après 13 ans de bon fonctionnement.

---

et des années. Rapidement, la nécessité de pérenniser ces mesures s'impose et bientôt, une nouvelle génération d'altimètres suit la première. La France et les Etats-Unis lancent POSEIDON-2 sur la mission JASON (2001) qui prend le relais de TOPEX/Poséidon. Et l'Europe pérennise les missions ERS en plaçant un altimètre RA-2 à bord du satellite multi-missions européen dédié à l'environnement : ENVISAT (2002).

En parallèle de ses avancées scientifiques, des modélisations de plus en plus précises de la circulation océanique donnent un nouvel essor à l'océanographie qui devient opérationnelle. Comme en météorologie où la modélisation de l'atmosphère permet de prévoir le temps, l'océanographie opérationnelle propose de prévoir l'état de l'océan (circulation océanique, stratification des températures, de la salinité...) en fournissant des cartes de prévision de courants à des « utilisateurs de la mer » (navigateurs, transporteurs maritimes, pêcheurs, organismes de forages off-shore...). Cette discipline est toute récente et le premier bulletin mondial de prévision haute résolution des courants a été édité par le groupe Mercator le 14 Octobre 2005 ! Ce projet s'intègre dans le programme Global Ocean Data Assimilation Experiment (GODAE). La pérennité des mesures altimétriques (et *in situ*) reste importante pour affiner les modèles car l'*assimilation* des observations permet de rendre les sorties de modèles les plus réalistes possibles.

L'altimétrie est également devenue une discipline incontournable pour les projets de protection et de surveillance de l'environnement. Les projets comme GMES (Global Monitoring for Environment and Security) ou GEOSS (Global Earth Observation System of Systems) les intègrent dans leurs objectifs. Ces projets ont pour mission d'optimiser la surveillance du couvert végétal, de l'atmosphère et des océans à l'échelle mondiale. Ils seront utilisés pour surveiller avec précision l'application d'accords internationaux sur les changements climatiques, tels que le protocole de Kyoto, ou en matière de sécurité et d'aide internationale.

En vue d'améliorer constamment la précision et la couverture des mesures, de nouveaux types d'altimétries sont à l'étude. On peut citer l'altimétrie interférométrique qui permet d'avoir une résolution au sol le long de la trace nettement supérieure à l'altimétrie actuelle et notamment une mesure de l'inclinaison du sol sur la zone de mesure. La mission européenne Cryosat aurait permis de donner des mesures précieuses aux très hautes latitudes et de valider cette technique si son lancement n'avait pas échoué le 8 Octobre 2005. Le projet WSOA (Wide Swath Ocean Altimeter) d'altimétrie à large fauchée utilise également le principe de l'altimétrie interférométrique: des bras, portant des antennes altimètres permettraient d'obtenir simultanément plusieurs mesures qui fourniraient de façon continue une

couverture spatiale très étendue (200 kilomètres de fauchée). Enfin, la mission altimétrique franco-indienne AltiKa, fonctionnant dans une bande de fréquence différente des altimètres actuels ( $Ka = 35$  GHz) permettra une meilleure observation des glaces, des pluies, ainsi que des zones côtières, des terres et de la hauteur des vagues. Il présente la perspective d'un niveau de bruit sur les mesures divisé par deux. La largeur de bande d'émission, plus large (500 MHz en Ka au lieu de 320 MHz en Ku) permet une plus grande résolution verticale (30 cm au lieu de 50 cm). Son lobe d'antenne moins large, et sa tache au sol plus petite associés à une fréquence d'impulsion plus élevée permettront d'avoir des mesures précises en s'approchant des côtes ou sur les étendues d'eau continentales (mers fermées, grands lacs, grands fleuves). Il rendra également possible une meilleure description de l'état de mer qu'en bande Ku. En effet, la longueur d'onde de 8 mm permet une meilleure description des pentes des petites facettes de la surface de la mer (ondes capillaires etc.). Elle permet aussi une mesure plus précise du coefficient de rétro-diffusion par mer calme. Enfin, la faible pénétration de l'onde électromagnétique sur la neige et la glace permettra une meilleure surveillance des glaces de mer et continentales.

Pour ces missions futures comme pour les missions actuelles la précision des mesures est une préoccupation permanente. Cette précision passe par une amélioration de l'incertitude des mesures liée au bruit et la minimisation des biais de mesures. Sans attendre ces futures missions, des améliorations sur les mesures actuelles peuvent être envisagées. Des traitements au sol sont possibles pour affiner les estimations des paramètres géophysiques et on peut ainsi améliorer l'exploitation des données pour en extraire le maximum d'information.

## **2. Objectifs de la thèse**

Depuis le début de l'altimétrie, la précision et la résolution de la mesure altimétrique ne cesse d'être améliorée grâce à la minimisation des différents postes d'erreur. Au début de l'altimétrie, la hauteur de la mer était connue à plusieurs dizaines de centimètres près notamment à cause de l'incertitude sur la connaissance de l'orbite des satellites. Aujourd'hui, une précision de l'ordre de quelques centimètres est atteinte et on s'intéresse à des améliorations de la résolution le long de la trace de façon à détecter des phénomènes plus fins et plus locaux.

## **2.1. Exploiter la cohérence des données**

L'idée à l'origine de cette thèse est de tenir compte de la cohérence des échos altimétriques au fur et à mesure de leur acquisition. Le long de la trace des satellites altimétriques, les échos enregistrés proviennent de zones géographiquement proches et reflètent donc des informations géophysiques corrélées (terme qui sera précisé plus loin). Pour tenir compte de la cohérence de l'information, nous avons choisi de considérer les échos par paquets pour construire un nouveau signal altimétrique matriciel au lieu d'étudier séparément chaque écho indépendamment de ses proches voisins. L'approche matricielle proposée constitue une nouveauté dans le traitement du signal altimétrique. L'atout d'une telle approche et l'utilisation de la méthode de Décomposition en Valeur Singulière (SVD) est de définir des espaces vectoriels dans lesquels on peut définir des sous espaces et isoler l'information utile de la partie bruit qui l'altère. Reconstruire les échos à partir du seul sous-espace utile permet de définir des échos très « propres » qui concentrent l'information géophysique des échos radar.

Dans cette thèse, nous étudions l'apport de la réduction de bruit sur les échos sur l'amélioration des paramètres géophysiques extraits des échos altimétriques. Cela permet de caractériser de façon plus fine la variabilité de certains phénomènes physiques et également de quantifier l'impact du bruit de mesure des échos radar sur les estimations qu'on en extrait.

En affinant la précision et la résolution des mesures le long des traces, on participe à la nouvelle orientation de l'altimétrie qui rentre dans son ère opérationnelle, tournée vers des utilisateurs et vers des prévisions locales.

## **2.2. Plan de l'exposé**

Cette thèse est constituée de quatre chapitres. Le premier chapitre présente le cadre d'étude dans lequel on se situe.

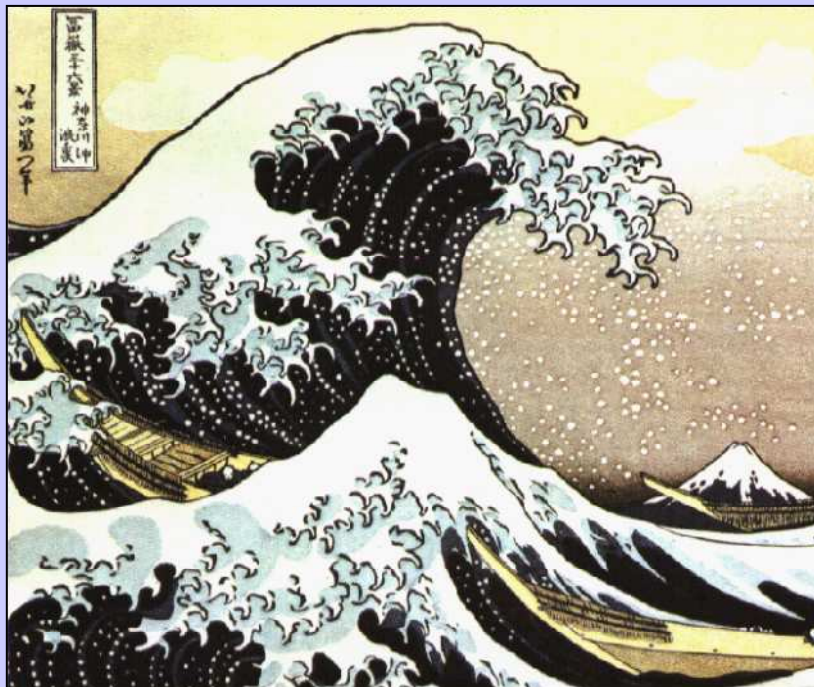
Le deuxième chapitre est une description du principe de l'altimétrie. On y trouve les définitions des paramètres géophysiques utilisés par la suite et la description de l'écho altimétrique tel qu'il est acquis par le radar. Le but de ce chapitre est de décrire précisément la matière première de nos traitements. Le modèle du signal utile est donc détaillé ainsi que le modèle du bruit qui l'affecte. Le bruit est défini à deux niveaux : le bruit de mesure sur les échos et le bruit de mesures sur les paramètres

estimés. Les deux bruits sont détaillés et une étude sur le lien qui existe entre eux est effectuée et présentée.

Dans le troisième chapitre, nous définissons le signal matriciel auquel nous nous intéressons. Sa modélisation est présentée ainsi que la méthode de décomposition de l'espace vectoriel en un sous-espace utile et un sous-espace bruit. La suite du chapitre consiste à adapter cette méthode aux échos altimétriques en exploitant leurs propriétés statistiques et physiques. La méthodologie consiste à trouver un seuil optimal établi pour des échos modélisés et validé en utilisant les données réelles de plusieurs altimètres.

Le quatrième chapitre est l'application de la méthode sur les données réelles et sa répercussion sur l'amélioration des paramètres estimés en terme de biais et de bruit de mesure. Ainsi, nous réduisons le bruit haute fréquence et nous mettons en évidence une variabilité des paramètres géophysiques plus fine échelle que la variabilité à la seconde.

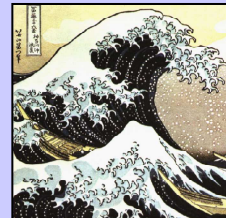
Pour clore ce mémoire, nous rappelons les résultats principaux de ce travail de thèse et proposons des perspectives pour prolonger l'étude.



*La vague, (1831)*  
**Katsushika Hokusai**

## Chapitre 2. Les mesures en altimétrie spatiale

### *Points clefs du chapitre*



Ce chapitre présente le principe de l'altimétrie et définit la matière première du traitement que nous utilisons par la suite à savoir les échos altimétriques.

Après une brève description de l'altimétrie et de l'acquisition des échos, nous présentons les paramètres géophysiques à estimer.

Le modèle du signal est détaillé ainsi que le modèle du bruit qui l'affecte. Une modélisation détaillée du bruit, qui sera utilisée par la suite, est proposée.

La méthode d'estimation classique des échos est ensuite présentée et elle est complétée par une étude sur la façon dont le bruit sur les échos se répercute sur les paramètres estimés.

## Sommaire

|                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Chapitre 2. Les mesures en altimétrie spatiale .....</b>   | <b>25</b> |
| <b>1. La mesure de la hauteur de mer.....</b>                 | <b>28</b> |
| 1.1. Comment mesure-t-on le niveau de la mer ? .....          | 28        |
| 1.2. Altitude du satellite sur son orbite .....               | 29        |
| 1.3. Distance altimétrique .....                              | 29        |
| 1.4. Corrections de la distance altimétrique .....            | 30        |
| <b>2. Description du signal altimétrique.....</b>             | <b>33</b> |
| 2.1. Principe d'émission / réception de l'onde radar .....    | 33        |
| 2.2. Le signal altimétrique .....                             | 36        |
| 2.3. Forme de l'écho et paramètres à estimer sur océan .....  | 37        |
| <b>3. Modélisation du signal .....</b>                        | <b>40</b> |
| 3.1. Modèle général de l'écho radar .....                     | 40        |
| 3.2. Modèle de l'écho radar sur océan .....                   | 42        |
| <b>4. Méthode classique d'estimation des paramètres .....</b> | <b>50</b> |
| 4.1. Principe de la poursuite du signal par le tracker.....   | 51        |
| 4.2. Technique actuelle d'estimation des paramètres.....      | 52        |
| 4.3. Etude du bruit de mesure sur les estimations.....        | 54        |
| 4.4. Variances théoriques des paramètres.....                 | 56        |
| 4.5. Covariances théoriques des paramètres .....              | 57        |
| <b>5. Conclusions du chapitre .....</b>                       | <b>60</b> |

## *Introduction*

Les altimètres sont des radars qui mesurent une distance en envoyant se réfléchir une onde vers leur nadir. Le temps aller-retour mis par cette onde permet de déduire une mesure de la distance qui sépare l'altimètre de la surface cible. Embarqué à bord de satellites et asservi à un système d'orbitographie précise cet outil a révolutionné l'océanographie car il permet de mesurer en quelques jours la topographie de l'océan de façon homogène sur la totalité de la surface du globe et ceci pendant plusieurs années. La topographie du niveau de la mer est l'image superficielle des mouvements de masses d'eau océaniques. Cette topographie permet d'accéder à différentes composantes des mouvements de la mer et notamment à l'étude des courants.

L'écho de l'onde émise par le radar possède une forme caractéristique de la surface qui l'a réfléchi. Les mesures altimétriques permettent donc d'obtenir des informations sur la nature des surfaces survolées, qu'elles soient océaniques ou non.

Ce chapitre, composé de quatre parties, porte sur les mesures en altimétrie spatiale. Dans un premier temps, le principe de la mesure de la distance altimétrique est présenté. La seconde partie présente l'écho qui constitue le signal altimétrique à proprement parler. Dans la troisième partie, nous verrons comment sur océan, des paramètres géophysiques caractérisant les surfaces de réflexion peuvent être déduits de la forme de l'écho. Enfin, la dernière partie présente la méthode actuellement utilisée pour estimer ces paramètres ainsi qu'une étude théorique de caractérisation des estimations que nous utiliserons par la suite.

## 1. La mesure de la hauteur de mer

Cette partie présente le principe général de la mesure de la distance altimétrique. On y définit les termes courants en altimétrie et on y aborde les étapes qui permettent de parvenir à une précision centimétrique avec un instrument placé en orbite à un millier de kilomètres d'altitude.

### 1.1. Comment mesure-t-on le niveau de la mer ?

Nous avons vu que ce niveau était représentatif de phénomènes dynamiques de l'océan dont l'intégration sur la colonne d'eau provoque des variations fines de hauteur de la surface que l'altimétrie permet de mesurer. Le niveau de la mer (voir Chapitre 1) est composé d'une composante d'origine géophysique due aux irrégularités de l'attraction de la pesanteur : le *géοïde* et d'une composante océanique : la *topographie dynamique*. Ces grandeurs sont représentées sur la Figure 1-1.

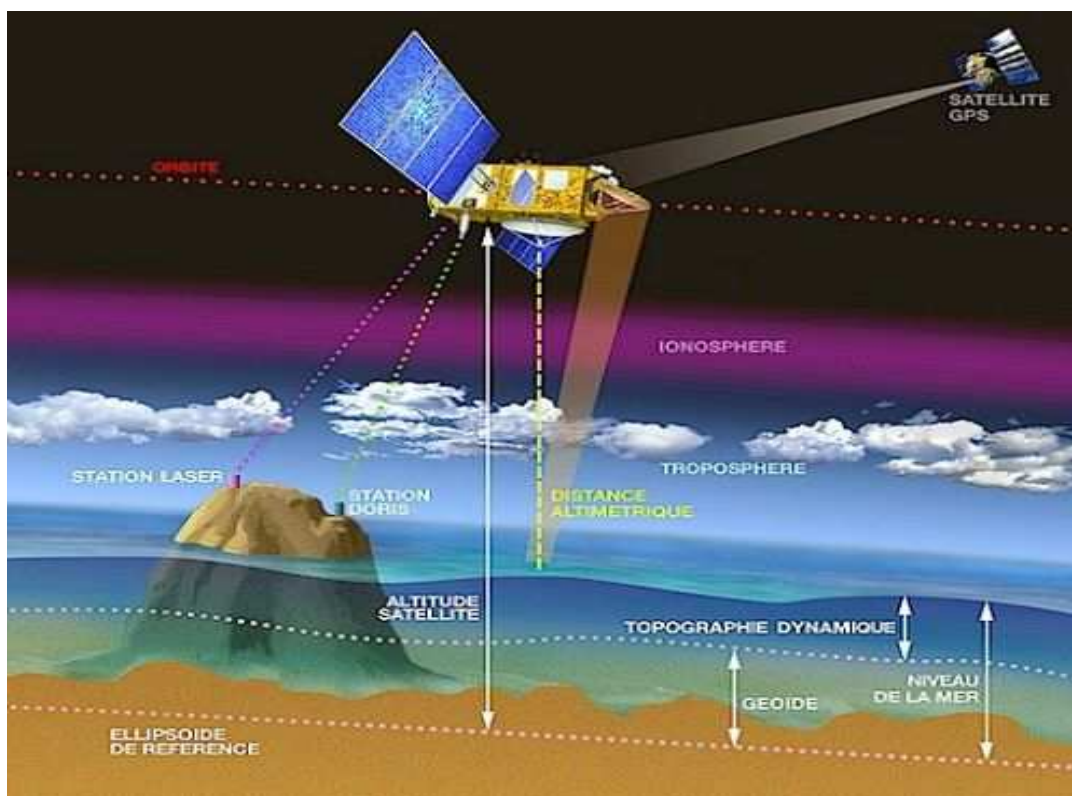


Figure 1-1 Principe de mesure du niveau de la mer par satellite

L'altimètre, positionné sur son orbite à une certaine *altitude* (de l'ordre de 1000 km, voir ci-dessous), mesure la *distance altimétrique* qui le sépare de la surface de la mer. La distance estimée est ensuite *corrigée* de plusieurs postes d'erreur : au niveau de

l'instrument, au niveau de la propagation de l'onde dans l'atmosphère, puis au niveau de la surface de réflexion. Le *niveau de la mer* (ou SSH pour *Sea Surface Height*) est alors calculé comme :

$$\text{Niveau de mer} = \text{Altitude du satellite} - \text{Distance altimétrique} - \text{Somme des Corrections}$$

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons détailler les trois termes de cette équation.

## 1.2. Altitude du satellite sur son orbite

L'altitude du satellite sur son orbite est calculée par rapport à une référence appelée *l'ellipsoïde de référence* qui est la meilleure approximation ellipsoïdale de la terre établie mathématiquement<sup>4</sup>. Les satellites franco-américains TOPEX-POSEIDON et JASON sont à 1336 km d'altitude<sup>5</sup> et les satellites européens ERS et ENVISAT à 800 km. Le positionnement du satellite est connu à moins de 2 cm près selon l'axe radial. Il est assuré par une bonne modélisation des trajectoires des satellites et par des mesures fréquentes de position par rapport à un ou deux réseaux localisés dans le même repère que l'ellipsoïde de référence. Le premier réseau (missions TOPEX/POSEIDON, JASON, ENVISAT) utilise l'effet Doppler<sup>6</sup> par rapport à des balises terrestres DORIS (Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégrés par Satellite). Le second réseau (pour les missions TOPEX/POSEIDON et JASON) est basé sur la méthode de triangulation au coeur d'un réseau de satellites GPS (Global Positionning System).

## 1.3. Distance altimétrique

La distance D entre le satellite et l'océan est déduite du temps de propagation aller-retour ( $t_0$ ) d'une onde électromagnétique (de célérité c), entre le satellite et la surface de l'océan par la relation :

$$\text{Distance altimétrique} = t_0 \frac{c}{2}$$

---

<sup>4</sup> Pour TOPEX/POSEIDON et JASON, les valeurs choisies sont 6378,1363 km pour le demi grand axe et 6356,7516 km pour le demi petit axe.

<sup>5</sup> Par comparaison : Altitude d'un satellite géostationnaire : 35 786 km, Altitude de la lune : 368 000 km

<sup>6</sup> L'Effet Doppler est la variation apparente de la fréquence d'une onde émise à la fréquence  $f_0$  par une source

en mouvement à la vitesse  $v_{\text{cible}}$  par rapport à un observateur fixe  $\Delta f_{\text{Dop}} = 2 \frac{v_{\text{cible}} f_0}{c}$ .

En pratique la mesure n'est pas si simple et une partie entière de ce chapitre lui est dédiée. Le faisceau de l'onde électromagnétique n'est pas infiniment fin et il intercepte une surface au sol qui possède un relief (les vagues sur océan). Compte tenu du niveau de précision souhaité sur la mesure, le relief de la zone de réflexion de l'onde doit être pris en compte. Pour cela, la forme de l'impulsion radar qui revient après réflexion est enregistrée et interprétée. C'est l'écho altimétrique. Il sera détaillé plus loin.

### 1.4. Corrections de la distance altimétrique

Les phénomènes de variation du niveau de la mer qui intéressent les océanographes sont de l'ordre de 10 cm (voir Chapitre 1), il faut donc que la distance mesurée par l'altimètre atteigne une précision de quelques centimètres. Or, le satellite est en orbite vers 1000 km. Il est donc indispensable de disposer d'une part, d'un instrument très précis et d'autre part de corriger la mesure de tout ce qui peut perturber le signal radar. Les corrections à apporter sont instrumentales ou environnementales (Tableau 1-1). Elles sont la somme de postes d'erreurs qui interviennent à différents niveaux du trajet de l'onde altimétrique :

$$\text{Somme des Corrections} = \text{Corrections instrumentales} + \text{Corrections atmosphériques} + \\ + \text{Corrections de marées} + \text{Corrections de Biais d'Etat de Mer}$$

|                                   |                                        |                                                     |
|-----------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Corrections instrumentales        | Oscillateur ultra stable               | ≈ 1 cm                                              |
|                                   | Effet Doppler                          | ± 13 cm                                             |
|                                   | Dépointage                             | 2 cm pour 0,2° de dépointage                        |
|                                   | Calibration interne                    | Quelques cm                                         |
| Corrections atmosphériques        | Troposphère sèche                      | ≈ 2,3 m                                             |
|                                   | Troposphère humide                     | De 0 à 50 cm                                        |
|                                   | Ionosphère                             | De 0 à 50 cm                                        |
|                                   | Baromètre inverse                      | ± 15 cm selon la pression                           |
| Correction de Marées              | Marées océaniques                      | De ± 1 m en pleine mer à ± 10 m sur certaines côtes |
|                                   | Marées terrestres                      | ≈ 50 cm                                             |
|                                   | Marées polaires                        | ≈ 2 cm                                              |
|                                   | Effet de charge                        | ≈ 30 cm                                             |
| Correction de Biais d'Etat de Mer | Entre 2% et 5% de la hauteur de vagues | De 0 à 50 cm selon la hauteur de vagues             |

Tableau 1-1 Ordres de grandeur des corrections de distance altimétrique

Les *corrections instrumentales* corrigent de la dérive de datation des horloges internes, du temps de trajet du signal dans le circuit d'émission, de la distance radiale entre le centre de gravité de l'altimètre et le centre de l'antenne ainsi que de l'effet Doppler causé par la vitesse radiale du satellite sur son orbite lors de l'émission de l'onde.

Les *corrections atmosphériques* corrigent la mesure des allongements de trajet causés par la propagation dans les différentes couches de l'atmosphère. Dans la basse atmosphère<sup>7</sup>, les changements de pression et de densité induisent des variations de vitesse et/ou de direction sur l'onde. Les corrections sont assurées par l'intégration de mesures effectuées par un radiomètre embarqué avec l'altimètre. Dans la haute atmosphère (ionosphère) les électrons perturbent le trajet de l'onde proportionnellement au carré de la fréquence. Grâce à cette propriété, cet effet peut être corrigé par la comparaison du temps de trajet à deux fréquences différentes. Ainsi, sur les missions TOPEX, JASON et ENVISAT, les altimètres émettent dans deux bandes de fréquences : une bande principale autour de 13,6 GHz (la *bande Ku*) et une bande secondaire qui est à 5,3 GHz (*Bande C*) pour TOPEX et JASON, et vers 3,2 GHz (*Bande S*) pour ENVISAT. Pour les altimètres RA (mission ERS) et POSEIDON (mission TOPEX/POSEIDON), les altimètres n'émettent qu'en bande Ku et la correction de la propagation ionosphérique est faite par un modèle (modèle théorique de Bent ou empirique en utilisant les données Doris).

Les *corrections de marées* corrigent de l'effet de l'attraction de la lune et du soleil sur la déformation des masses océaniques (*marées océaniques*) qui peut être de l'ordre de plusieurs mètres localement et dans une moindre mesure sur la déformation des continents (marées terrestres). Comme cette déformation n'est pas uniforme selon la latitude, on tient aussi compte de la déformation périodique de la terre au niveau des pôles (marée polaire). Elles corrigent aussi de la déformation due aux variations de la masse de l'océan sur la croûte terrestre au cours des marées océaniques appelé *effet de charge*.

Enfin, la *correction du Biais d'Etat de Mer* ou SSB pour *Sea State Bias* permet de corriger la mesure des effets de l'interaction entre l'onde électromagnétique et la surface de l'océan. Sans cette correction, deux mesures de hauteur de mer effectuées pour deux conditions d'état de mer différentes présentent une différence qui augmente avec la hauteur des vagues et la vitesse du vent. Cette différence représente aujourd'hui le plus fort poste d'erreur affectant la mesure altimétrique sur océan. On sait qu'il est en partie dû aux propriétés électromagnétiques et géométriques de la surface de la mer

---

<sup>7</sup> La basse atmosphère est composée de la troposphère, la stratosphère et la mésosphère entre 0 et 85 km d'altitude. Au-delà commence la haute atmosphère qui est ionisée : l'ionosphère qui possède un maximum d'ionisation vers 400 km.

(asymétrie entre le creux et la crête des vagues notamment) mais il n'est pas encore connu parfaitement. Il est corrigé par des modèles empiriques, déduits de façon paramétrique [Gaspar et al. 1994] ou non paramétrique [Gaspar et Florens 1998]. Nous y reviendrons dans le Chapitre 4.

La **Figure 1-2** donne la valeur de ces corrections représentées en mètres et pour la première demi-orbite du cycle 61 de JASON. Elles sont appliquées aux mesures à 1Hz c'est-à-dire sur les mesures moyennées à la seconde (nous y reviendrons).

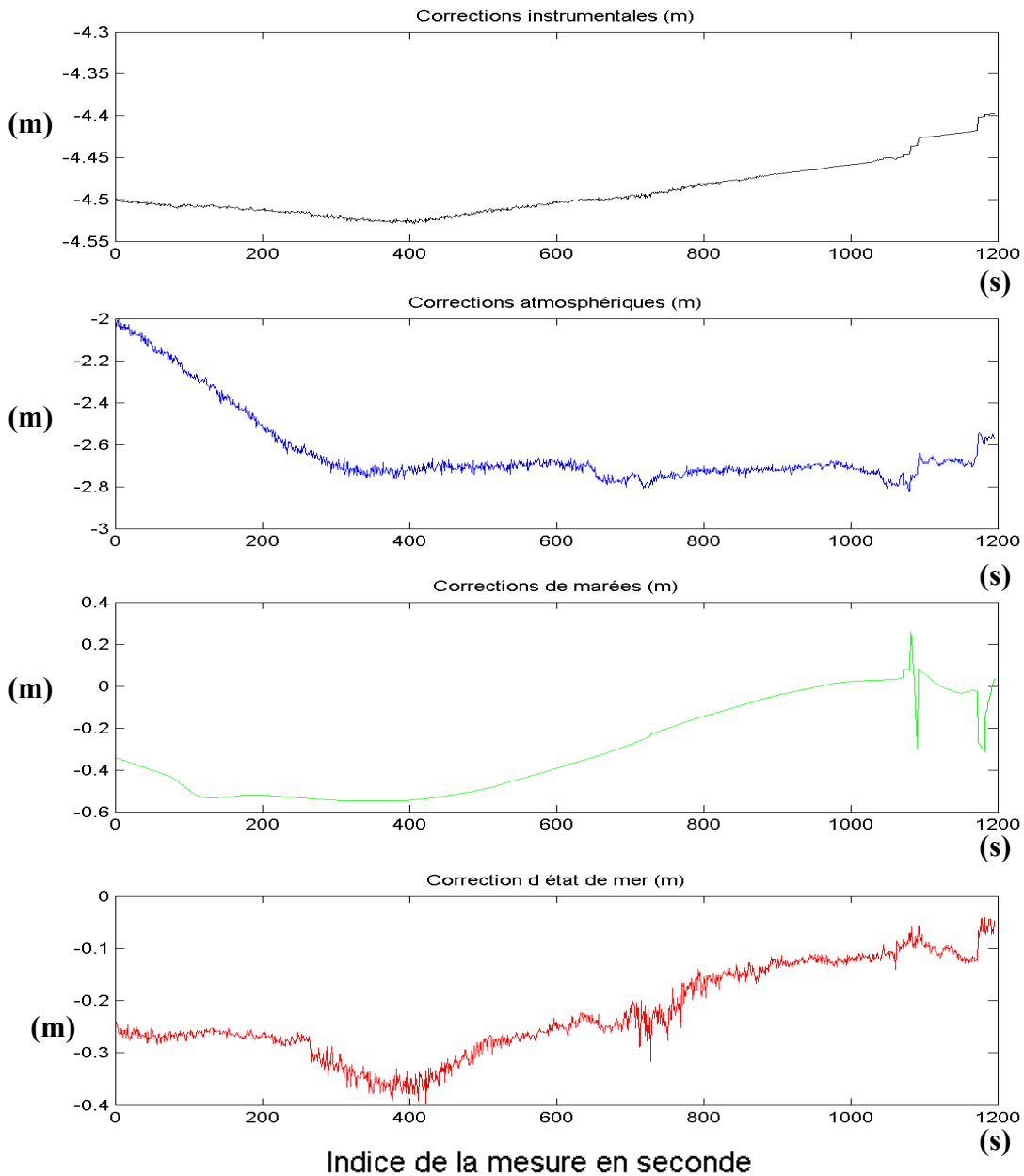


Figure 1-2 Corrections réelles pour la demi-orbite 1 du cycle 61 de JASON en mètres

## 2. Description du signal altimétrique

Dans cette partie nous présentons les caractéristiques du signal altimétrique. Tout d'abord, nous verrons la façon dont il est acquis grâce à la technique de *compression d'impulsion* ou *full deramp* qui permet d'avoir une bonne résolution sur la mesure tout en gardant un bon rapport signal sur bruit. Puis, nous présentons la forme de ce signal lorsqu'il revient d'une surface océanique ainsi que les paramètres d'état de mer dont il porte l'information tels que la hauteur des vagues ou la vitesse du vent.

### 2.1. Principe d'émission / réception de l'onde radar

Pour avoir des mesures par tous les temps, de jour comme de nuit, l'impulsion radar est émise dans le domaine des fréquences micro-onde. A ces fréquences, la bande passante disponible réglementée par l'*Union Internationale des Télécommunications* est de l'ordre de quelques centaines de Mégahertz. Ceci imposerait d'envoyer une impulsion de largeur temporelle de quelques nanosecondes. Or, à bord du satellite, il n'est pas possible d'émettre des impulsions aussi courtes avec une puissance suffisante pour assurer un bon rapport signal sur bruit du signal à son retour. En pratique, l'altimètre utilise donc une technique de compression d'impulsion appelée *full deramp* qui permet, grâce à un traitement en fréquence, d'émettre une impulsion plus longue dont la puissance est compatible avec la puissance disponible à bord tout en atteignant la résolution distance souhaitée. Cette technique est détaillée dans les documents [Chelton et al. 1989], [Dorrer 1983] ou encore [CNES 1998]. Elle est décrite brièvement ici.

#### 2.1.1. Modulation en fréquence

La technique du *full deramp* consiste à émettre une impulsion de durée  $T$ , modulée linéairement en fréquence sur une bande de largeur  $B$  autour d'une porteuse  $f_0$ . La modulation en fréquence établit une relation linéaire entre la fréquence et le temps. Le principe de l'altimètre donnait l'équivalence entre un écart de distance  $\Delta D$  et un retard en temps  $\Delta t$ . Grâce à la compression d'impulsion, tout écart en temps  $\Delta t$  peut aussi être vu comme un écart en fréquence  $\Delta f$  avec :

$$\Delta t = \frac{T}{B} \Delta f = \frac{2}{c} \Delta D \quad (2-1)$$

Ainsi, les différentes fréquences qui composent le signal sont émises progressivement avec un retard proportionnel à la fréquence. Ceci permet d'envoyer une onde d'amplitude faible répartie sur une durée assez longue plutôt que d'envoyer une onde non modulée très courte et d'amplitude très élevée. Le rapport signal sur bruit est bien plus élevé que celui correspondant à une impulsion de même amplitude. Il est multiplié par le produit BT appelé *gain de compression*.

Les caractéristiques de la modulation sont différentes selon les altimètres. Le Tableau 2-1 récapitule les valeurs pour les différents altimètres et les différentes bandes de fréquences dans lesquelles ils fonctionnent ([Zieger et al. 1991] pour TOPEX, [CNES 1998] pour POSEIDON-1 et-2, [ESA @2] et [Francis et al., 1995] pour ERS, [Resti et al. 1999] pour ENVISAT).

| Mission            | $f_o$           | B                  | T                   | Puissance émise |
|--------------------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------------|
| NRA (TOPEX)        | Ku : 13,6 GHz   | 320 MHz            | 102,4 $\mu$ s       | 20 W            |
|                    | C : 5,3 GHz     | 320 MHz ou 100 MHz | 102,4 ou 32 $\mu$ s |                 |
| POSEIDON-1         | Ku              | 320 MHz            | 105 $\mu$ s         | 5 W             |
| POSEIDON-2 (JASON) | Ku              | 320 MHz            | 105,6 $\mu$ s       | 7 W             |
|                    | C               | 320 MHz ou 100 MHz |                     |                 |
| RA (ERS)           | Ku : 13,8 GHz   | 320 MHz (océan)    | 20 $\mu$ s          | 50 W            |
|                    |                 | 82,5 MHz (glace)   |                     |                 |
| RA-2 (ENVISAT)     | Ku : 13,575 GHz | 320, 80 et 20 MHz  | 20 $\mu$ s          | 60 W            |
|                    | S : 3,2 GHz     | 160 MHz            |                     |                 |

Tableau 2-1 Caractéristiques du full deramp des différents altimètres étudiés

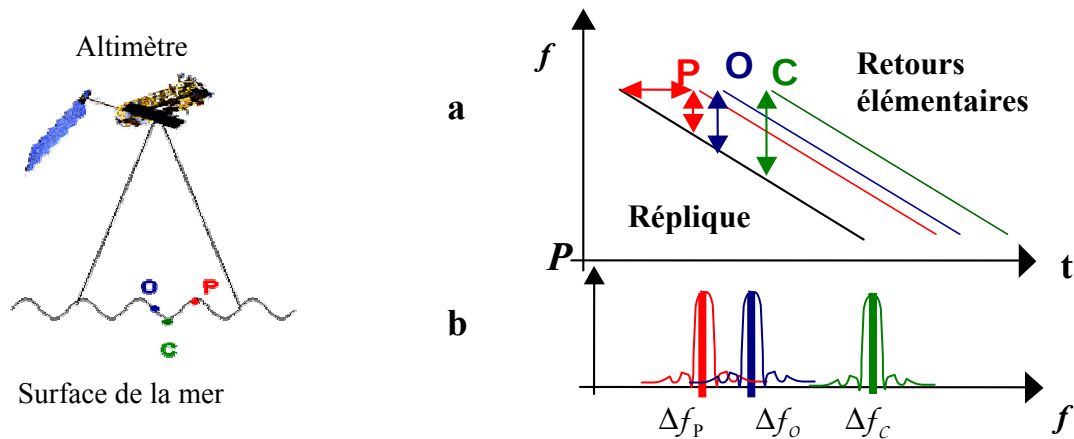
### 2.1.2. Traitement adapté

A son retour, le signal est multiplié par une réplique du signal émis et le produit est analysé en fréquence. Ce processus peut être vu comme un *filtre adapté* à l'écho radar, technique utilisée de manière classique en traitement du signal.

La puissance de l'écho réfléchi par un point de la cible en fonction de la fréquence est la *réponse impulsionnelle du filtre* (**Figure 2-1**). Elle est centrée sur l'écart en fréquence entre l'écho et la réplique du signal émis. Cette réponse impulsionnelle est un sinus

cardinal au carré. Le signal total renvoyé par la surface éclairée est la somme des impulsions qui reviennent de chaque surface élémentaire.

Pour illustrer sa formation, considérons trois surfaces de réflexions élémentaires situées sur le pic **P**, le milieu **O** et le creux **C** des vagues comme indiqué **Figure 2-1**. La position (en fréquence) des réponses impulsionnelles de ces trois réflecteurs est proportionnelle à la distance qui les sépare du satellite.



**Figure 2-1 Schéma de réflexion de l'onde radar sur trois points O, P et C**  
**a- Diagramme temps fréquence de la réception des échos des trois points**  
**b- Puissance reçue pour les fréquences correspondant aux points P, O et C**

L'écho d'une seule impulsion longue traitée par full deramp véhicule donc un ensemble d'informations de distance qui se traduit par un spectre étendu en fréquence d'après l'équivalence temps/fréquence/distance introduite par la compression d'impulsion (équation (2-1)).

Le signal est échantillonné avec un pas égal à sa *résolution* c'est à dire la distance minimale entre deux points pour que le radar les distingue l'un de l'autre. D'après l'équivalence temps/fréquence/distance, la résolution, comme l'échantillonnage peuvent être définis, en fréquence, en temps ou en distance :

La *résolution fréquentielle* est  $r_f = \frac{1}{T}$  (typiquement 10 kHz avec  $T = 100 \mu s$ ), la

*résolution temporelle* est  $r_t = \frac{T}{B} r_f = \frac{1}{B}$  (typiquement 3 ns avec  $B = 320 \text{ MHz}$ ) et la

*résolution distance* est  $r_D = \frac{2r_t}{c}$  (typiquement 45 cm). Cette résolution en distance est

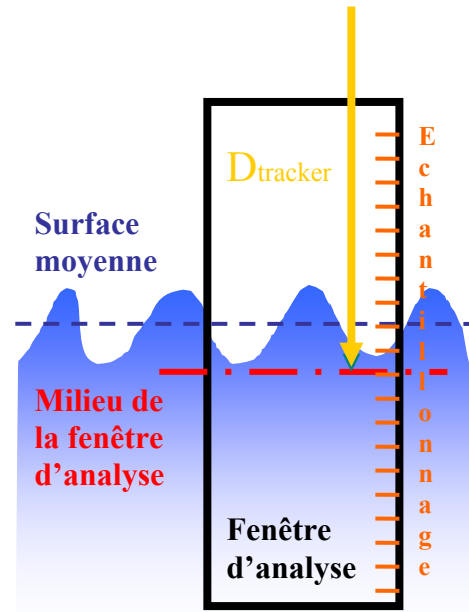
suffisamment faible pour permettre de mesurer la hauteur des vagues. Typiquement, des vagues de 2 m seront échantillonnées avec 4 points.

## 2.2. Le signal altimétrique

Pour tenir compte du relief local de la surface de réflexion, l'écho réfléchi est enregistrée sur 64 ou 128 échantillons avec un pas d'échantillonnage d'environ 45 cm en distance comme présenté ci-dessus. Le signal est donc enregistré dans une fenêtre de 15 ou 30 mètres de part et d'autre de la surface réfléchissante.

Cette fenêtre d'analyse (voir **Figure 2-2**) est positionnée grâce à un système de poursuite appelé *tracker* (voir partie 4 de ce chapitre).

Les variations en distance prévisibles sur une orbite sont de l'ordre de 15 km. Localement cette distance peut varier rapidement (jusqu'à 25 m/s sur mer et encore plus rapidement sur glace ou sur terre). Pour ne pas perdre l'information d'altitude d'une mesure à l'autre, la position de la fenêtre d'analyse est asservie en distance pour suivre au mieux les variations de distance. C'est la boucle de *poursuite distance* ou *Contrôle d'Altitude* (CA) du tracker.



**Figure 2-2 Principe d'acquisition du signal altimétrique**

De même, la puissance reçue fluctue rapidement d'une mesure à l'autre : elle peut varier jusqu'à 30 dB dans le cas d'une transition eau / glace par exemple. Un asservissement en puissance est donc nécessaire pour éviter de saturer certains composants. C'est la boucle de *poursuite puissance* ou *Contrôle Automatique de Gain* (CAG) du tracker.

Les échos acquis sont centrés en distance et en puissance dans les fenêtres d'analyse. Leur forme dépend de la zone éclairée comme nous allons le voir dans les parties suivantes.

## 2.3. Forme de l'écho et paramètres à estimer sur océan

La forme de l'écho altimétrique dépend de la surface sur laquelle l'onde radar se réfléchit. Au dessus de l'océan, l'écho altimétrique véhicule des informations précieuses sur l'état de la mer comme la hauteur des vagues ou la puissance du vent. Dans un premier paragraphe, nous présentons l'allure de l'écho qui revient de la surface de la mer, puis dans un deuxième paragraphe, les paramètres géophysiques à estimer sont présentés.

### 2.3.1. Forme d'onde sur océan

Le schéma de la Figure 2-3 décrit le processus de formation de l'écho réfléchi sur la mer. La puissance résultante est connue sous le nom de *forme d'onde*.

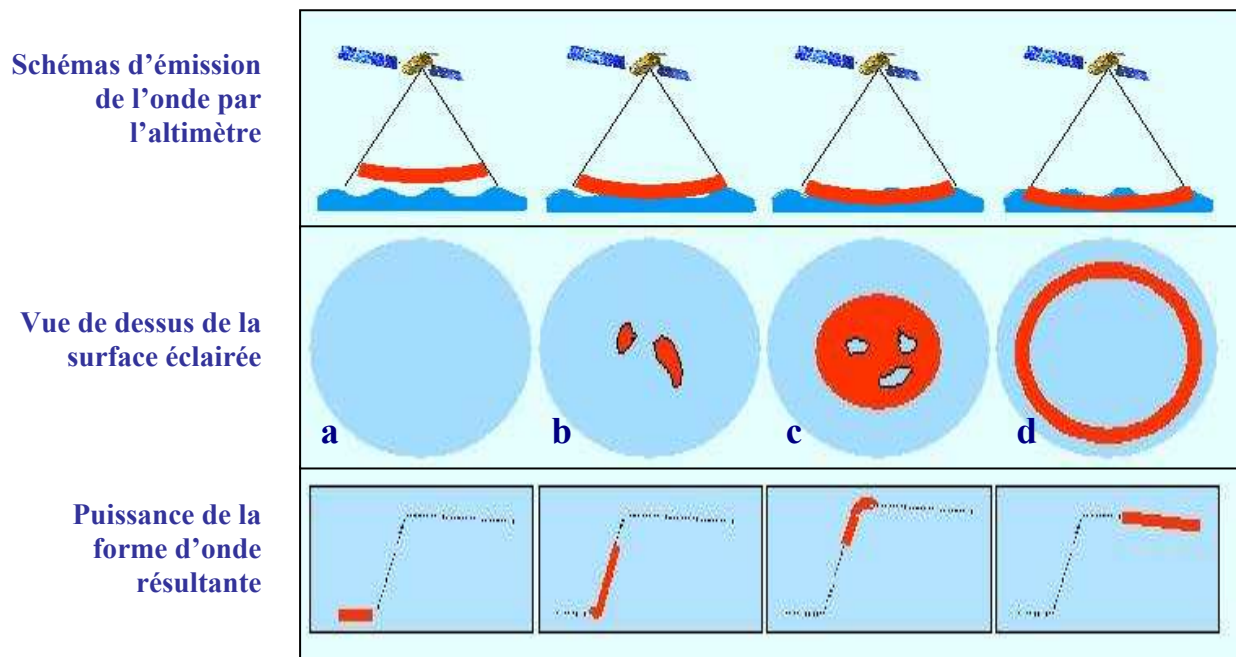
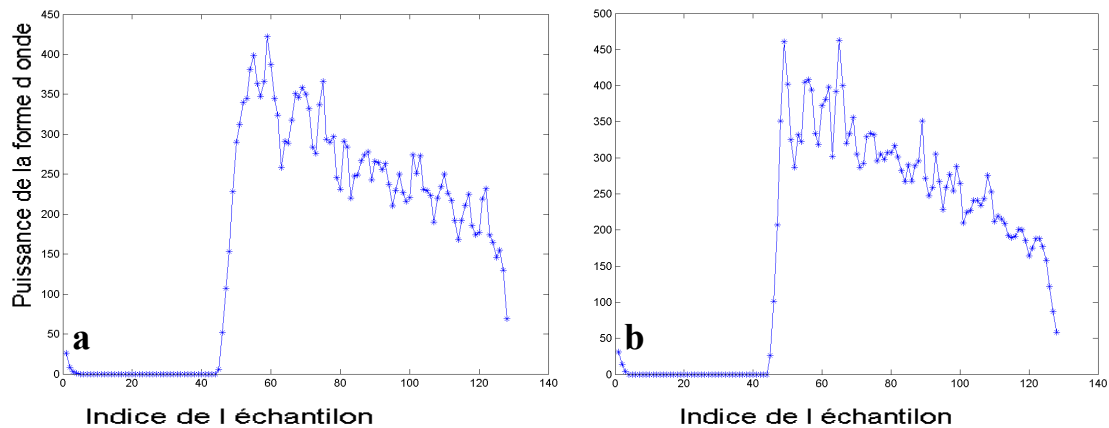


Figure 2-3: Schéma de formation des échos. a- Bruit thermique, b- Puissance réfléchie par la crête des vagues, c- Puissance réfléchie par le creux des vagues, d- Décroissance de la puissance renvoyée vers les bords de l'antenne.

Tant que l'onde émise par le radar n'est pas réfléchi par la surface de l'océan, l'antenne du radar fonctionne en passif, comme un radiomètre et ne reçoit que la puissance due au rayonnement naturel dans l'angle de visé de l'antenne : c'est le *bruit thermique* (voir partie 3.2.2) (a). Puis la puissance réfléchie par la crête des vagues situées au nadir s'additionne à ce bruit (b). Au fur et à mesure que l'onde se propage, le nombre de surfaces élémentaires réfléchissantes augmente et la puissance rétrodiffusée aussi. La surface illuminée, qui est circulaire, augmente linéairement

jusqu'à atteindre le creux des vagues (c). Le signal émis étant de durée limitée, la surface illuminée prend ensuite l'allure d'un anneau, de surface constante (voir paragraphe ci-dessous sur la tache au sol). Enfin, la puissance de l'écho décroît faiblement au cours du temps car le gain d'antenne décroît quand on s'éloigne du nadir (d).



**Figure 2-4 Formes d'onde RA-2 (ENVISAT) sur océan**  
**a- fortes vagues 11 points sur le front de montée, b- faibles vagues 5 points**

Les **Figure 2-4, a et b** montrent deux exemples de formes d'ondes réelles mesurées sur océan par l'altimètre RA-2 embarqué sur ENVISAT. Elles soulignent la différence entre une forme d'onde acquise pour des vagues fortes (**a**) et les vagues faibles (**b**). Le front de montée de la première étant constitué de plus de points que la seconde. Elles permettent aussi de voir que la forme décrite **Figure 2-3** est une représentation schématique à laquelle il faut ajouter l'influence du bruit de mesure qui sera détaillé plus loin.

### Tâche au sol

La distance verticale mesurée en altimétrie est une distance moyenne sur la surface interceptée par l'onde qui se réfléchit. L'impulsion courte émise vers la surface de l'océan est une onde sphérique focalisée par une antenne dans un angle solide de 1 à 2° ce qui constitue une antenne très directionnelle. Pour une altitude de 1000 km, le diamètre de la surface interceptée est d'environ 20 km. Dans [Chelton 1988], il est montré que la surface circulaire augmente jusqu'à ce que l'onde soit réfléchi par le creux des vagues puis elle devient annulaire et n'augmente plus. La *tâche au sol* est souvent définie comme la surface circulaire avant qu'elle ne devienne annulaire. Selon la hauteur des vagues, la surface éclairée au sol pourra avoir des dimensions très variables. Son diamètre va de 2 km pour des hauteurs de vagues nulles jusqu'à 11,7 km pour des hauteurs de vagues de 15 m. Les formes d'ondes sont donc représentatives des caractéristiques moyennes sur la tache illuminée. Ces

caractéristiques sont modélisés comme les paramètres océaniques présentés ci-dessous.

### 2.3.2. Paramètres océaniques

Compte tenu du processus de génération des échos ou *formes d'ondes*, on peut déduire certains paramètres de leurs propriétés géométriques. Ils sont schématisés Figure 2-5.

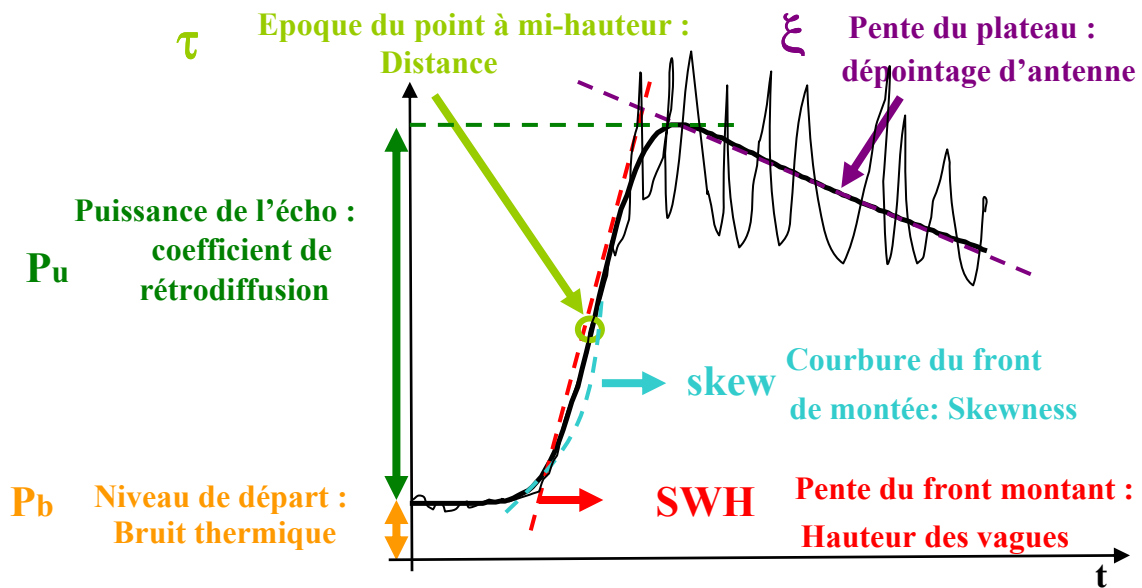


Figure 2-5 Schéma des paramètres géophysiques à extraire des caractéristiques de la forme d'onde théorique

**Pb Puissance de bruit thermique:** Le premier plateau de la forme d'onde représente son niveau de *bruit thermique* qui est le niveau de puissance reçu par l'altimètre lorsqu'il fonctionne en radar passif. (Remarque : Il est normalisé par la consigne automatique de gain (CAG) du tracker.)

**SWH Hauteur significative des vagues:** La puissance reçue par le radar augmente avec une pente liée à la différence de hauteur entre le creux et la crête des vagues. La *hauteur significative des vagues* ou *Significant Wave Height* est définie comme la moyenne de la hauteur crête à crête du tiers des vagues les plus hautes.

**skew Coefficient de skewness:** Selon la forme des vagues la pente du front de montée possède une courbure plus ou moins forte. Cette courbure est liée au *skewness* qui est l'asymétrie (ou moment d'ordre 3) de la répartition statistique de la hauteur des points spéculaires de la surface éclairée. Visuellement, l'axe de symétrie d'une densité de probabilité avec un skewness non nul est incliné par rapport à la verticale. Ce paramètre est détaillé dans [Kerbaol et Chapron 1999].

**τ L'époque du signal** est la correction d'estimation de la distance altimétrique faite par le tracker. C'est la position du point à mi-puissance de la forme d'onde par rapport au milieu de la fenêtre d'analyse. Il correspond à l'instant où l'onde arrive sur la *surface moyenne* éclairée. Il est défini comme l'instant auquel la puissance reçue est égale à la moitié de la puissance totale  $P_u$ .

**Pu Puissance** : La puissance de la forme d'onde augmente jusqu'à ce que le creux des vagues ait été éclairé par l'onde. A ce moment la puissance reçue est maximale. Cette puissance est la correction d'estimation du *coefficient de rétrodiffusion*  $\sigma_0$  faite par le tracker. Elle permet d'estimer la puissance du vent car moins il y a de vent, plus la surface de l'océan se comporte comme un miroir et plus elle renvoie d'énergie dans la direction du satellite ( $P_u$  élevé). Inversement, plus il y a du vent plus l'onde est diffusée dans d'autres directions que celle de l'antenne, d'où une puissance  $P_u$  plus faible.

**ξ Attitude ou dépointage**: La puissance reçue par les bords de l'antenne radar décroît avec le gain d'antenne de façon proportionnelle à la distance au nadir. Si l'antenne dévie de sa visée nadir, on peut calculer sa déviation appelée *dépointage* en calculant la pente du plateau. Cette pente peut être positive si le dépointage est fort.

### 3. Modélisation du signal

Pour traiter l'information portée par un signal, il est important de pouvoir le modéliser. Dans un premier temps, nous présentons les travaux connus dans la littérature pour décrire le modèle de l'écho dans le cas général. Dans un second temps, nous présentons le modèle actuellement retenu sur océan en détaillant sa composante déterministe liée aux paramètres géophysiques puis sa composante aléatoire due au bruit de mesure.

#### 3.1. Modèle général de l'écho radar

Le modèle de l'écho radar dépend des propriétés de la surface sur laquelle il s'est réfléchi ainsi que de la configuration de l'instrument utilisé. Il s'écrit comme la convolution des trois termes suivants illustrés par la **Figure 3-1**:

$$\bar{f}(t) = \text{FSR} \otimes R_1 \otimes p \quad (3-1)$$

FSR pour Flat Surface Response est définie comme la réponse du radar à une impulsion infiniment courte (dirac), envoyée sur une surface plate (modèle de mer sans vagues). C'est un échelon corrigé de l'effet d'antenne et de la rotondité de la Terre pour les points éloignés du nadir.

⊗

$R_I$  est la réponse impulsionnelle du radar (réponse temporelle du radar à une cible ponctuelle.)

⊗

$p$  est la densité de probabilité de hauteur des points spéculaires (supposée gaussienne dans le cas du modèle de Brown sur océan)

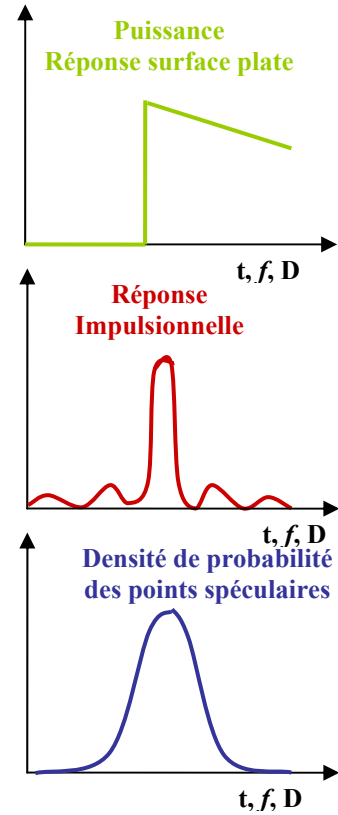


Figure 3-1 Termes de la convolution du modèle d'écho altimétrique

Ce modèle a fait l'objet de nombreuses études. Il a été développé à partir des travaux de [More et Williams 1957] qui décrivait la puissance rétrodiffusée par une surface rugueuse en incidence normale comme la convolution de l'onde émise et d'un terme dépendant du coefficient de retrodiffusion. En 1972, [Barrick 1972] l'écrit sous la forme d'une intégrale double dont [Barrick et Lipa 1985] montre qu'elle s'écrit comme une double convolution. La triple convolution est établie par [Brown 1977] pour former le modèle connu sur océan en intégrant la fonction de densité de probabilité des hauteurs. Ce modèle repris par [Hayne 1980] puis par [Rodriguez 1988] est toujours issu de cette convolution avec des modélisations plus fines de chaque fonction (voir plus loin).

Si l'onde émise était infiniment courte en direction d'une surface plate (modèle de mer sans vagues), l'écho altimétrique serait la fonction appelée  $FSR(t-\tau)$  pour *Flat Surface Response* proportionnel au coefficient de rétrodiffusion  $\sigma_0$ . Il est illustré par la **Figure 3-1 (haut)**, et correspond à une puissance revenant d'un seul coup à l'instant  $\tau$  lié à la distance altimétrique.

En fait, l'onde émise n'est pas infiniment courte et la réponse impulsionnelle du radar n'est pas un dirac mais un sinus cardinal au carré noté  $R_1(t) = \left[ \frac{\sin(\pi Bt)}{\pi Bt} \right]^2$  (voir partie 2.1 et illustration **Figure 3-1 (milieu)**). Si on note  $\otimes$  l'opérateur de convolution, l'écho peut être vu à ce stade comme :

$$f_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{FSSR}(\tau - t) R_1(\tau) d\tau = \text{FSSR} \otimes R_1 \quad (3-2)$$

On tient maintenant compte du fait que la surface de réflexion n'est pas plate mais qu'elle est composée de surfaces de réflexion situées de façon aléatoire à une distance  $z$  du radar. On note  $p(z)$  la densité de probabilité de hauteur des points spéculaires<sup>8</sup> (voir **Figure 3-1 (bas)**). D'après l'équivalence temps/distance définie plus haut:  $t = \frac{2z}{c}$ , le signal s'écrit comme l'intégration sur la distance verticale  $z$  de la réponse  $f_1(t)$  pour différentes valeurs de retard  $t - \frac{2z}{c}$  et où  $z$  prend des valeurs définies par  $p(z)$ :

$$\bar{f}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1\left(t - \frac{2z}{c}\right) p(z) dz = f_1 \otimes p \quad (3-3)$$

La combinaison des équations (3-2) et (3-3) conduit à la triple convolution (3-1).

Dans cette expression, il n'est pas tenu compte des déphasages aléatoires qui interviennent au moment de la réflexion sur les surfaces aléatoires et le modèle est par conséquent noté  $\bar{f}(t)$ , comme l'espérance du signal aléatoire  $f(t)$ :

$$\bar{f}(t) = E\{f(t)\} \quad (3-4)$$

La densité de probabilité  $p(f(t))$  du signal aléatoire  $f(t)$  est détaillée dans la partie 3.2.2 dans le cas des surfaces océaniques.

Nous venons de présenter l'expression de l'espérance du signal aléatoire qui constitue la partie utile du signal. Les parties suivantes précisent les modèles de signal et de bruit dans le cas d'un écho provenant d'une surface océanique.

### 3.2. Modèle de l'écho radar sur océan

Sur océan, la densité de probabilité des hauteurs peut être modélisée. Elle est approchée par une gaussienne et l'équation (3-1) peut alors être développée.

<sup>8</sup> La densité de probabilité  $p(z)$  vérifie la relation  $\int_{-\infty}^{\infty} p(z) dz = 1$ .

Plusieurs expressions analytiques de cette relation ont été décrites par [Brown 1977] puis par [Hayne 1980]. Le modèle de Hayne affine celui de Brown en développant la densité de probabilité de hauteurs à des ordres supérieurs. Il permet de mieux modéliser la surface de l'océan, en prenant en compte son moment d'ordre 3 appelé skewness (voir partie 2.3).

Nous présentons ce modèle, fonction des paramètres océaniques présentés plus haut.

### 3.2.1. Modèle du signal utile sur océan : le modèle de Hayne

Les calculs de la double convolution sont détaillés dans [Brown 1977], [Hayne 1980] ou [Amarouche 2001]. Le modèle utilisé est le suivant [Dumont 1985], [Zanifé et Demmou 1998] :

$$\bar{f}(t) = \frac{P_u}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{t - \tau - \alpha \sigma_c^2}{\sqrt{2} \sigma_c} \right) \right] \exp \left[ -\alpha \left( t - \tau - \frac{\alpha \sigma_c^2}{2} \right) \right] + P_b$$

Schématiquement, ce modèle est en  $(1 + \operatorname{erf}(t))$  où  $\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-x^2} dx$  est la *fonction erreur* qui modélise un front de montée progressif entre  $\operatorname{erf}(-\infty) = -1$  et  $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ . Ici le front de montée se fait entre la valeur du niveau de bruit thermique  $P_b$  et l'amplitude maximale  $P_u$  liée au vent. La pente du front de montée est inversement proportionnelle à la hauteur des vagues par l'intermédiaire de  $\sigma_c$ . Le milieu du front de montée est atteint lorsque l'abscisse est égale à  $\tau$ , l'époque estimée du retour de l'écho. La partie exponentielle négative correspond au second plateau, dont la pente de décroissance est associée à un paramètre  $\alpha$ .

Dans ce modèle, certaines constantes de dépendent pas des altimètres comme:

- $c$  : la vitesse de la lumière, ou
- $R_{\text{terre}}$  : le rayon de la Terre

D'autres constantes sont liées aux choix instrumentaux propres à chaque altimètre. Le tableau **Tableau 3-1** donne les valeurs associées à chacun d'eux :

- $D$  : l'altitude du satellite
- $\gamma = \frac{1}{2 \operatorname{Ln}(2)} \sin^2 \left( \frac{\theta_0}{2} \right)$  avec  $\theta_0$  : l'angle d'ouverture de l'antenne du radar
- $\sigma_p = \alpha_p r_t$  : la largeur de la Réponse Impulsionnelle du radar, proportionnel à la durée de l'impulsion courte par l'intermédiaire du coefficient  $\alpha_p$ .
- $r_t$  : la durée de l'impulsion courte.

- $\alpha = \frac{4c}{\gamma D \left(1 + \frac{D}{R_{\text{terre}}}\right)}$  : un coefficient prenant en compte la rotondité de la Terre.

| Mission  | $f_o$           | $\theta_0$ | $r_t$    | $\alpha_p$ | D       |
|----------|-----------------|------------|----------|------------|---------|
| TOPEX    | Ku : 13,6 GHz   | 1,1 °      | 3,125 ns | 0,513      | 1347 Km |
|          | C : 5,3 GHz     | 2,7 °      |          |            |         |
| POSEIDON | Ku              | 1,1 °      | 3,125 ns | 0,513      | 1347 Km |
| JASON    | Ku              | 1,28 °     | 3,125 ns | 0,513      | 1347 Km |
|          | C               | 3,20 °     |          |            |         |
| ERS      | Ku : 13,8 GHz   | 1,3 °      | 3,03 ns  | 0,53       | 800 Km  |
| ENVISAT  | Ku : 13,575 GHz | 1,29 °     | 3,125 ns | 0,53       | 800 Km  |
|          | S : 3,2 GHz     | 5,5 °      |          |            |         |

Tableau 3-1 Caractéristiques des différents altimètres étudiés utiles pour le modèle de Hayne

Les caractéristiques que l'on cherche à estimer sont :

- $P_b$  : la puissance du bruit thermique (constante additive du premier plateau)
- $\tau$  : l'époque estimée du retour de l'écho (milieu du front de montée)
- $P_u$  : la puissance de l'écho (amplitude de l'écho)
- $\sigma_c^2 = \sigma_s^2 + \sigma_p^2$  : la variance liée à la

Hauteur de vagues SWH par l'équation  $\sigma_s = \frac{SWH}{2c}$  et tenant compte de la largeur de la réponse impulsionnelle.

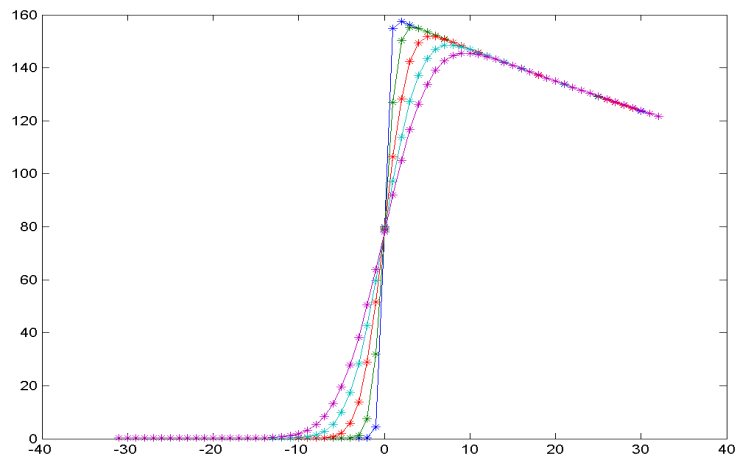


Figure 3-2 Modèle de Hayne pour 5 valeurs de SWH  
 $P_u = 160u$ ,  $\tau = 0$ ,  $P_b = 1,3$  et courbe bleue : SWH=0,  
 verte : SWH = 2m, rouge : SWH = 4m, cyan : SWH = 6m,  
 violette : SWH = 8m

Dans le cas où le satellite ne vise pas exactement au nadir, l'erreur de pointage  $\xi$  peut être pris en compte. Dans ce cas, il faut remplacer  $P_u$  par  $P_u e^{-\frac{4}{\gamma} \sin^2 \xi}$  et  $\alpha$  par  $\alpha \left( \cos(2\xi) - \frac{\sin^2(2\xi)}{\gamma} \right)$ .

Ce modèle donne donc une relation entre l'époque, la hauteur de vagues, et la puissance rétrodiffusée. La **Figure 3-2** donne un exemple du modèle pour différentes hauteurs de vagues.

### 3.2.2. Modèle du signal mesuré sur océan

Nous avons vu que le modèle général de l'écho altimétrique était aléatoire. L'expression de son espérance vient d'être développée et constitue le modèle de signal de l'écho. Nous avons besoin de connaître complètement le signal et notamment les fluctuations aléatoires de chaque échantillon autour de son espérance qui définissent le modèle du bruit sur la mesure. Il est dû à deux phénomènes aléatoires que nous allons décrire : le *speckle* et le *bruit thermique*. Nous établissons ici le modèle de bruit total dans le cas d'une surface océanique. Compte tenu des traitements appliqués pour former les échos altimétriques, nous allons montrer que les deux bruits peuvent être modélisés par une même variable. Cette modélisation est habituellement utilisée dans les simulations mais il n'était pas établi clairement que le modèle de bruit contient également le bruit thermique.

#### Bruit de scintillement sur la mesure : le speckle

Lorsqu'on observe la surface de la mer au soleil, on perçoit un scintillement aléatoire qui est dû à la multitude de petites surfaces réfléchissantes de la surface de l'eau. Ce phénomène fascinant existe aussi lorsque les ondes du radar altimètre se réfléchissent sur ces surfaces. Il est appelé *speckle*. C'est lui qui donne son caractère aléatoire aux échos altimétriques et il agit comme un bruit de mesure sur les échos acquis par le radar.

#### Autre bruit affectant la mesure : le bruit thermique

Lorsque l'altimètre enregistre la puissance réfléchie, un bruit perturbateur s'ajoute à la mesure c'est le *bruit thermique*. Il provient de deux sources : du rayonnement émis par la surface de la Terre et du bruit créé par le radar lui-même. Le rayonnement de la Terre correspond à une température apparente dans les bandes de fréquence radar (température de brillance) qui varie selon la nature du sol. Quand au bruit créé par le

radar lui-même, il est fonction de la température physique de l'appareil et des pertes instrumentales.

#### Bruit sur les formes d'ondes individuelles

Nous établissons que le bruit thermique et le speckle peuvent se modéliser par la même variable aléatoire  $b(t)$  gaussienne d'écart type unitaire dans la formulation du signal  $f(t)$  qui est lié à son espérance  $\bar{f}(t)$  par la relation suivante :

$$f(t) = \bar{f}(t) \left( 1 + \frac{b(t)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} \right) \quad (3-5)$$

Ce modèle de bruit multiplicatif est inspiré des travaux de [Ulaby et al. 1982]. Il est établi pour un radar « impulsion courte » alors que l'altimètre utilise des impulsions longues (modulées en fréquence) mais la technique de compression d'impulsion permet d'appliquer ce modèle dans le domaine spectral et d'avoir une totale équivalence entre la fréquence et le temps. On l'établit en étudiant la variabilité aléatoire à différents niveaux de traitement depuis la réflexion de l'onde sur les facettes élémentaires jusqu'à la somme des modules carrés d'échos individuels<sup>9</sup>.

Chaque écho mesuré est l'intégration de signaux réfléchis par un grand nombre de surfaces élémentaires orientées dans des directions différentes. Le signal total reçu est donc la somme des signaux élémentaires de module et de phase aléatoire. C'est un signal complexe. On le note  $R$  et on note  $X$  et  $Y$  ses parties réelles et imaginaires telles que :

$$R = X + jY$$

La taille des surfaces élémentaires est de l'ordre du  $\text{cm}^2$  et la tache au sol des altimètres est de l'ordre du  $\text{km}^2$ , on peut donc considérer que la somme est effectuée sur un grand nombre de surfaces. Le théorème central limite s'applique à la partie réelle et à la partie imaginaire du signal complexe reçu ce qui permet de faire l'hypothèse que ces deux variables sont gaussiennes centrées, de même variance et décorréliées l'une de l'autre.

A ce signal complexe s'ajoutent les composantes du bruit thermique. Le bruit thermique est un bruit blanc gaussien complexe<sup>10</sup> de densité spectrale égale à  $K_B T_{\text{eq}}$  où  $K_B$  est la constante de Boltzmann et  $T_{\text{eq}}$  est la *température équivalente de bruit au récepteur*, somme de la température d'antenne et de la température équivalente de la

---

<sup>9</sup> Réalisé en estimant la puissance par le module carré de la TF du full deramp.

<sup>10</sup> Rappelons que le traitement par *full deramp* conduit à une Transformée de Fourier qui est un signal complexe.

chaîne de réception [CNES 1998]. Soient  $X_b$  et  $Y_b$  le bruit gaussien sur chacun des capteurs. Le signal complexe total s'écrit alors :

$$R_{\text{tot}} = (X + X_b) + j(Y + Y_b)$$

La somme de deux gaussiennes indépendantes l'une de l'autre est aussi une gaussienne. Donc les composantes réelles et imaginaires du signal complexe intégrant les deux types de bruits sont aussi gaussiennes.

Les *échos altimétriques individuels* correspondent à la puissance du signal  $R_{\text{tot}}$  qui est le meilleur estimateur d'un signal à fréquence pure à phase aléatoire équirépartie (détection incohérente) [Kay 1998] c'est-à-dire à :

$$S = (X + X_b)^2 + (Y + Y_b)^2$$

La loi de probabilité de la somme du carré de deux gaussienne est une *loi exponentielle* de valeur moyenne  $\bar{S}$  d'où :

$$p(S) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{S}} e^{-\frac{S}{\bar{S}}} & \text{si } \bar{S} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \bar{S} < 0 \end{cases}$$

Une propriété de cette loi est que sa valeur moyenne est égale à son écart type  $\sigma(\bar{S}) = \sqrt{E\{\bar{S}^2\} - E\{\bar{S}\}^2} = \bar{S}$ . Le signal reçu est aléatoire mais on connaît sa moyenne et la loi de probabilité qui le régit.

### **Bruit sur la forme d'onde moyennée**

La puissance mesurée sur chaque échantillon prend des valeurs aléatoires suivant une loi de probabilité exponentielle. Elle est donc très bruitée. Pour réduire les fluctuations et connaître la puissance provenant d'une zone donnée, les puissances individuelles sont moyennées temporellement par paquet de  $N_{\text{burst}}$ .

On montre que ce traitement est le meilleur au sens du maximum de vraisemblance pour estimer le signal. Il est non biaisé et son écart type est  $\sigma(\hat{\bar{S}}) = \sqrt{E\{\hat{\bar{S}}^2\} - E\{\hat{\bar{S}}\}^2} = \frac{\bar{S}}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$ . En effet, si les échos individuels sont indépendants,

la vraisemblance de  $N_{\text{burst}}$  échos individuels s'écrit :

$$p(S/\theta) = \prod_{i=1}^{N_{\text{burst}}} \frac{1}{\bar{S}_i(\theta)} \exp\left(-\frac{S_i}{\bar{S}_i(\theta)}\right)$$

Qui s'annule pour  $f = \hat{S}$  moyenne de  $N_{\text{burst}}$  échos individuels. L'écho résultant ou forme d'onde 20Hz (2000Hz/100) ou 18Hz (1800Hz/100) telle qu'elle est utilisée pour les estimations de paramètres est :

$$f = \hat{S} = \frac{1}{N_{\text{burst}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{burst}}} S_i$$

Dans le cadre d'une étude ESA, et pour la première fois, des séries d'échos individuels avant moyennage sont désormais régulièrement envoyés dans la télémessure de l'altimètre d'ENVISAT (le mode dans lequel fonctionne alors l'altimètre est dit mode BURST). La **Figure 3-3** représente, sur six vignettes, un même écho individuel  $S_i$  de la mission ENVISAT. Pour chaque vignette, on a superposé l'écho correspondant à différents nombres  $N_{\text{burst}}$  d'échos moyennés sur le paquet de 100 échos dont fait partie  $S_i$ . Les six figures correspondent dans l'ordre à la moyenne de : 2 échos choisis à un rythme de un sur 50, 5 si on en prend un sur 20, 10 pour un sur 10, et ainsi de suite jusqu'à la vignette correspondant à l'écho 18Hz tel qu'il est habituellement enregistré dans la télémessure et qui correspond à  $N_{\text{burst}} = 100$ . Ainsi, on peut voir comment le bruit est réduit en fonction du nombre d'échos considérés.

Ces échos individuels, dont  $S_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  récurrence, sont enregistrés à un rythme appelé *Pulse Repetition Frequency* (PRF). La densité de probabilité de la somme de ces échos est une loi Gamma et peut être approchée par une loi gaussienne d'après le théorème central limite pour  $N_{\text{burst}}$  suffisamment grand. Les travaux de [Ulaby et al. 1982] montrent que cette approximation est suffisante pour la valeur de  $N_{\text{burst}} = 86$  ou 100 couramment utilisées en bande Ku. Les échantillons de la forme d'onde suivent donc une loi gaussienne de moyenne  $\bar{f}$ . L'écart type des échos résultant est alors  $\frac{\bar{f}}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$  dans la limite de décorrélation des échos individuels qui sera étudiée plus

loin. Chaque forme d'onde peut donc s'écrire comme le produit d'une forme d'onde moyenne et d'un terme de bruit :

$$f(t) = \bar{f}(t) \left( 1 + \frac{b(t)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} \right) \quad (3-6)$$

où  $b$  est approximée par une variable aléatoire gaussienne centrée et d'écart type 1.

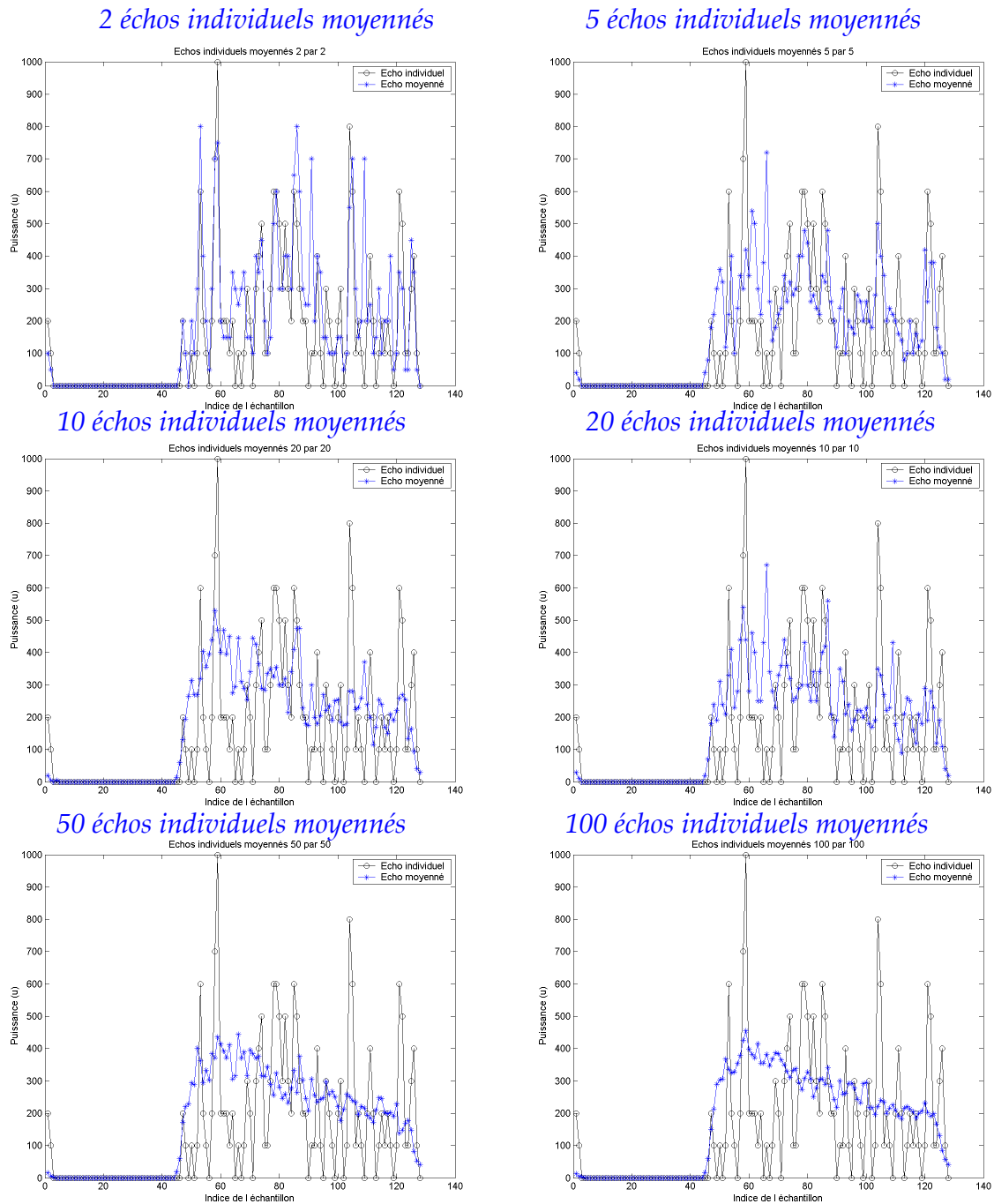


Figure 3-3 L'écho  $f$  (astérisques bleues) est la moyenne de 2, 5, 10, 20, 50 ou 100 échos individuels  $S_i$  (le premier d'entre eux sur le paquet est représenté en cercles noirs).

### 3.2.3. Réduction de bruit par sommation d'échos individuels et corrélation

L'étape d'acquisition par analyse de spectre assure un prétraitement de l'information par moyenne des spectres d'échos correspondant à  $N_{\text{burst}}$  récurrences consécutives

de façon à diminuer le bruit. Pour que la somme de  $N_{\text{burst}}$  échos individuels se traduise par une division de l'écart type du bruit par  $\sqrt{N_{\text{burst}}}$ , il faut que le bruit de mesure sur les  $N_{\text{burst}}$  échos soit décorrélé.

Des études ([Amarouche 2001], [Walsh 1982]) ont montré que cette décorrélation est assurée pour une PRF inférieure à un terme dépendant de la distance ( $r$ ) d'un point de la surface illuminée par rapport au nadir, de l'altitude ( $D$ ) de l'altimètre, de sa vitesse réelle ( $V$ ) et de la longueur d'onde dans laquelle il émet ( $\lambda_0$ ) :

$$\text{PRF} \leq 4 \frac{r}{D} \frac{V}{\lambda_0}$$

La PRF optimale pour décorréler le bruit sur les échos est donc d'autant plus grande que le point considéré est loin du nadir ( $r$  grand). Elle dépend donc de l'indice d'échantillon considéré. Elle dépend également de la hauteur des vagues car la tâche au sol est d'autant plus grande que la hauteur des vagues est élevée ([Chelton 1988] et voir paragraphe 2.3.1 de ce chapitre). [Walsh 1982] propose une formulation analytique de la PRF optimale pour décorréler les échos. Cette formulation est inversement proportionnelle à la racine carrée de la hauteur des vagues. Il conclut que le rythme de PRF devrait être adaptatif et variable selon la hauteur des vagues.

En pratique, ce n'est pas ce qui est fait et la PRF est constante pour chaque mission altimétrique. Elle est choisie pour que la décorrélation soit assurée pour la porte milieu du front de montée et pour les hauteurs de vagues les plus fréquentes (2 mètres). Le rythme de répétition des échos (PRF) est de l'ordre de 2000 échos par seconde (voir tableau 1.1 Chapitre 3) c'est à dire que deux impulsions successives sont faites (au nadir) à 3,5 m d'intervalle car la vitesse du satellite ramenée au sol ( $V$ ) est de l'ordre de 7 km/s.

Ce choix est considéré comme optimal pour les conditions nominales de l'acquisition des échos.

Cette partie nous a permis de fixer le modèle théorique des échos altimétrique en détaillant les hypothèses nécessaires à certaines simplifications. Ce modèle sera utilisé par la suite pour établir théoriquement les traitements appliqués aux échos réels.

## 4. Méthode classique d'estimation des paramètres

Les altimètres sont en orbite à une distance de l'ordre du millier de kilomètres de la terre. Nous avons vu que pour enregistrer l'écho altimétrique au niveau de la surface de la mer, une première estimation de cette hauteur était effectuée de façon à centrer le signal dans la fenêtre d'analyse. C'est l'étape de *poursuite du signal* ou *tracker*. De

façon générale cadrer le signal dans une fenêtre d'analyse revient à faire une première estimation des paramètres altimétriques notée  $\theta_{\text{tracker}}$ .

Selon qu'on considère les altimètres américains ou les altimètres européens, les philosophies d'estimation sont différentes. Les premiers sont basés sur un *tracker* qui s'adapte à la surface observée en utilisant des abaques de hauteur de vagues pour tenir compte de la pente de l'écho et le centrer de façon très précise. Dans ce cas il n'y a qu'une étape d'estimation et  $\theta = \theta_{\text{tracker}}$ . Pour les autres altimètres, l'estimation se fait en deux temps : un premier temps de poursuite (*tracker*) pour centrer approximativement l'écho dans une fenêtre d'analyse, puis un second temps d'estimation plus fine basée sur un estimateur bayésien appelé *retracking*. Un vecteur de paramètre  $\theta$  sera dans ce cas, la somme de son estimation par le tracker et par le retracking  $\theta_{\text{rtk}}$  c'est à dire :

$$\theta = \theta_{\text{tracker}} + \theta_{\text{rtk}}$$

Dans cette partie, les deux techniques seront présentées brièvement.

#### 4.1. Principe de la poursuite du signal par le tracker

Les altimètres américains des missions SEASAT, GEOSAT et TOPEX, estiment les paramètres de façon très précise dès l'étape du tracker. Les échos sont ajustés en puissance et en distance dans la fenêtre d'analyse en prenant en compte la nature des vagues de la surface éclairée. Les formes d'ondes résultantes sont très bien alignées avant l'étape de sommation des échos individuels et l'estimation des paramètres est basée sur la mesure des propriétés géométriques de l'écho. La contrepartie à ces mesures très peu bruitées est qu'elles sont artificiellement corrélées entre elles par le système de poursuite. L'algorithme de poursuite est détaillé dans [Marth et al. 1993] et [Zieger et al. 1991] et repris dans [Amarouche 1994].

Au contraire, pour les altimètres européens des missions POSEIDON, JASON, ERS, ENVISAT, l'étape d'estimation des paramètres se fait en deux temps. Le tracker, moins précis que celui de TOPEX, ne tient pas compte de la hauteur des vagues au moment de la mesure ce qui rend la mesure de distance associée moins précise. Un second algorithme le complète pour estimer l'erreur commise. Ce choix assure la décorrélation entre les estimations successives.

## 4.2. Technique actuelle d'estimation des paramètres

L'estimation fine après positionnement de la fenêtre d'analyse a été développée pour les altimètres européens puisque leur tracker n'est pas conçu pour assurer une précision suffisante sur les paramètres. Néanmoins, les formes d'ondes sont présentes dans la télémessure de tous les altimètres et il est possible d'appliquer cet algorithme y compris sur les échos type GEOSAT ([Hayne et Hancock 1990] ou TOPEX [Brenner et al. 1993], [Rodriguez et Martin 1994], [Zanifié et al. 2003]). C'est aussi ce qui est fait pour toutes les applications non océanographiques de l'altimétrie ([Legresy 1995], [Berry et al. 1997]).

La technique actuellement utilisée a été développée par [Dumont 1985] et elle existe sous différentes formes qui sont toutes à peu près équivalentes d'après la comparaison présentée dans [Dumont et Zanifié 1996]. C'est une méthode paramétrique basée sur la connaissance *a priori* d'un modèle et d'une *estimation de Maximum de Vraisemblance* ou MLE (*Maximum Likelihood Estimator*). Elle consiste à trouver le vecteur de paramètres qui minimise l'écart entre l'écho mesuré et une fonction des paramètres qui est le modèle de Hayne dans le cas océanique.

Le vecteur composé de  $M$  paramètres à estimer est noté  $\theta$ . Il s'agit des paramètres présentés dans la partie 2.3 de ce chapitre. C'est à dire la puissance de la forme d'onde  $P_u$ , l'époque  $\tau$ , la hauteur des vagues SWH, leur asymétrie skew, le niveau de bruit thermique  $P_b$ , le dépointage  $\xi$ . En général, les paramètres  $P_b$ , et  $\xi$  sont estimés séparément par simples régressions linéaires. En pratique  $M$  est égal à 3, 4 ou 5 et  $\theta = [P_u, \tau, SWH]^T$ ,  $\theta = [P_u, \tau, SWH, \xi]^T$  ou  $\theta = [P_u, \tau, SWH, \xi, skew]^T$  mais nous ne considérerons que le cas où  $\theta = [P_u, \tau, SWH]^T$ .

L'écho altimétrique mesuré est noté  $\mathbf{f}$  et appartient à  $\mathbb{R}^{1 \times K}$  dont le terme générique est  $\mathbf{f}_k = f(k)$ , le  $k^{\text{ième}}$  échantillon de l'écho soit :

$$\mathbf{f} = [f_1 \quad \dots \quad f_k \quad \dots \quad f_K]$$

Le modèle de Hayne, fonction de  $\theta$ , est noté  $\bar{\mathbf{f}} \in \mathbb{R}^{1 \times K}$ . C'est l'espérance de  $\mathbf{f}$ .

$$\bar{\mathbf{f}} = [\bar{f}_1 \quad \dots \quad \bar{f}_k \quad \dots \quad \bar{f}_K]$$

La forme d'onde utilisée pour le retracking est la moyenne de  $N_{\text{burst}}$  échos individuels. Comme les bruits sur les échantillons sont des variables aléatoires supposées indépendantes, la fonction de vraisemblance est donc égale au produit des probabilités de chacune d'elle.

La fonction de vraisemblance de  $\mathbf{f}$  sachant  $\boldsymbol{\theta}$  sur la matrice de mesure est le produit de K densités de probabilité exponentielles :

$$p(\mathbf{f} / \boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta})} \exp\left(-\frac{f_k}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta})}\right)$$

L'estimation par maximum de vraisemblance des composantes  $\theta_m$  de  $\boldsymbol{\theta}$  est obtenue en annulant le gradient de cette fonction.  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  est la solution de l'équation:

$$\sum_{k=1}^K \frac{1}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}_m)} \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial \theta_m}(\boldsymbol{\theta}_m) \left(1 - \frac{f_k}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}_m)}\right) = 0 \quad (4-1)$$

L'équation (4-1) se met sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{D} \hat{\mathbf{B}}^T = 0 \quad (4-2)$$

Où  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{M \times K}$  est la matrice de dérivées pondérées du modèle de Hayne et  $\hat{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{1 \times K}$  la matrice de résidus dont les termes génériques sont respectivement, d'après l'équation (3-6):

$$D_{mk} = \frac{1}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}_m)} \left( \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial \theta_m} \right) \text{ et } \hat{B}_k = \frac{1}{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta})} (f_k - \bar{f}_k(\boldsymbol{\theta})) = \frac{b_k}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$$

En développant en série de Taylor la fonction de coût  $C(\boldsymbol{\theta}) = \text{grad}[\ln(p(\mathbf{f} / \boldsymbol{\theta}))]$  autour de  $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$ , on trouve la solution itérative suivante [Dumont 1985] pour le rang i :

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - (\mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{D} \hat{\mathbf{B}}^T \quad (4-3)$$

où les matrices  $\mathbf{D}$  et  $\hat{\mathbf{B}}$  sont calculées pour les valeurs de  $\boldsymbol{\theta}_i$  propres à chaque itération i. Pour alléger les notations, nous ne mettons pas d'indice à ces matrices pour exprimer la valeur de  $\boldsymbol{\theta}_i$  à laquelle elles sont estimées mais ces matrices changent à chaque itérations i.

Dans la solution à laquelle on aboutit en (4-3), les éléments des matrices  $\mathbf{D}$  et  $\hat{\mathbf{B}}$  sont pondérés par la valeur du modèle  $\bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta})$  en chaque échantillon.

Dans la suite du document, nous souhaitons appliquer le retracking tel qu'il est couramment utilisé de façon opérationnelle pour rester cohérents avec les traitements habituels.

En pratique, l'algorithme couramment utilisé est différent. En effet le même poids  $P_u$  est donné à tous les points d'une forme d'onde donnée. L'équation d'estimation s'écrit alors pour le rang i :

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - (\tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{B}}^T \quad (4-4)$$

Où  $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{M \times K}$  est la matrice de dérivées et  $\tilde{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{I \times K}$  la matrice de résidus dont les termes génériques sont :

$$\tilde{D}_{mk} = \frac{1}{P_u} \left( \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial \theta_m} \right) \text{ et } \tilde{B}_k = \frac{1}{P_u} (\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}) - f_k)$$

Nous montrons ici que le choix de  $P_u$  n'a aucune importance dans l'estimation des paramètres, en effet :

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - (P_u \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T P_u)^{-1} P_u \tilde{\mathbf{D}} P_u \tilde{\mathbf{B}}^T = \boldsymbol{\theta}_i - (\tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{B}}^T$$

Ainsi on peut écrire :

$$\tilde{D}_{mk} = \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial \theta_m} \quad \text{et} \quad \tilde{B}_k = \bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}) - f_k = \frac{\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta})}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$$

Cet algorithme itératif est initialisé aux valeurs nominales des paramètres et converge en moins d'une dizaine d'itérations.

Historiquement, l'estimateur MLE est donc ramené à une résolution par moindres carrés itératifs.

### 4.3. Etude du bruit de mesure sur les estimations

Dans cette partie, nous établissons théoriquement l'ordre de grandeur du bruit de mesure lié au speckle sur les échos. Cela passe par un calcul théorique des variances et covariances des paramètres estimés par le retracking.

Nous allons, pour cela, calculer la matrice de covariance de l'estimateur par moindres carrés (ou retracking). Cette matrice est calculée dans le cas de l'estimateur optimal dans [Dumont 1985]. Ici, nous la calculons dans le cas de l'estimateur réellement appliqué et présenté Chapitre 2. L'expression de l'erreur  $d\boldsymbol{\theta}$  entre les paramètres estimés  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  et les paramètres réels  $\boldsymbol{\theta}$  est :

$$d\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} = (\tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{B}}^T \quad (4-5)$$

Les termes du vecteur de résidus  $\tilde{\mathbf{B}}$  choisis à la vraie valeur (théorique) de  $\boldsymbol{\theta}$  sont  $\tilde{B}_k = \bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}) \frac{b_k}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$ . L'espérance de cette erreur est nulle car l'espérance de  $\tilde{\mathbf{B}}$  est nulle

donc l'estimation est non biaisée.

La matrice de covariance du vecteur de paramètre est donc :

$$\text{cov}(\theta) = E\{\mathbf{d}\theta \mathbf{d}\theta^T\} \quad (4-6)$$

Soit la matrice diagonale dont les termes diagonaux sont les termes de la partie utile

de l'écho :  $\begin{bmatrix} \bar{f}_1(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{f}_K(\theta) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{K \times K}$ . La matrice de covariance du bruit est alors :

$$E\{\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{B}}^T\} = \frac{1}{N_{\text{burst}}} \begin{bmatrix} \bar{f}_1^2(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{f}_K^2(\theta) \end{bmatrix}.$$

Et la matrice de covariance des paramètres devient:

$$\text{cov}(\theta) = \frac{1}{N_{\text{burst}}} (\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \begin{bmatrix} \bar{f}_1^2(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{f}_K^2(\theta) \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}^T (\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \quad (4-7)$$

Si les paramètres à estimer sont  $P$  la puissance,  $\tau$  l'époque et  $\text{SWH}$  la hauteur de vagues, on note  $\theta = [P_u, \tau, \text{SWH}]^T$ . La matrice de covariance des paramètres estimés est une matrice symétrique de  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$  notée :

$$\text{cov}(\theta) = \begin{pmatrix} \sigma_{dp}^2 & \sigma_{dPd\tau}^2 & \sigma_{dPd\text{SWH}}^2 \\ \sigma_{dPd\tau}^2 & \sigma_{d\tau}^2 & \sigma_{d\text{SWH}d\tau}^2 \\ \sigma_{dPd\text{SWH}}^2 & \sigma_{d\text{SWH}d\tau}^2 & \sigma_{d\text{SWH}}^2 \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

Les termes diagonaux  $\sigma_{dp}^2$ ,  $\sigma_{d\tau}^2$  et  $\sigma_{d\text{SWH}}^2$  sont les variances des erreurs sur  $P$ ,  $\tau$  et  $\text{SWH}$  définis par l'équation (4-6). Et les termes non diagonaux sont les covariances. Par exemple  $\sigma_{d\text{SWH}d\tau}^2$  est la covariance de  $d\tau$  par rapport à  $d\text{SWH}$ , (les autres combinaisons sont définies de même par analogie) :

$$\sigma_{d\text{SWH}d\tau}^2 = E\{(\tau - \hat{\tau})(\text{SWH} - \hat{\text{SWH}})\}$$

Dans cette expression de la matrice de covariance, nous soulignons deux points importants :

- Elle est proportionnelle à  $\frac{1}{N_{\text{burst}}}$ , la variance des échantillons de l'écho à partir duquel est faite l'estimation.
- Elle n'est pas diagonale donc les erreurs d'estimation des paramètres sont corrélées entre elles.

#### 4.4. Variances théoriques des paramètres

Dans l'équation ( 4-7), tous les termes sont connus car le modèle de Hayne peut être modélisé ainsi que ses dérivées par rapport à chacun des trois paramètres ([Dumont 1985]). La formulation analytique de la matrice  $\tilde{\mathbf{D}}$  est donc connue ainsi que les termes de la matrice diagonale  $E\{\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{B}}^T\}$ . Le calcul numérique de l'équation ( 4-7) est effectué pour  $N_{\text{burst}} = 86$  et 172 pour différentes valeurs de hauteurs de vagues entre 25 cm et 8 mètres par pas de 25 cm.

Les termes diagonaux supérieurs de la matrice issus de ce calcul (racine carrée de l'équation ( 4-8)) sont représentés sur la Figure 4-1 pour différentes valeurs de hauteur de vagues entre 25 cm et 8 m.

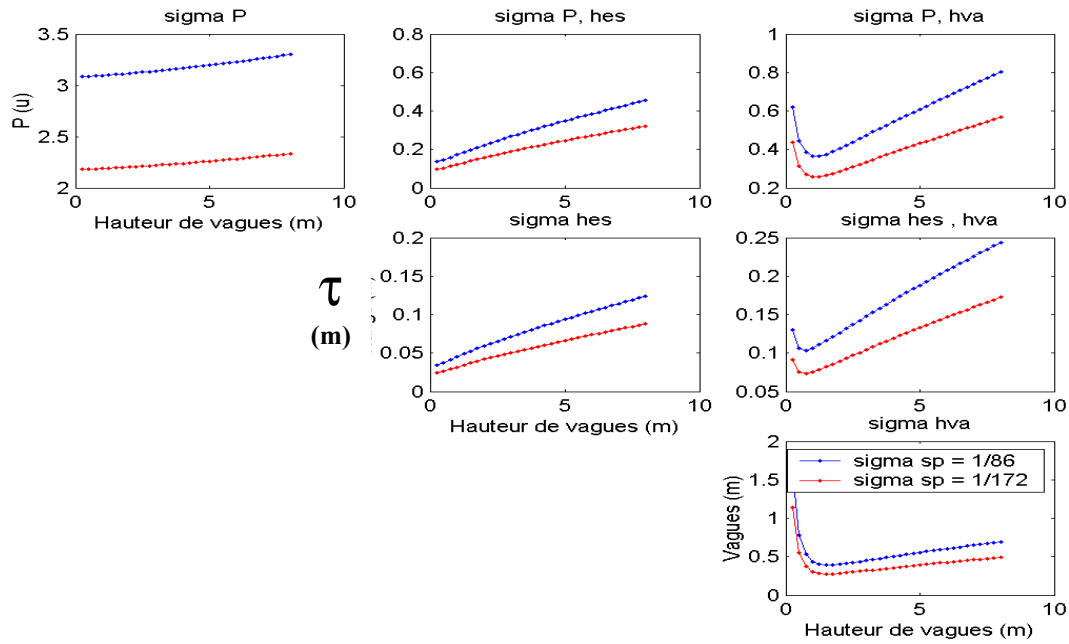


Figure 4-1 Racine carrée de la matrice de covariance des paramètres en fonction de la hauteur des vagues de 25 cm à 8 m. Variance du bruit de speckle des courbes rouges (1/172 u) 2 fois plus faible que pour les courbes bleues (1/86 u)

Les termes non diagonaux de covariance entre les paramètres seront étudiés plus loin. Les termes diagonaux (variance des paramètres) sont présentés dans le Tableau 2 pour cinq valeurs de hauteurs de vagues (SWH).

| $N_{burst} = 86$ | $\sigma_{dp}$ | $\sigma_{dSWH}$ | $\sigma_{dt}$ |
|------------------|---------------|-----------------|---------------|
| SWH = 1 m        | 3 u           | 43,5 cm         | 4,5 cm        |
| SWH = 2 m        | 3,1 u         | 40 cm           | 5,9 cm        |
| SWH = 4 m        | 3,16 u        | 50 cm           | 8,15 cm       |
| SWH = 6 m        | 3,22 u        | 60 cm           | 10,4 cm       |
| SWH = 8 m        | 3,3 u         | 69,3 cm         | 12,4 cm       |

**Tableau 2 Ecart type sur les paramètres dus au bruit sur les échos.**

Comparons ces résultats avec les niveaux de bruit habituellement mesurés sur les données 20Hz [Zanifé et al. 2003]. Pour la hauteur des vagues, le niveau de bruit du Tableau 2 est cohérent avec les résultats connus et recommandés dans les spécifications avec une dépendance en fonction de la hauteur de vagues (50 cm ou 10% de SWH). En ce qui concerne la variance de l'époque définie ici, on montre (Chapitre 4) qu'elle est égale à la variance de la distance altimétrique. Les résultats présentés ici sont cohérents avec les valeurs habituellement calculées sur ce paramètre à partir des données réelles.

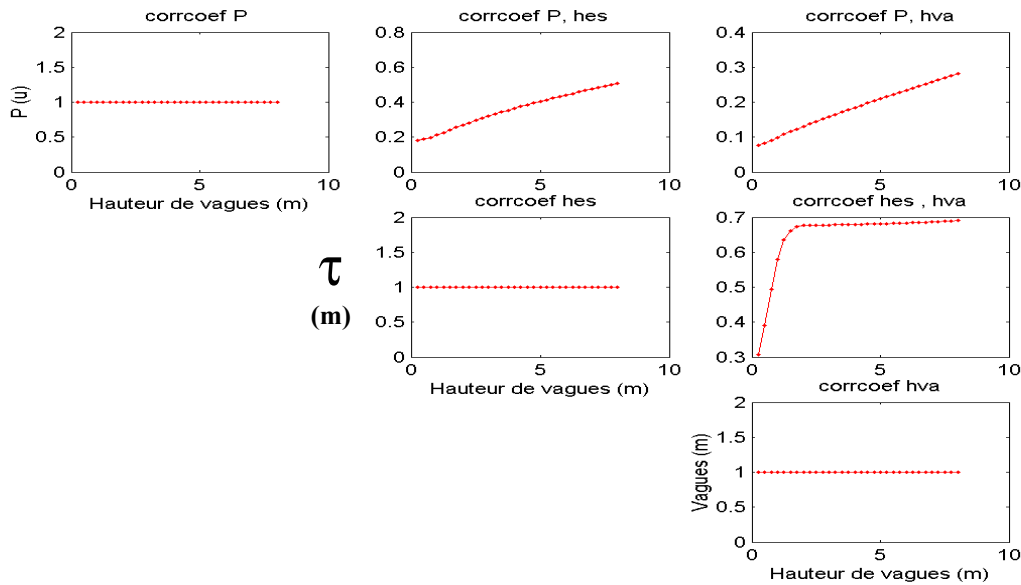
Lorsqu'on diminue le bruit sur les échos, on montre que l'on diminue d'autant le niveau de bruit sur les paramètres et l'impact de la diminution de bruit dépend aussi de la hauteur de vagues.

#### 4.5. Covariances théoriques des paramètres

Les termes non diagonaux de la matrice de covariance des paramètres estimés présentée plus haut dans le chapitre ne sont pas nuls. Ceci témoigne de l'existence d'une corrélation entre les paramètres au moment de l'estimation. La matrice de corrélation des paramètres entre eux est une mesure du degré de linéarité qui les relie. Elle est définie comme suit [Bevington, 1969]:

$$\text{corr}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & c(P, \tau) & c(P, SWH) \\ c(P, \tau) & 1 & c(SWH, \tau) \\ c(P, SWH) & c(SWH, \tau) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sigma_{P\tau}}{\sqrt{\sigma_P \sigma_\tau}} & \frac{\sigma_{PSWH}}{\sqrt{\sigma_P \sigma_{SWH}}} \\ \frac{\sigma_{P\tau}}{\sqrt{\sigma_P \sigma_\tau}} & 1 & \frac{\sigma_{\tau SWH}}{\sqrt{\sigma_\tau \sigma_{SWH}}} \\ \frac{\sigma_{PSWH}}{\sqrt{\sigma_P \sigma_{SWH}}} & \frac{\sigma_{\tau SWH}}{\sqrt{\sigma_\tau \sigma_{SWH}}} & 1 \end{pmatrix}$$

La Figure 4-2 donne les termes diagonaux supérieurs de la matrice de corrélation  $\text{corr}(\theta)$  et le Tableau 3 donne les valeurs exactes pour quatre valeurs de hauteurs de vagues.



**Figure 4-2 Termes diagonaux supérieurs de la matrice de corrélation entre les paramètres estimés en fonction de la hauteur des vagues de 25 cm à 8 m**

La covariance entre la hauteur de vagues et l'époque est la plus forte : de l'ordre de 70% au-delà de 2 mètres avec une brusque décroissance pour les faibles vagues. Les autres covariances sont plus faibles. Elles augmentent linéairement avec la hauteur de vagues mais ne dépassent pas 30% pour la covariance entre la puissance et la hauteur de vagues et 50% pour la covariance entre la puissance et l'époque.

Les termes non diagonaux de la matrice de corrélation entre les paramètres sont présentés dans le **Tableau 3** pour cinq valeurs de hauteurs de vagues (SWH).

| $N_{\text{burst}} = 86$ | $c(P, \tau)$ | $c(P, \text{SWH})$ | $c(\text{SWH}, \tau)$ |
|-------------------------|--------------|--------------------|-----------------------|
| SWH = 1 m               | 0,21         | 0,10               | 0,58                  |
| SWH = 2 m               | 0,27         | 0,13               | 0,66                  |
| SWH = 4 m               | 0,36         | 0,18               | 0,67                  |
| SWH = 6 m               | 0,44         | 0,23               | 0,68                  |
| SWH = 8 m               | 0,50         | 0,28               | 0,69                  |

**Tableau 3 Coefficient de corrélation entre les paramètres estimés**

En termes d'erreur de mesure, cela signifie que l'erreur sur la hauteur de vagues est associée à une erreur sur l'époque quasiment proportionnelle (elle serait totalement proportionnelle si le coefficient de corrélation était 100%). Ceci est illustré par le

diagramme de dispersion Figure 4-3. Il est obtenu en simulant des échos bruités avec des hauteurs de vagues variables par palier de 0 à 6 mètres de vagues. Pour chaque classe, 2000 échos sont simulés et les paramètres sont estimés. On représente ensuite l'erreur d'estimation sur l'époque en fonction de la hauteur de vagues estimée.

Le coefficient de corrélation linéaire  $c(\text{SWH}, \tau)$  est élevé (de l'ordre de 0,70), l'estimation de l'époque en fonction de l'estimation de la hauteur de vagues possède donc une direction privilégiée que l'on approxime par une droite :

$$\tau_n \approx \alpha + \beta \text{SWH}_n$$

Où  $n = [1 \dots N]$  est l'indice de la mesure,  $\alpha$  est l'ordonnée à l'origine et où  $\beta$  est le coefficients directeur de la droite [Bevington] :

$$\beta = \frac{\sigma_{\text{dSWHd}\tau}^2}{\sigma_{\text{dSWH}}^2} \text{ ou encore } \beta = \frac{\sigma_{\text{d}\tau}}{\sigma_{\text{dSWH}}} \text{corrcoef}$$

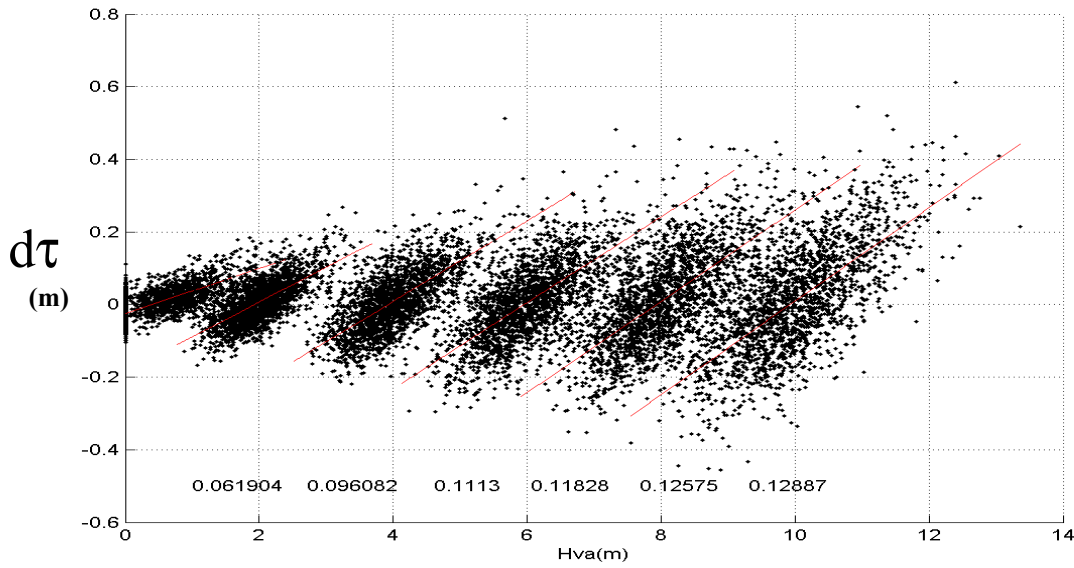


Figure 4-3 Erreur d'estimation de l'époque en fonction de la hauteur de vagues pour différentes hauteurs de vagues 1, 2, 4, 6, 8 et 10 m.

Les pentes de régression linéaire de la Figure 4-3 sont données dans le Tableau 4.

| $N_{\text{burst}} = 86$ | Valeur théorique de<br>$\beta = \frac{\sigma_{d\tau}}{\sigma_{d\text{SWH}}} c(d\text{SWH}, d\tau)$ | Pente estimée par<br>régression linéaire $\hat{\beta}$ |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| SWH = 1 m               | 0,060                                                                                              | 0,062                                                  |
| SWH = 2 m               | 0,097                                                                                              | 0,096                                                  |
| SWH = 4 m               | 0,109                                                                                              | 0,111                                                  |
| SWH = 6 m               | 0,118                                                                                              | 0,118                                                  |
| SWH = 8 m               | 0,123                                                                                              | 0,125                                                  |

**Tableau 4 Pente de régression linéaire entre l'erreur sur l'époque estimée et la hauteur de vagues estimée. Valeur théorique et valeur estimée par régression linéaire.**

Cette étude montre que la hauteur des vagues et la distance altimétrique (toutes deux estimées par retracking) sont corrélées et que les pentes de régression de l'une en fonction de l'autre sont proportionnelles au bruit de mesure sur les paramètres de la régression. Ces résultats constituent une approche théorique des corrélations observées expérimentalement et quantifie les ordres de grandeur de ces corrélations.

## 5. Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes fondamentaux de l'altimétrie qui permet de mesurer le *niveau de la mer* à partir de l'espace. Les distances caractéristiques mesurées et les *corrections* de mesure nécessaires au niveau de précision requis ont également été présentées.

Nous avons ensuite présenté le signal altimétrique tel qu'il est acquis par les altimètres. Le principe de *compression d'impulsion* qui permet d'obtenir une très bonne résolution et un bon rapport signal à bruit est présenté brièvement. Nous avons également expliqué qualitativement la façon dont l'impulsion du radar interagit avec la surface de l'océan et comment cela explique que la forme de l'écho porte l'information sur les paramètres géophysiques tels que la *hauteur de vagues* et la *vitesse du vent* que l'on peut estimer en plus de la *distance altimétrique*.

Puis nous avons présenté une modélisation analytique de l'écho. Nous avons d'abord présenté sa *partie utile* en partant d'un modèle général du signal enregistré

par le radar et en présentant la formulation analytique qui relie ce modèle général aux paramètres géophysiques. Le signal utile  $\bar{f}(t)$  est modélisé par Brown puis affiné par Hayne comme une fonction mathématique des paramètres altimétriques sur océan. Nous avons alors établi que le caractère aléatoire de la surface océanique se traduit sur ces échos par un signal aléatoire qui peut être modélisé comme un bruit multiplicatif blanc et gaussien auquel nous allons nous intéresser par la suite. La matière première du traitement que nous allons élaborer est désormais décrite.

Nous avons présenté les hypothèses de décorrélation des échos et considéré que dans notre cas, chaque signal altimétrique réfléchi sur océan peut s'écrire comme le produit d'un terme de signal utile  $\bar{f}(t)$  et d'un terme aléatoire. Si  $N_{burst}$  est le nombre d'échos individuels indépendants moyennés entre eux, on a :

$$f(t) = \bar{f}(t) \left( 1 + \frac{b(t)}{\sqrt{N_{burst}}} \right)$$

où  $b$  est une variable aléatoire gaussienne centrée et d'écart type 1. Le niveau de bruit des échos est imposé par  $N_{burst}$ . Ce nombre est lié à la fréquence avec laquelle les ondes radar sont émises et moyennées entre elles. Il est choisi pour maximiser la décorrélation du bruit sur les échos successifs. Ce terme est donc propre à chaque mission.

Enfin, les méthodes classiques d'estimation des paramètres ont été présentées. Nous avons également montré la façon dont le bruit sur les échos se répercutait sur le bruit de mesure des paramètres estimés en terme de variance et de covariance. Nous avons vu qu'il est proportionnel au niveau de bruit sur les échos.

L'amélioration du niveau de bruit sur les paramètres peut donc passer par la réduction de bruit sur les échos. Nous proposons dans le chapitre suivant une méthode qui réduit le bruit sur les échos et qui permet d'isoler l'information utile qu'ils comportent de sa partie aléatoire qui la perturbe.



*Green and silver: The great sea, (1899)*  
**James Abbott McNeil Whistler**

## *Chapitre 3. Nouvelle approche du traitement du signal altimétrique*

### *Points clefs du chapitre*



Nous proposons une approche multidimensionnelle des échos altimétriques pour leur appliquer un outil de réduction de bruit visant à améliorer la précision de la mesure des paramètres géophysiques estimés.

Pour cela, nous établissons un modèle de bruit additif sur les échos qui permet de décomposer l'information d'un ensemble de mesures en un espace utile et un espace bruit.

Compte tenu des propriétés des échos et du bruit de mesure, nous proposons d'utiliser la SVD pour mettre au point un outil efficace de débruitage adapté aux échos des différents altimètres.

Cet outil de débruitage est validé sur des simulations réalistes d'échos sur océan et adapté pour être appliqué sur les mesures réelles.

## *Sommaire*

|                                                                                            |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b><i>Chapitre 3. Nouvelle approche du traitement du signal altimétrique</i></b> .....     | <b>63</b>  |
| <b>1. Le signal altimétrique multidimensionnel</b> .....                                   | <b>66</b>  |
| 1.1. Modèle du signal altimétrique .....                                                   | 66         |
| 1.2. Modèle vectoriel du signal .....                                                      | 68         |
| 1.3. Modèle du signal matriciel .....                                                      | 68         |
| 1.4. Exemples de signaux matriciels réels pour différents altimètres .....                 | 69         |
| <b>2. Sous-espace signal et sous-espace bruit</b> .....                                    | <b>72</b>  |
| 2.1. Sous-espace bruit du signal altimétrique matriciel .....                              | 72         |
| 2.2. Sous-espace utile du signal altimétrique matriciel .....                              | 77         |
| <b>3. La Décomposition en Valeurs Singulières ou SVD</b> .....                             | <b>77</b>  |
| 3.1. Présentation de la méthode .....                                                      | 78         |
| 3.2. Application à des échos altimétriques simulés .....                                   | 79         |
| 3.3. Application à des échos altimétriques réels .....                                     | 87         |
| <b>4. Mise en oeuvre d'une nouvelle stratégie : réduction de bruit et estimation</b> ..... | <b>88</b>  |
| 4.1. Détermination de la taille du sous espaces signal .....                               | 89         |
| 4.2. Méthodologie d'application de la méthode .....                                        | 97         |
| 4.3. Restitution des paramètres à partir des échos filtrés .....                           | 103        |
| 4.4. Gain de variance sur les échos et sur les paramètres .....                            | 106        |
| <b>5. Conclusions du chapitre</b> .....                                                    | <b>107</b> |

## *Introduction*

La précision des mesures altimétriques est assurée par un bon traitement au niveau de l'acquisition du signal et au niveau de l'estimation des paramètres. Nous avons vu que le bruit sur les échos altimétriques était réduit par la somme incohérente de plusieurs échos individuels qui a pour effet de réduire le bruit dans la limite de corrélation du bruit de mesure. Une fois les échos acquis leur niveau de bruit est fixé et nous avons montré qu'il se répercutait directement sur les paramètres estimés. Nous proposons ici une nouvelle approche de la réduction de bruit des mesures appliquée sur les échos moyennés avant la phase d'estimation. Elle consiste à réduire le bruit sur les échos pour estimer les paramètres de façon plus précise.

Pour tirer partie des propriétés du signal et du bruit sur les échos mesurés le long de la trace du satellite, on applique une méthode de traitement matricielle en considérant les échos par séries temporelles de plusieurs échos. Nous établissons dans un premier temps, un modèle du signal multidimensionnel qui définit deux sous espaces : l'un portant l'information du bruit, l'autre portant l'information du signal utile. Les propriétés de ces deux sous espaces sont étudiées de façon à aboutir au choix d'une méthode matricielle adaptée pour séparer les deux espaces : la Décomposition en Valeurs Singulières. Cette méthode est validée sur des données simulées puis appliquée à des échos altimétriques réels.

## 1. Le signal altimétrique multidimensionnel

Nous proposons dans ce chapitre de considérer les échos altimétriques sous forme de matrices  $F$  dont les lignes sont les échos successifs enregistrés par le radar le long de la trace du satellite. Cette partie présente le nouveau signal à étudier.

### 1.1. Modèle du signal altimétrique

Nous avons établi, dans le chapitre 2, le modèle de la forme d'onde moyennée sur  $N_{\text{burst}}$  impulsions en temps continu. Sous forme discrète pour l'échantillon  $k$  variant de 1 à  $K$ , il s'écrit :

$$f(k) = \bar{f}(k) \left( 1 + \frac{b(k)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} \right) \quad (1-1)$$

Où l'espérance  $\bar{f}(k) = E\{f(k)\}$  est une fonction des paramètres géophysiques  $\theta$  qui est le modèle de Hayne sur océan et  $b(k)$  est une variable aléatoire gaussienne centrée et d'écart type unitaire modélisant le bruit. Ce modèle de bruit est multiplicatif *non stationnaire* c'est-à-dire que l'écart type du bruit varie selon l'échantillon considéré.

Les méthodes de traitement du signal multidimensionnel ont été établies pour un modèle de bruit *additif* et *stationnaire* c'est-à-dire d'écart type constant selon l'échantillon considéré. Pour se placer dans cette configuration, on transforme le bruit multiplicatif en bruit additif en prenant le logarithme du signal. Le modèle du signal considéré en décibels est :

$$f_{\text{dB}}(k) = 10 \log_{10}(\bar{f}(k)) + 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{b(k)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} \right) \quad (1-2)$$

$N_{\text{burst}}$  étant assez grand (86 pour l'altimètre POSEIDON, 100 sur JASON, ENVISAT), le terme  $\frac{b(k)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$  est petit devant 1 et on peut donc linéariser le logarithme en approchant l'équation (1-2) par :

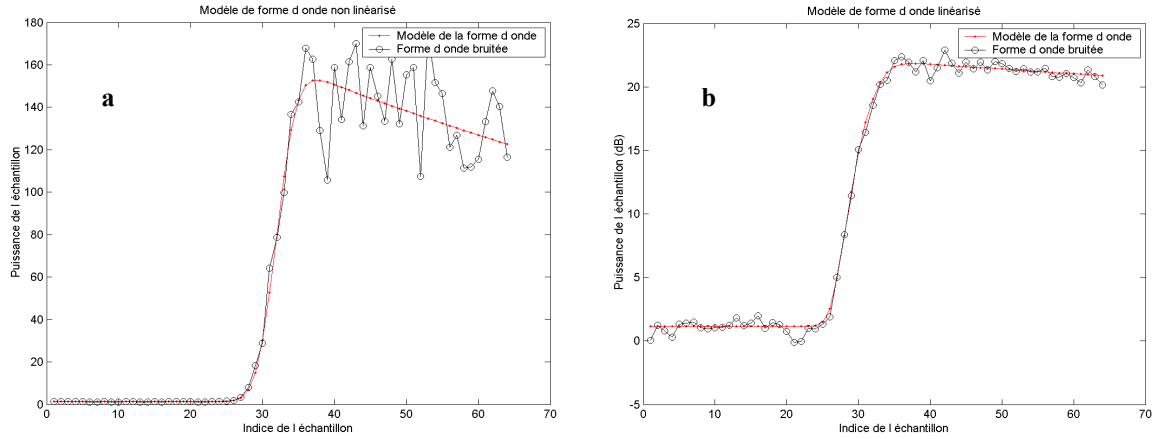
$$f_{\text{dB}}(k) = 10 \log_{10}(\bar{f}(k)) + \frac{10}{\ln(10)} \frac{b(k)}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} \quad (1-3)$$

ou encore, ce qui sera le modèle adopté par la suite :

$$f_{dB}(k) = \bar{f}_{dB}(k) + \frac{4,34}{\sqrt{N_{burst}}} b(k) \quad (1-4)$$

Le bruit a alors un écart type constant égal à  $\frac{4,34}{\sqrt{N_{burst}}}$ . La Figure 1-1 illustre la

stationnarisation du signal sur une forme d'onde sur océan en puissance **a** ou en décibel **b**. La forme d'onde affectée de bruit multiplicatif (voir figure **a**) se caractérise par un produit signal / bruit non stationnaire car sa variance varie selon l'échantillon. Sur la première partie, le niveau de bruit est très faible alors que le niveau de bruit sur le plateau est nettement plus fort. La forme d'onde affectée de bruit additif (voir figure **b**), se caractérise par un bruit stationnaire d'écart type constant pour tous les échantillons.



**Figure 1-1** Modèle de l'écho bruité avec un bruit multiplicatif (a) ou additif avec le modèle en décibel (b)

Ce modèle de bruit additif est déjà considéré dans la littérature mais en pratique les échos ne sont pas considérés en décibel. On peut toutefois citer le document de [Dorrer 1983] qui étudie les performances de plusieurs estimateurs du coefficient de rétrodiffusion à partir des formes d'onde. Il conclut que la meilleure façon de quantifier les échos, compte tenu du speckle, est de les considérer en décibel. Les travaux de [Kerbaol et Chapron, 1999] envisagent également de considérer le signal en décibel pour utiliser une estimation de la densité de probabilité des points spéculaires par déconvolution des échos.

En nous plaçant dans le modèle en dB, les échos que nous considérons dorénavant sont affectés d'un bruit additif stationnaire, centré et gaussien. Ceci constitue une approximation et la partie validation permettra comme nous le verrons de valider ce prétraitement. Dans les traitements que nous allons présenter, le modèle de bruit stationnaire est étendu à un modèle matriciel que nous présentons ci-dessous.

## 1.2. Modèle vectoriel du signal

Chaque écho altimétrique discrétisé est un vecteur de  $K$  échantillons. On définit  $\mathbf{f}$  le vecteur de  $R^{1 \times K}$  dont le terme générique est  $f_k = f_{dB}(k)$ , le  $k^{\text{ième}}$  échantillon de l'écho en décibel soit :

$$\mathbf{f} = [f_1 \quad \dots \quad f_k \quad \dots \quad f_K]$$

Par analogie, on définit aussi  $\bar{\mathbf{f}}$  et  $\mathbf{b}$  les vecteurs de  $R^{1 \times K}$  dont les termes génériques sont respectivement  $\bar{f}_k = \bar{f}_{dB}(k)$ , le  $k^{\text{ième}}$  échantillon de l'espérance de l'écho en décibel qui est une fonction des paramètres géophysiques  $\boldsymbol{\theta}$  et de  $\mathbf{b}_k = \frac{4,34}{\sqrt{N_{\text{burst}}}} b(k)$ , le  $k^{\text{ième}}$  échantillon de la variable aléatoire modélisant le bruit soit :

$$\bar{\mathbf{f}} = [\bar{f}_1 \quad \dots \quad \bar{f}_k \quad \dots \quad \bar{f}_K] \quad \text{et} \quad \mathbf{b} = [b_1 \quad \dots \quad b_k \quad \dots \quad b_K]$$

Ces trois définitions permettent d'écrire l'équation (1-4) sous forme vectorielle :

$$\mathbf{f} = \bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{b} \quad (1-5)$$

## 1.3. Modèle du signal matriciel

On considère  $N$  échos altimétriques acquis le long de la trajectoire d'un satellite. L'écriture vectorielle donnée en (1-5) conduit au signal suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}^n \\ \vdots \\ \mathbf{f}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}^1) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}^n) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}^N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}^n \\ \vdots \\ \mathbf{b}^N \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

qui s'écrit naturellement comme la somme de trois matrices  $\mathbf{F}$ ,  $\bar{\mathbf{F}}$  et  $\mathbf{B} \in R^{N \times K}$  :

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B} \quad (1-7)$$

$\mathbf{F}$  est la matrice constituée des  $N$  vecteurs de mesure  $\mathbf{f}^n$ ,  $\bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta})$  est la matrice de signal utile, dont les lignes sont les fonctions des paramètres géophysiques  $\bar{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}^n)$  et  $\mathbf{B}$  est la matrice de bruit sur chaque échantillon  $k$  du  $n^{\text{ième}}$  écho dont les lignes sont les vecteurs  $\mathbf{b}$ .

Cette modélisation permet d'appliquer au signal les traitements matriciels et sera exploitée dans la suite des traitements.

### 1.4. Exemples de signaux matriciels réels pour différents altimètres

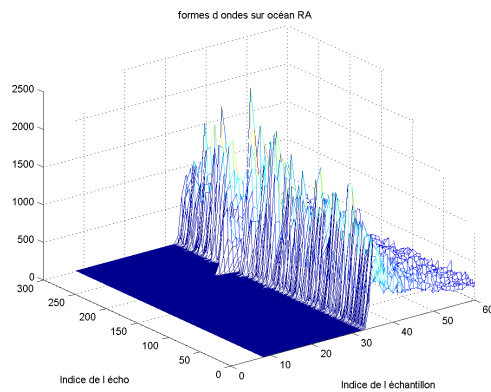
Suivant les altimètres utilisés, les matrices signal sont différentes. On présente ci-dessous des matrices constituées de 300 échos enregistrés au dessus de l'océan pour plusieurs altimètres dont les caractéristiques sont synthétisées dans le Tableau 1-1.

|                    | PRF<br>bande<br>Ku | $N_{burst}$ | Echantillonnage<br>des mesures le<br>long de la trace | K   | Puissance<br>de<br>référence | Puissance<br>(dB) |
|--------------------|--------------------|-------------|-------------------------------------------------------|-----|------------------------------|-------------------|
| RA (ERS)           | 1020Hz             | 50          | 20Hz                                                  | 64  | 1000 u                       | 30 dB             |
| POSEIDON-1 (T/P)   | 1720Hz             | 86          | 20Hz                                                  | 64  | 160 u                        | 22 dB             |
| RA-2 (ENVISAT)     | 1800Hz             | 100         | 18Hz                                                  | 128 | 400 u                        | 26 dB             |
| POSEIDON-2 (JASON) | 2100Hz             | 100         | 20Hz                                                  | 128 | 160 u                        | 22 dB             |
| TOPEX (T/P)        | 4200Hz             | 456         | 10Hz                                                  | 128 | 285 u                        | 24,5 dB           |

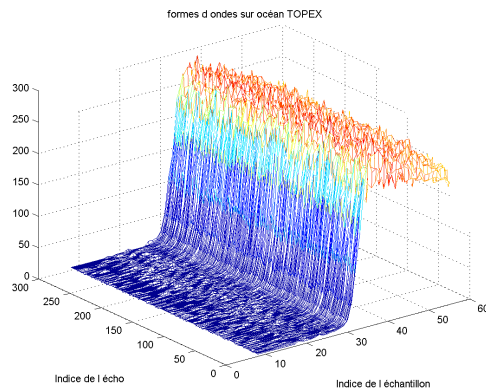
**Tableau 1-1 Caractéristiques des différents altimètres étudiés**

La fréquence de répétition d'émission des impulsions radar (PRF) en bande Ku varie d'un altimètre à l'autre de 1020 à 4200 impulsions par seconde. Le nombre  $N_{burst}$  d'échos individuels moyennés pour former un écho altimétrique varie de 50 à 456. Cela revient à avoir 20, 18 ou 10 échos moyennés par seconde soit un échantillonnage des mesures de l'altimètres le long de la trace à 18Hz (pour ENVISAT), 10Hz (pour TOPEX) ou 20Hz (pour les autres). Puisque le nombre d'échos individuels moyennés est différent, les niveaux de bruit sur les échos sont aussi différents. Le nombre d'échantillons sur lequel sont enregistrés les échos est  $K = 64$  ou bien 128 selon les choix de mission. L'information utile, dans tout les cas est principalement concentrée sur quelques échantillons (entre 2 et 20) selon la hauteur des vagues (entre 1 m et 10 m échantillonnés avec un pas d'environ 46 cm). La puissance des échos varie aussi d'un altimètre à l'autre de 160 à 1000 unité de puissance (u). Les matrices d'échos possèdent donc des différences bien que l'information qu'elles portent soit représentative des mêmes phénomènes géophysiques. Nous allons voir comment malgré ces différences, nous pouvons proposer un traitement matriciel applicable à tous les altimètres.

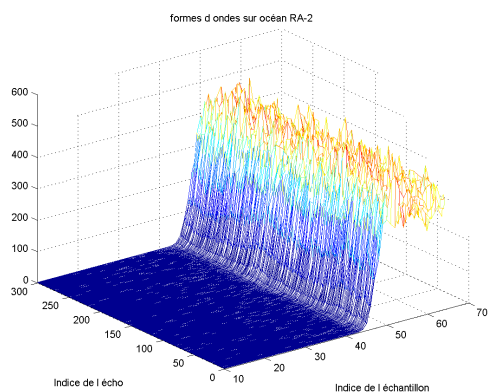
Les Figure 1-2 a/ à f/ représentent les matrices de formes d'ondes en linéaire et les Figure 1-3 a/ à f/ les présentent en dB telles qu'on les utilise pour le traitement matriciel.



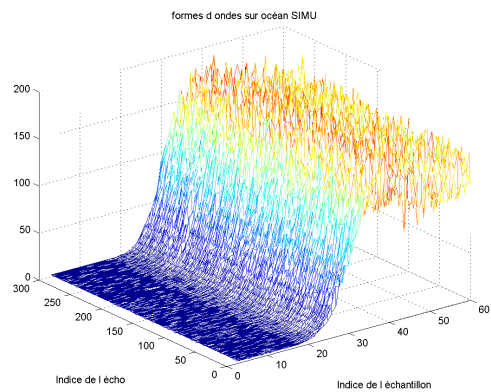
**a Données RA-1 (sur ERS)**



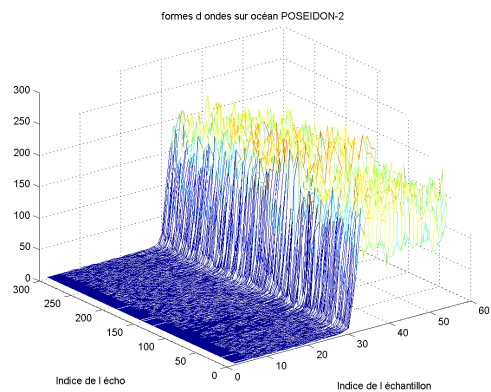
**b Données TOPEX (sur TOPEX-POSEIDON)**



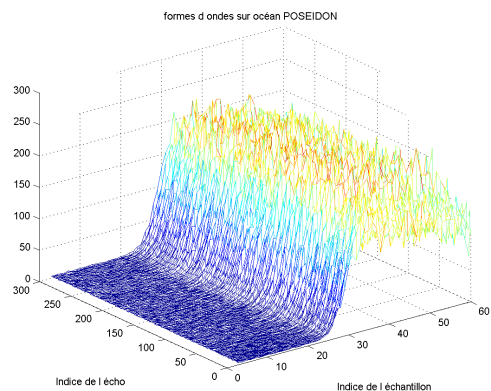
**c Données RA-2 (sur ENVISAT)**



**e Données SIMULATION de POSEIDON-1**

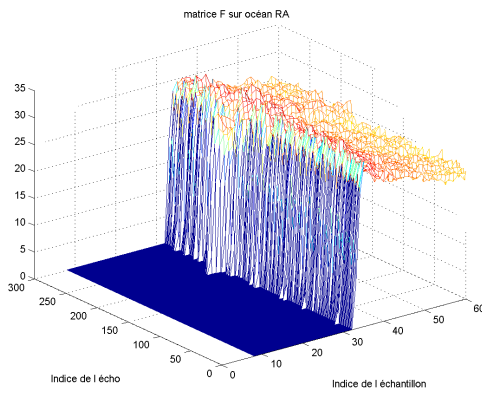


**d Données POSEIDON-2 (sur JASON)**

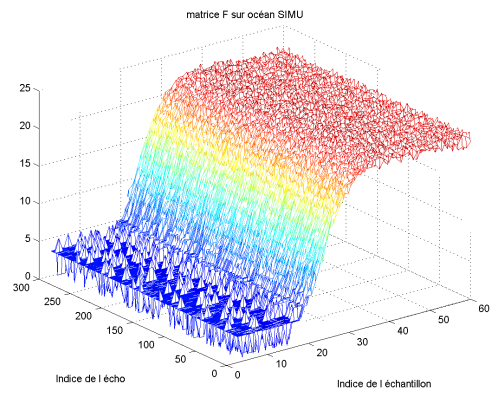


**f Données POSEIDON-1 ( sur TOPEX-POSEIDON)**

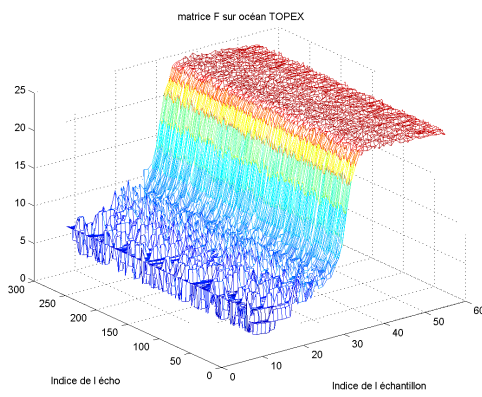
Figure 1-2 Matrice de 300 échos pour différents altimètres



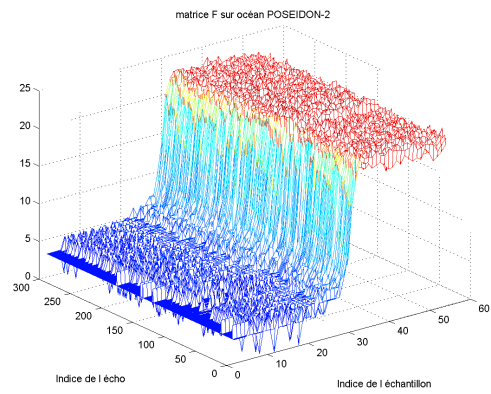
**a Données RA-1 (sur ERS)**



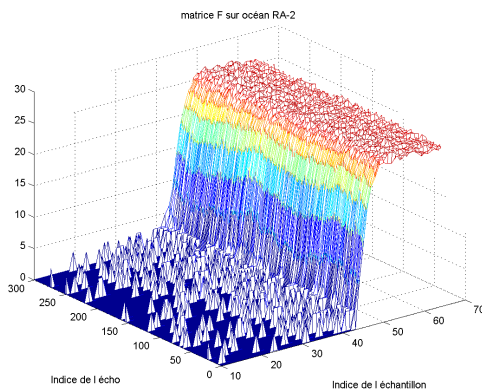
**e Données SIMULATION de POSEIDON-1**



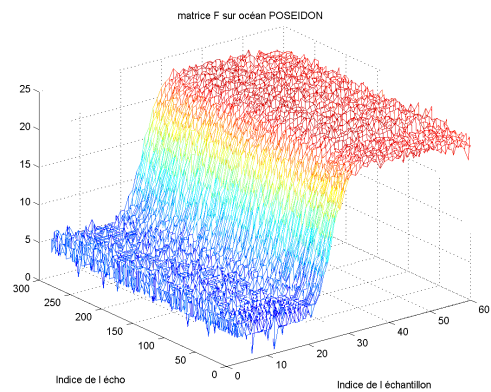
**b Données TOPEX (sur TOPEX-POSEIDON)**



**d Données POSEIDON-2 (sur JASON)**



**c Données RA-2 (sur ENVISAT)**



**f Données POSEIDON-1 ( sur TOPEX-POSEIDON)**

**Figure 1-3 Matrice de 300 échos en dB pour différents altimètres**

## 2. Sous-espace signal et sous-espace bruit

La modélisation matricielle définit un espace vectoriel scindé en deux sous espaces par l'expression  $\bar{\mathbf{F}}(\theta) + \mathbf{B}$ . Le premier est associé à  $\bar{\mathbf{F}}(\theta)$  et définit le *sous-espace signal*, le second associé à  $\mathbf{B}$  définit le *sous-espace bruit*.

Les méthodes de filtrage matriciel permettent de trouver et d'isoler ces sous-espaces avec très peu d'hypothèses *a priori*. Elles permettent de construire :

- L'espace signal composé de la partie utile de la mesure et d'une partie du bruit.
- L'espace bruit composé uniquement de bruit.

En pratique, la démarcation entre les deux sous espaces est un point sensible du traitement. Il est différent selon les méthodes et selon les données utilisées.

Un critère discriminant de séparation entre les espaces utile et bruit d'une matrice est son *rang*. Le *rang d'une matrice* est la taille de l'espace vectoriel minimal qui engendre l'espace défini par la matrice. C'est, en quelques sortes, une mesure de la redondance des lignes de la matrice. Si les lignes sont toutes des combinaisons linéaires les unes des autres le rang est égal à 1. Si au contraire les lignes sont toutes indépendantes, le rang sera plein c'est-à-dire égal à  $p = \min(K, N)$ .

Dans cette partie, nous présentons les propriétés de ces deux composantes et nous montrons comment les méthodes de traitement matriciel permettent d'isoler, à l'aide de critères objectifs, le sous-espace signal du bruit qui l'affecte.

### 2.1. Sous-espace bruit du signal altimétrique matriciel

Dans l'expression  $\bar{\mathbf{F}}(\theta) + \mathbf{B}$ , nous faisons deux hypothèses sur la matrice de bruit de mesure  $\mathbf{B}$ . Nous supposons qu'elle est constituée d'éléments aléatoires qui suivent une loi gaussienne centrée. C'est-à-dire que nous supposons que les éléments du bruit sont *décorrélés* d'un échantillon à l'autre et d'un écho à l'autre. Nous supposons également que le bruit est théoriquement *stationnaire* (**Figure 1-1**, p 67). Nous vérifions ici ces deux hypothèses sur les données réelles des différents altimètres.

#### 2.1.1. Stationnarité

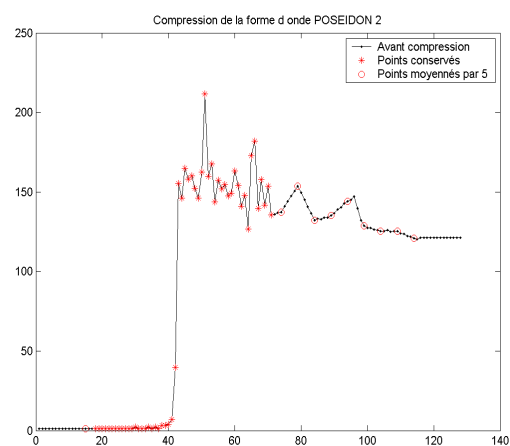
Nous allons voir pour chaque altimètre les conditions dans lesquelles on peut admettre ou non l'hypothèse de stationnarité.

En ce qui concerne l'altimètre RA-2 d'ENVISAT, la modélisation du bruit présentée dans la partie 1 est considérée comme valide car aucun traitement n'a été identifié comme pouvant la détruire. Pour cet altimètre, on précise qu'il existe deux échantillons supplémentaires appelés les points DFT (pour Discret Fourier Transform) qui améliore l'échantillonnage du front de montée. Ces données additionnelles permettent notamment une meilleure estimation de la hauteur des vagues par le retracking. La méthode de SVD peut sans problème intégrer ces informations précieuses car elle ne modifie pas le modèle de bruit et car la SVD ne fait pas l'hypothèse d'un échantillonnage régulier des échos. La hauteur des vagues estimée serait d'autant mieux estimée. Ici, nous n'avons pas pris en compte ces points additionnels.

En ce qui concerne l'altimètre POSEIDON, également, l'hypothèse est considérée comme valide, ceci, malgré un traitement de compression parabolique appliqué à la télémétrie pour descendre la télémétrie. L'effet de cette compression ne semble pas altérer le modèle du bruit présenté dans la partie 1.

Pour les autres altimètres, en revanche, il faut prendre quelques précautions pour faire l'hypothèse que le bruit peut être modélisé comme multiplicatif, blanc et stationnaire.

Pour l'altimètre de JASON, une opération de compression est effectuée pour limiter la taille de la télémétrie. Le principe est détaillé dans [Armand 1998]. La télémétrie est composée de 64 points positionnés comme illustré **Figure 2-1** (points rouges). Les 12 premiers et les 12 derniers échantillons ne sont pas descendus car ils ne sont pas pris en compte dans le retracking à cause de l'effet de repliement de spectre au moment du passage en fréquence. Ensuite, les échantillons de 13 à 17 sont moyennés par 5 et une seule valeur positionnée sur l'échantillon 15 est retransmise. Sur les derniers points, des moyennes sont également appliquées par paquets de 5 échantillons au niveau du second plateau entre les échantillons 72 à 116. Une fois au sol, les échos sont décompressés et les moyennes d'échantillons sont extrapolées linéairement entre le 12<sup>ième</sup> et le 17<sup>ième</sup> échantillon puis entre le 72<sup>ième</sup> et le 116<sup>ième</sup> (points noirs). La stationnarité est assurée pour les échantillons de 17 à 72 mais ne l'est pas au delà.



**Figure 2-1** Opération de compression de la forme d'onde pour l'altimètre de JASON

Cette opération de compression / extrapolation linéaire change considérablement les propriétés des points extrapolés linéairement. Le retracking appliqué à ces points, pose notamment un problème car la minimisation du moindre carré n'est plus optimale pour ces points dont les fluctuations ne sont plus décorréelées d'un échantillon à l'autre

- ⇒ Pour les données de JASON, nous avons pris la précaution de tronquer les échos entre le 17<sup>ième</sup> et le 72<sup>ième</sup> échantillon si on souhaite leur appliquer la modélisation matricielle.

En ce qui concerne TOPEX, une opération de lissage est également effectuée mais de façon adaptative selon l'échantillon considéré. Les échantillons sont inchangés entre le 8<sup>ième</sup> et le 40<sup>ième</sup>, ils sont moyennés par paquets de 2 sur les 8 premiers et entre le 40<sup>ième</sup> et le 48<sup>ième</sup>, et par paquets de 4 sur les derniers (du 49<sup>ième</sup> au 64<sup>ième</sup>).

- ⇒ Pour les données de TOPEX, la modélisation matricielle est valide entre le 8<sup>ième</sup> et le 40<sup>ième</sup> échantillon.

Enfin, pour ERS, une erreur d'algorithme à bord provoque un plateau de bruit thermique artificiellement nul. En effet, les échos sont la somme des  $N_{burst}$  échos

individuels divisés par le nombre  $N_{burst}$   $\left( f(k) = \sum_{i=1}^{N_{burst}} \frac{ie_i(k)}{N_{burst}} \right)$  au lieu d'être sommés avant

la division  $\left( f(k) = \frac{1}{N_{burst}} \sum_{i=1}^{N_{burst}} ie_i(k) \right)$ . Ceci a pour effet d'annuler les valeurs des

échantillons du plateau de bruit thermique car elles sont inférieures au pas de quantification.

- ⇒ Pour les données d'ERS, la modélisation matricielle de bruit additif stationnaire ne pourra donc être que très approximative.

### 2.1.2. Décorrélation

La seconde hypothèse que nous vérifions est l'hypothèse de décorrélation sur le bruit des échos. Nous supposons qu'il est aléatoire et décorrélé d'un écho à l'autre et d'un échantillon à l'autre. La *décorrélation du bruit d'un échantillon à l'autre* est théoriquement assurée car la réponse impulsionnelle du radar est choisie pour que les lobes secondaires soient suffisamment bas pour ne pas introduire de corrélation [Quartly et al. 2001]. La *décorrélation du bruit d'un écho à l'autre* est, elle, assurée par le choix de la PRF (Pulse Repetition Frequency) : fréquence de répétition des

impulsions envoyées par le radar. Ces hypothèses de décorrélation sont vérifiées dans [Quartly et al. 2001] pour les altimètres d'ERS POSEIDON-1, et TOPEX. Ils montrent que les niveaux de corrélation sont variables selon la hauteur de vagues et selon les configurations instrumentales (voir Chapitre 2, partie 3.2.3.).

Depuis ces études, de nouvelles données sont disponibles et nous permettent de compléter cette étude avec les données ENVISAT ([ESA @3]). Ces données présentent l'énorme avantage de mettre à disposition une partie des échos individuels qui moyennés par paquets de  $N_{burst}$  forme les échos habituellement disponibles. Ainsi, nous pouvons vérifier les hypothèses de décorrélation à un niveau plus bas de la chaîne de traitement du signal altimétrique.

Nous vérifions la décorrélation des échantillons entre eux pour les échos individuels ENVISAT (**Figure 2-2**) et pour les échos 18Hz associés (**Figure 2-3**). Pour cela, le bruit est isolé et une estimation des fonctions de corrélations pour différents échantillons est calculée. Les échos sont moyennés sur une série temporelle de 100 récurrences, le bruit est la différence entre cette moyenne et chaque écho. Les fonctions de corrélations du bruit sont ensuite calculées pour 6 échantillons différents : deux échantillons (16 et 32) au niveau du plateau de bruit thermique, l'échantillon 48 au niveau du front de montée et trois échantillons (64, 80 et 96) au niveau du plateau. Il est à noter que cette façon d'isoler le bruit n'est pas idéale car il peut rester du signal notamment au niveau du front de montée dans la différence entre chaque écho et la moyenne sur 100 échos. Néanmoins, elle donne une bonne indication sur le niveau de corrélation des échos entre eux.

En ce qui concerne les échos individuels (Figure 2-2), ces fonctions de corrélation sont des diracs pour tous les échantillons situés de part et d'autre du front de montée ce qui montre que les échantillons ne sont pas corrélés avec leurs voisins. Pour l'échantillon du front de montée, une faible corrélation est observée localement. Ceci est dû au fait que le choix de la PRF est optimal pour les hauteurs de vagues de 2 m mais on sait qu'il n'est pas optimal pour les autres valeurs. La corrélation reste néanmoins assez basse (20%).

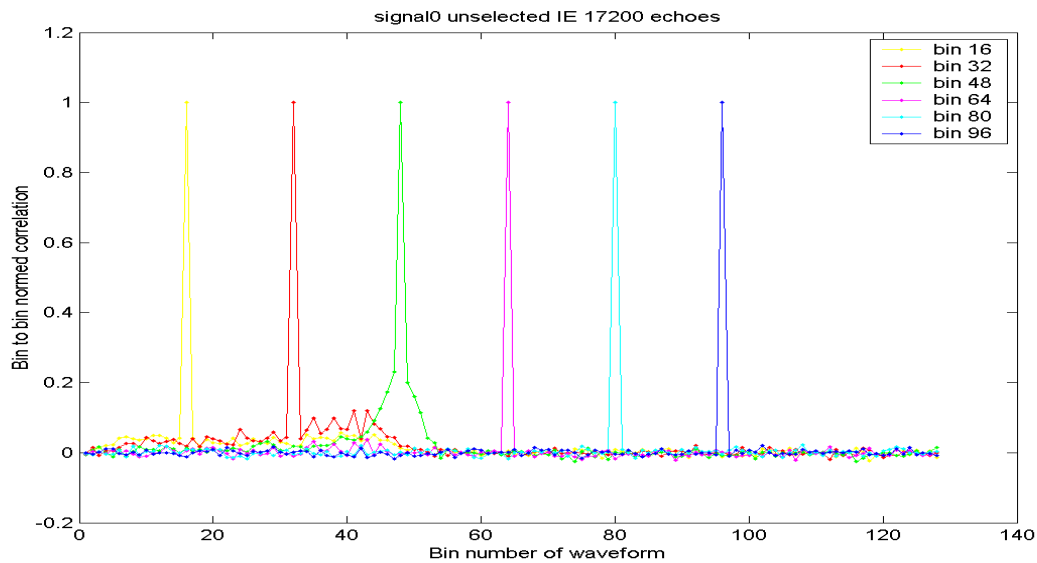


Figure 2-2 Corrélations échantillon à échantillons des échos individuels ENVISAT

Sur les échos moyennés (Figure 2-3), les échantillons du premier plateau ne sont pas corrélés avec leurs voisins (diracs), ceux du second plateau sont faiblement corrélés avec leurs voisins immédiats. Pour l'échantillon du front de montée, le phénomène de corrélation locale (avec les 5 proches voisins de gauche et 2 à droite) observé sur les échos individuels est accentué car la stationnarité des données sur 100 échos est encore moins assurée que pour 100 échos individuels.

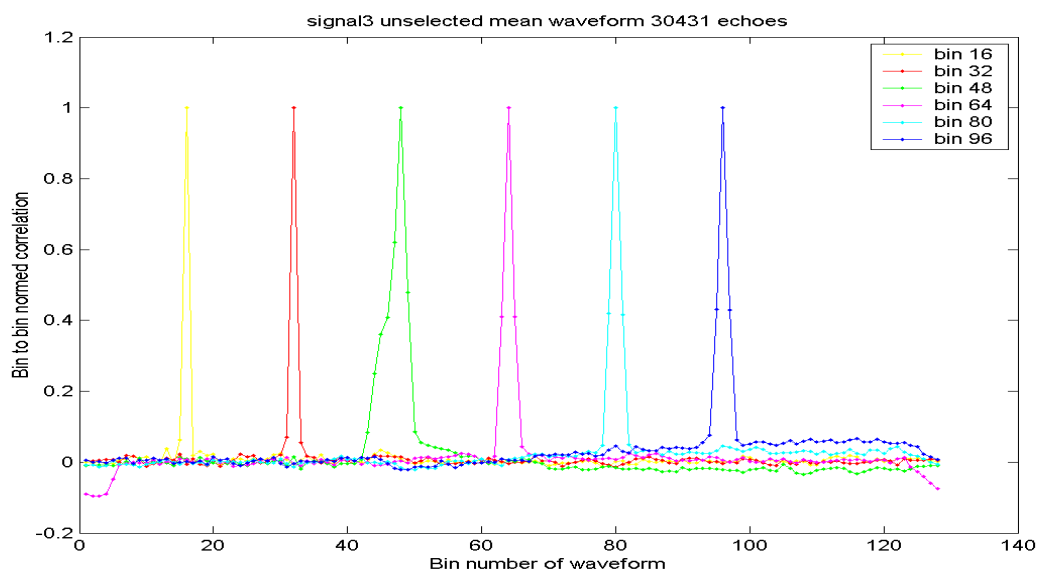


Figure 2-3 Corrélations échantillon à échantillons des échos ENVISAT

Compte tenu de ces résultats, on peut considérer que le bruit sur les échos est aléatoire, stationnaire et décorréolé (blanc). Il définit un sous-espace de même dimension que l'espace initial. Le rang de la matrice  $\mathbf{B}$  est donc égal à  $p = \min(K, N)$ .

$$\text{rang}(\mathbf{B}) = p = \min(K, N) \quad (2-1)$$

## 2.2. Sous-espace utile du signal altimétrique matriciel

Le fait d'enregistrer un signal avec la même technique sur des surfaces peu différentes rend l'information utile portée par les récurrences successives cohérente et rend donc la dimension du sous-espace utile très inférieure au *rang plein*  $p = \min(K, N)$ . L'étape de poursuite du signal par le tracker assure aux formes d'onde d'être centrées en puissance et en distance dans des fenêtres d'analyse. Ceci est vrai aux incertitudes du tracker près comme nous le verrons plus loin puisque le centrage des échos n'est pas parfait et dépend de l'altimètre considéré. On sait aussi que l'écho altimétrique au dessus de l'océan possède une forme particulière qui varie peu d'un écho à l'autre. On peut donc postuler que le rang de  $\bar{\mathbf{F}}(\theta)$  qui représente l'information utile de la matrice est nettement inférieur à celui de la matrice de bruit car la cohérence de la mesure rend redondante l'information utile de la matrice.

$$\text{rang}(\bar{\mathbf{F}}(\theta)) \ll \text{rang}(\mathbf{B}) \quad (2-2)$$

La *réduction de bruit par troncature de rang* [Scharf 1991], [Bienvenu et Kopp 1979], sépare l'espace initial défini par  $\mathbf{F}$  en un sous-espace signal de dimension égale au rang de la matrice utile et un sous-espace bruit qui est le complémentaire du premier. Il utilise pour cela la Décomposition en Valeurs Singulières ou SVD pour *Singular Value Decomposition*. Cette méthode permet de trouver l'espace signal et en donne la meilleure approximation au sens des moindres carrés. Cette méthode est décrite au paragraphe suivant.

## 3. La Décomposition en Valeurs Singulières ou SVD

La méthode de Décomposition en Valeurs Singulières ou SVD pour *Singular Value Decomposition* est adaptée au modèle signal / bruit des signaux multidimensionnels que nous avons développé.

Cette partie présente, dans un premier temps, le principe et les propriétés principales de la SVD. Dans un second temps elle présente la SVD appliquée aux signaux

altimétriques, d'abord sur des données simulées puis sur les données réelles issues de plusieurs altimètres.

### 3.1. Présentation de la méthode

La SVD de la matrice  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{N \times K}$  s'écrit:

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \quad (3-1)$$

où  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  et  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{K \times K}$  sont des matrices orthogonales et de norme unitaire contenant respectivement les *vecteurs singuliers* droits et gauches de la matrice  $\mathbf{F}$ . La matrice  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{N \times K}$  est pseudo diagonale et possède sur sa diagonale les *valeurs singulières* de la matrice  $\mathbf{F}$ . Elles sont notées  $\lambda_k$  pour  $k \in [1 : \min(K, N)]$  et sont rangées par ordre décroissant [Golub et al. 1989].

Le *rang de la matrice*  $\mathbf{F}$  est, par définition, le nombre de valeurs singulières non nulles de  $\mathbf{\Lambda}$ . Il est donc toujours inférieur ou égal à  $p = \min(K, N)$ .

L'expression (3-1) peut aussi s'écrire comme la somme de  $p$  matrices de  $\mathbb{R}^{N \times K}$  de rang 1 définies pour chaque indice  $k$  comme le produit d'un vecteur colonne de  $\mathbf{U}$  :  $(\mathbf{u}_k)$  par un vecteur ligne de  $\mathbf{V}$  :  $(\mathbf{v}_k^T)$  :

$$\mathbf{F} = \sum_{k=1}^p \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad (3-2)$$

Ces  $p$  matrices représentent  $p$  sous-espaces orthogonaux qui décrivent l'espace total. Chaque sous-espace contient une partie de l'information totale portée par  $\mathbf{F}$  associée à la valeur singulière  $\lambda_k$ .

Comme les valeurs singulières sont classées par ordre décroissant, la SVD apporte une hiérarchisation dans la quantité d'information portée par les différents sous espaces vectoriels.

Ainsi, on peut scinder l'espace en un espace associé aux valeurs singulières les plus élevées d'un espace associé aux plus faibles. Le signal total s'écrit comme la somme de ces deux espaces tels que :

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{\Delta}_r \mathbf{V}^T + \mathbf{U} \mathbf{\Delta}_{p-r} \mathbf{V}^T \quad (3-3)$$

où  $\mathbf{\Delta}_r = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0)$  et  $\mathbf{\Delta}_{p-r} = \text{diag}(0, \dots, 0, \lambda_{r+1}, \dots, \lambda_p)$  sont deux matrices diagonales de  $\mathbb{R}^{p \times p}$ .

Dans notre modèle de signal, le bruit est supposé blanc (voir partie 2.1. de ce chapitre), c'est-à-dire décorrélé et de même puissance équirépartie dans tout l'espace. Dans les directions définies par le sous-espace signal, l'énergie due au signal utile

s'ajoute à celle du bruit. Le premier terme  $\mathbf{U}\mathbf{\Delta}_r\mathbf{V}^T$  est donc composé des  $r$  premiers sous-espaces orthogonaux de la décomposition et définit *le sous-espace signal*. C'est la meilleure approximation de rang  $r$  de la matrice  $\mathbf{F}$  au sens des moindres carrés (conséquence du théorème de la projection orthogonale [Scharf 1991]). Le second terme  $\mathbf{U}\mathbf{\Delta}_{p-r}\mathbf{V}^T$  est composé des  $(p-r)$  derniers sous espaces orthogonaux de la décomposition et définit *le sous-espace bruit*.

En projetant la matrice de mesures sur le sous-espace signal, on conserve tout le signal utile et la partie du bruit contenue dans  $r$  directions sur  $p$ .

La détermination du nombre  $r$  est un des points délicats : s'il est trop grand, on ne diminue pas de façon significative le bruit, s'il est trop petit, on risque de perdre de l'information utile. Nous verrons plus loin les techniques mises en œuvre pour faire ce choix dans l'étude des signaux altimétriques.

### 3.2. Application à des échos altimétriques simulés

La SVD est une méthode de *traitement adaptatif* car le choix de  $r$  (c'est-à-dire la limite entre le sous-espace signal et le sous-espace bruit) dépend du signal étudié. On a fait l'hypothèse que l'espace signal était réduit à un nombre  $r$  de directions vectorielles faible devant le nombre de directions définies par le bruit. On vérifie ici cette hypothèse en analysant la décroissance des valeurs singulières dans le cas des signaux altimétriques simulés.

#### 3.2.1. Présentation des simulations

On simule les différents termes de l'équation  $\mathbf{F} = \overline{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B}$  présentée partie 1.2 (voir **Figure 3-1**). La matrice simulée est constituée de  $N$  récurrences du modèle de Hayne dont chaque terme est multiplié par  $(1+b(k))$  où  $b$  est une variable aléatoire gaussienne (en premier approximation) centrée d'écart type  $\frac{1}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$ . Le traitement en décibels est ensuite appliqué à  $\mathbf{F}$  pour avoir un modèle de bruit additif.

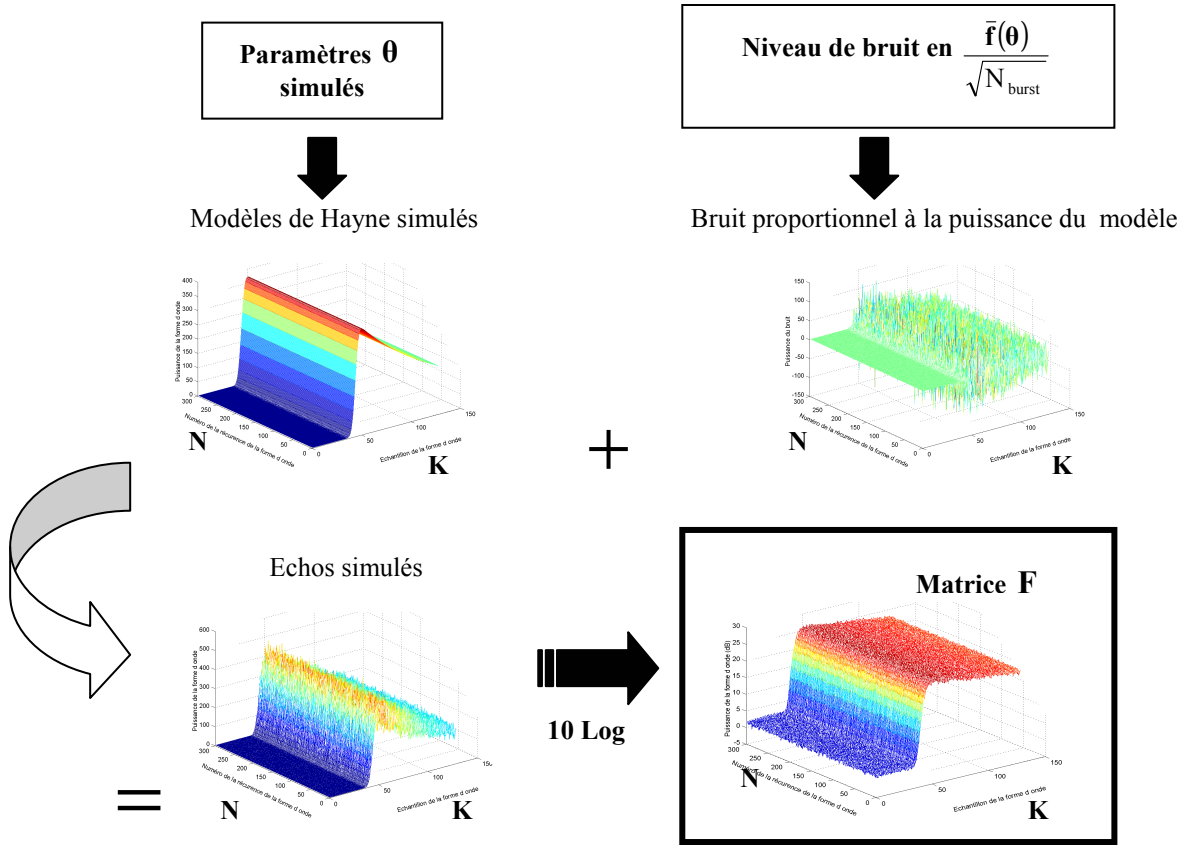


Figure 3-1 Simulation de la matrice  $F$  constituée de formes d'ondes en dB

La matrice  $F$  est de taille  $N \times K$  où  $K = 64$  échantillons et où  $N$  peut varier. La matrice  $\bar{F}(\theta)$  est caractérisée par le modèle choisi (qui est le modèle de Hayne en dB avec les caractéristiques instrumentales de POSEIDON (voir Chapitre 2)) ainsi que par les paramètres avec lesquels ce modèle est simulé. Les paramètres géophysiques  $\theta$  possèdent une valeur moyenne sur les  $N$  récurrences (notée  $\theta^0$ ) et une variabilité. Leur variabilité est caractérisée par leur *fonction de variation* c'est-à-dire la façon dont ils évoluent d'une récurrence à l'autre et par leur *domaine de variation* c'est-à-dire l'ensemble des valeurs prises sur les  $N$  récurrences. La matrice de bruit  $B$  est composée d'éléments aléatoires gaussiens centrés d'écart type  $\frac{4,34}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$ .

Les valeurs singulières sont représentées en pourcentage de d'information totale  $\sum_{k=1}^p \lambda_k$ . On définit le *pourcentage d'information sur le signal portée par la valeur singulière*  $\lambda_k$  par :

$$\lambda_k' = 100 \frac{\lambda_k}{\sum_{k=1}^p \lambda_k}$$

Pour étudier la décroissance des valeurs singulières, certains paramètres de la simulation seront modifiés : le niveau de bruit proportionnel à  $\frac{1}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$ , le nombre de récurrences  $N$ , puis les valeurs de  $\theta$  seront simulées dans différentes configurations que nous présenterons au moment venu.

### 3.2.2. *Fonction de décroissance des valeurs singulières et sous- espace bruit*

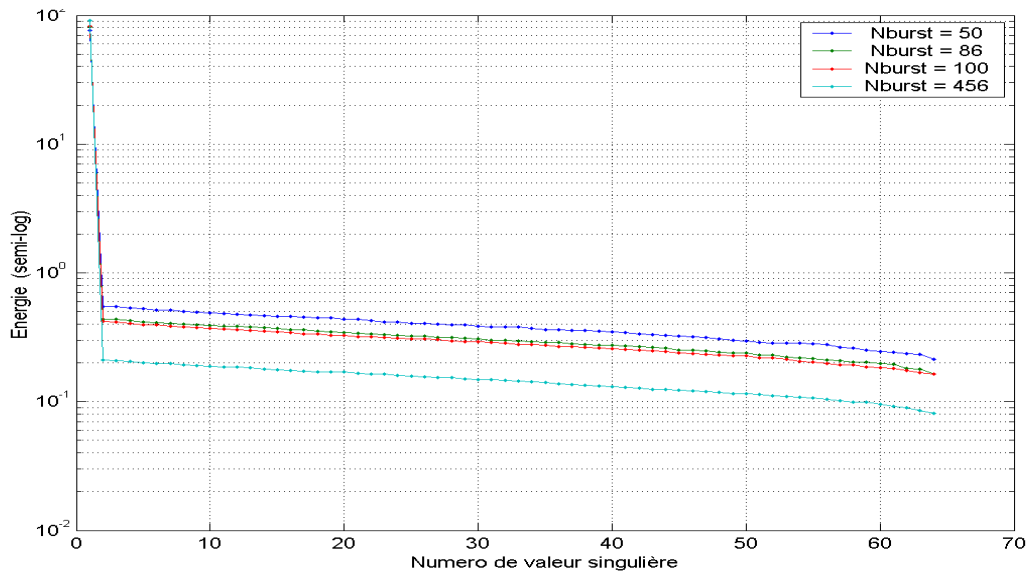
La SVD est appliquée à la matrice  $\mathbf{F}$  simulée et on s'intéresse aux valeurs singulières qui en résultent. On s'intéresse tout d'abord aux valeurs singulières représentatives du sous-espace bruit. Pour cela, on simule une matrice composée de  $N$  échos modélisés avec le même vecteur de paramètre  $\theta^0$ .

$$\mathbf{F} = \mathbf{1}^T \bar{\mathbf{f}}^0 + \mathbf{B}$$

Où  $\mathbf{1} = [1 \ \dots \ 1] \in \mathbb{R}^{1 \times N}$  est composé uniquement de 1 et  $\bar{\mathbf{f}}^0 = \bar{\mathbf{f}}(\theta^0) \in \mathbb{R}^{1 \times K}$  est le modèle pris pour la valeur  $\theta^0$  du paramètre.

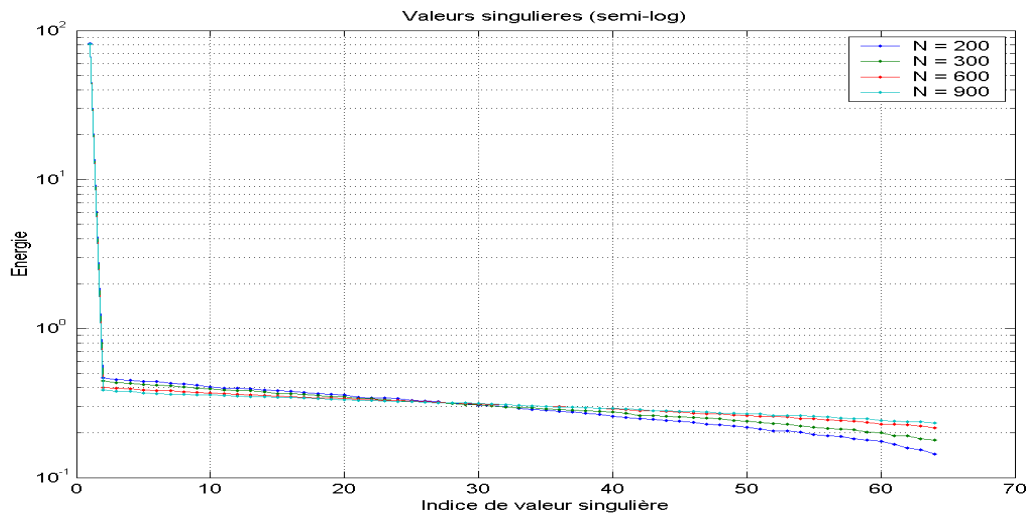
La puissance est fixée à 160 u, la hauteur de vagues à 2 m et l'époque à zéro ainsi que le skewness et le dépointage. Ainsi, le rang de la matrice utile est de 1 et on sait que toute la partie utile sera expliquée par le premier vecteur singulier. Les valeurs singulières suivantes représentent uniquement le bruit de mesure.

La Figure 3-2 montre que le niveau moyen des dernières valeurs singulières est proportionnel à l'écart type du bruit simulé, qui est inversement proportionnel au nombre d'échos individuels moyennés pour obtenir une forme d'onde  $N_{\text{burst}}$ . Plus le niveau de bruit est faible plus le plateau du niveau de bruit est bas. Les niveaux de bruits simulés sont ceux décrits dans le **Tableau 1-1** (page 69) pour les différents altimètres. Dans l'ordre, les valeurs de  $N_{\text{burst}}$  simulées sont celles des altimètres d'ERS, de POSEIDON, d'ENVISAT ou JASON et de TOPEX. Dans ce cas, la première valeur singulière explique respectivement 75,9% 80,7% 81,7% et 90,3% de l'information totale. Les 63 dernières valeurs expliquent environ un 64<sup>ième</sup> de la quantité d'information restante (le complémentaire à 100%). Théoriquement, ceci s'explique. En effet, les valeurs singulières qui correspondent au bruit sont toutes égales entre elles car le polynôme caractéristique de la matrice de covariance du bruit possède toutes ces racines égales à l'inverse de la variance du bruit.



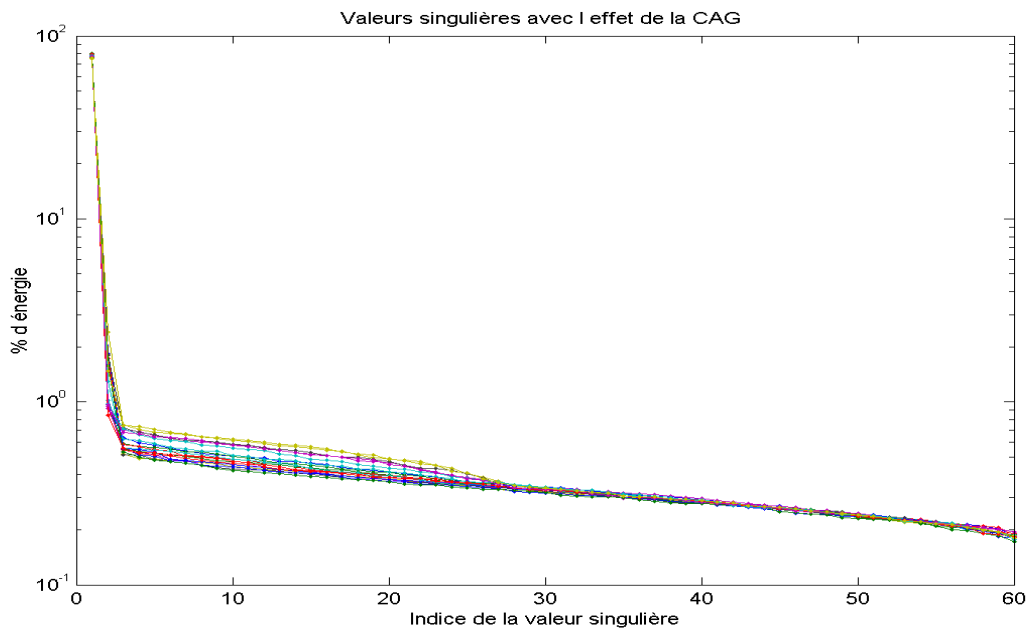
**Figure 3-2 Valeurs singulières en pourcentage pour différents niveaux de bruits simulés :**  
 $\frac{1}{\sqrt{50}}$  (ERS),  $\frac{1}{\sqrt{86}}$  (POSEIDON),  $\frac{1}{\sqrt{100}}$  (ENVISAT) et  $\frac{1}{\sqrt{456}}$  (TOPEX) pour  $N = 300$  et  $K = 64$

La deuxième dépendance observée est celle des valeurs singulières en fonction du nombre  $N$  de récurrences considérées dans la matrice  $F$ . La **Figure 3-3**, montre que la pente de décroissance des valeurs singulières est proportionnelle au nombre de récurrences  $N$ . Plus on considère de récurrences, plus cette pente est faible et tend vers l'horizontale. Ces résultats sont cohérents avec les travaux de [Ouamri et al. 1985] qui établissent théoriquement ces fonctions de décroissance.



**Figure 3-3 Valeurs singulières en pourcentage pour différents nombres de récurrence  $N$  constituant la matrice : 200, 300, 600 et 900,  $K = 64$**

De façon à modéliser les variations des valeurs singulières de façon la plus proche possible des données réelles, nous présentons **Figure 3-4** l'impact d'un artéfact numérique sur les échos introduit par l'effet couplé de la quantification des échos (par pas de une unité de puissance) et de la Consigne Automatique de Gain (CAG), opérateur de normalisation dans la phase de poursuite des échos par le tracker (voir Chapitre 2).



**Figure 3-4 Valeurs singulières en pourcentage avec l'effet de la Quantification liée à la CAG**

#### Conclusion de l'étude sur la partie bruit.

La pente de décroissance des valeurs singulières représentatives du bruit est très faible et ceci d'autant plus que la valeur de  $N$  est grande. Leur niveau moyen est d'autant plus bas que le rapport signal à bruit est fort.

#### 3.2.3. Fonction de décroissance des valeurs singulières et sous- espace signal

Ici, la décroissance des valeurs singulières est étudiée dans le cas où les paramètres  $\theta$  ne sont pas tous identiques sur les  $N$  récurrences considérées. Pour cela, la matrice  $F$  est simulée avec des valeurs de  $\theta$  différentes pour chaque récurrence.  $N$  est choisi égal à 300 et le niveau de bruit est fixé au niveau de POSEIDON correspondant à  $\frac{1}{\sqrt{N_{\text{burst}}}}$  avec  $N_{\text{burst}} = 86$ . Les paramètres sont étudiés séparément. Lorsque l'un d'eux

varie, les autres sont fixés à leurs valeurs nominales de POSEIDON ( $[P_0, \tau_0, SWH_0] = [160 \text{ u}, 0 \text{ m}, 2 \text{ m}]$ ).

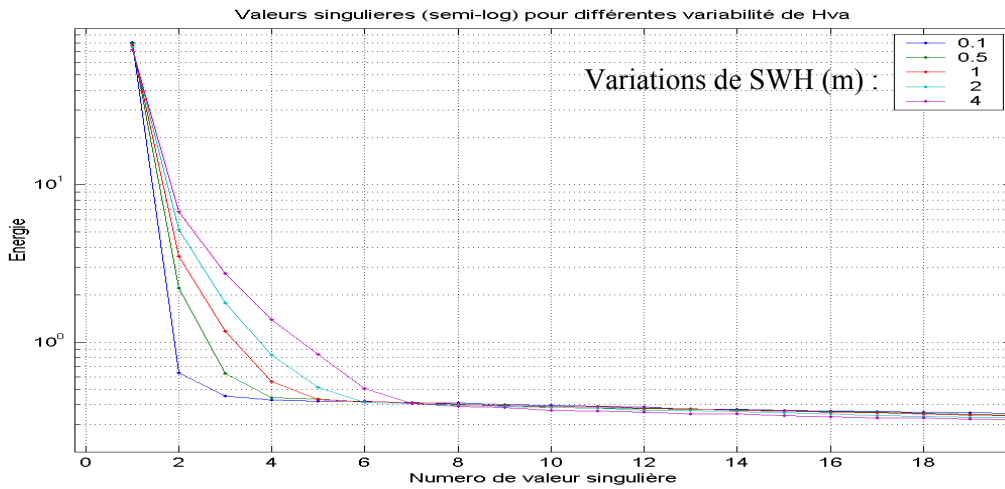
Pour la puissance ( $\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B}$  avec  $\Delta\boldsymbol{\theta} = [\Delta P, 0, 0]$ ), l'information liée à ses variations n'a pas d'impact sur la décroissance des valeurs singulières. En effet, la puissance intervient comme un terme multiplicatif sur le modèle des formes d'onde. La multiplication d'une ligne par une constante ne change pas le rang de la matrice. Les variations de puissance sont donc décrites par la première valeur singulière.

Pour la hauteur des vagues ou pour l'époque, on effectue les deux simulations ci-dessous.

On simule d'abord, les modèles de Hayne calculés pour N valeurs différentes de hauteurs de vagues, les autres paramètres étant identiques sur les N récurrences :

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B} \text{ avec } \Delta\boldsymbol{\theta} = [0, 0, \Delta SWH]$$

La Figure 3-5 représente les valeurs singulières résultant de la SVD dans les cas où le domaine de variation de la hauteur de vagues est de 10 cm, 50 cm, 1 m, 2 m et 4 m.



**Figure 3-5 Répartition des 20 premières valeurs singulières de la SVD d'une matrice  $64 \times 300$  bruitée avec un écart type  $\frac{1}{\sqrt{86}}$  pour des variations gaussiennes des vagues : 10 cm, 50cm, 1m, 2m et 4 mètres d'écart type autour de 2 m.**

Puis on fait de même en faisant varier l'époque :

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B} \text{ avec } \Delta\boldsymbol{\theta} = [0, \Delta\tau, 0]$$

La Figure 3-6 représente la même expérience appliquée à une matrice  $\mathbf{F}$  dans les cas où le domaine de variation de l'époque varie avec des écarts types de 5 cm, 10 cm (ce qui correspond à la variance induite par le tracker), 20 cm, 50 cm et 1 m. Ceci est une

façon de quantifier l'impact de l'erreur du tracker au moment du positionnement de la forme d'onde dans la fenêtre d'analyse. L'écart type de cette erreur est couramment estimée entre 9 et 11 cm pour les tracker POSEIDON et inférieure pour les tracker type TOPEX ([Amarouche 1994] et [Zanifié et al. 2003]). En faisant un test jusqu'à un écart type de 1 m, on modélise les variations dues au tracker bien au delà de ce qu'elles sont en général. Ceci permet aussi de valider la méthode dans les cas où le tracker ne fonctionne pas en nominal et où le signal a tendance à lui « échapper ». Ceci peut arriver vers les zones côtières où la variabilité même du signal n'est pas nominale.

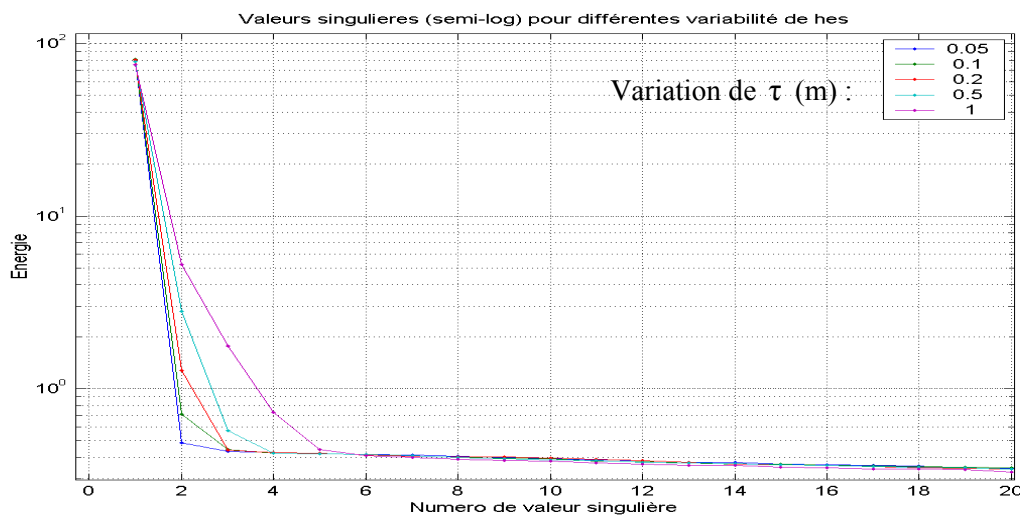


Figure 3-6 Répartition des 20 premières valeurs singulières de la SVD d'une matrice

$64 \times 300$  bruitée avec un écart type  $\frac{1}{\sqrt{86}}$  pour des variations gaussiennes de

l'époque pour : 10 cm, 50cm, 1m, 2m et 4 mètres d'écart type autour de zéro.

Pour ces deux simulations, nous observons que la première valeur singulière dépend peu de ces différentes configurations. En revanche, la pente de décroissance des valeurs singulières est d'autant plus faible que le domaine de variabilité est grand. Cela signifie que plus les paramètres varient sur les N récurrences considérées, plus il faut de directions pour définir l'information utile de F.

Dans le premier cas (variation de la hauteur de vagues), la première valeur singulière explique 80,7%, 78,7%, 75,5%, 69,3% et 61% de l'énergie totale. Pour atteindre le plateau de niveau de bruit, il faut respectivement 3, 4, 5, 6 et 7 valeurs singulières.

En pratique, nous nous bornons à des fenêtres d'analyses de 15 secondes c'est à dire une centaine de kilomètres le long de la trace lorsqu'il n'y a pas de trous de données. Sur de telles distances la hauteur des vagues est considérée comme stationnaire. En

revanche, si il y a un trou de donnée au milieu du paquet, il est possible de considérer deux zones espacées d'une distance bien plus grande (jusqu'à la taille d'un continent). Cela permet de valider la méthode dans les conditions les moins stationnaires qui pourrions être rencontrées.

Dans le second cas (variation de l'époque), la première valeur singulière explique 81.06 %, 80.73 %, 80.32 %, 78.69 % et 75.26 % de la quantité d'information totale. Pour atteindre le plateau de niveau de bruit, il faut respectivement 2, 3, 4 et 5 valeurs singulières. La somme des 8 premières valeurs singulières exprime environ 84 % de la quantité d'information totale.

La taille du sous-espace signal est plus sensible aux variations de l'époque pour des hauteurs de vagues moyennes faibles que pour des hauteurs de vagues élevées. Ceci est dû au fait que le modèle de Hayne est plus linéaire par rapport à l'époque pour des fortes hauteurs de vagues.

Notons que la façon dont les paramètres varient n'a pas d'impact sur la décroissance des valeurs singulières. Des tests ont été effectués pour faire varier les paramètres simulés de façon aléatoire gaussienne d'écart type 10 cm à 4 m, de façon uniforme, de façon linéaire ou suivant une variation lente type sinusoïdale sur les mêmes plages de valeurs. Si les valeurs sont équiréparties comme dans le cas aléatoire uniforme ou linéaire, la répartition des valeurs singulières est la même. En revanche elle est différente du cas où les valeurs du paramètre ne sont pas équiréparties. La façon dont les paramètres varient d'une récurrence à l'autre n'influence pas la répartition des valeurs singulières. L'histogramme des paramètres, en revanche a un impact sur cette répartition.

Cette propriété provient du fait que l'ordre des lignes d'une matrice n'a pas d'effet sur son rang. L'ordre des échos considéré n'a donc pas d'importance et notamment, une de ces applications est que la méthode est insensible aux trous de données le long de la trace. Cette souplesse donne à la méthode un avantage considérable par rapport aux méthodes qui exploitent les corrélations locales et pour lesquelles la continuité des données est primordiale (par exemple les traitements temps fréquence type ondelettes). On peut l'appliquer aux échos par paquets non nécessairement continus donc de façon très simple du moment que les échos ont été préalablement considérés comme suivant un même modèle général.

Le nombre de valeurs singulières décrivant l'espace signal augmente avec l'amplitude du domaine de variabilité des paramètres.

### **Conclusion**

L'analyse de la fonction de décroissance des valeurs singulières permet d'identifier les composantes signal et bruit de la matrice de mesure. En effet, à chacune d'elle est associée une pente de décroissance différente.

La première, associée à la partie utile du signal, possède entre 1 et 8 valeurs selon l'amplitude avec laquelle les paramètres géophysiques (autre que la puissance) varient. Plus le domaine de variabilité des paramètres géophysiques est grand, plus la pente de décroissance est faible et donc plus il faut de sous-espaces pour représenter le sous-espace signal.

La seconde est liée au bruit de mesure. Plus le niveau de bruit des échos altimétriques est faible, plus le nombre de valeurs singulières du signal utile est élevé et ceci d'autant plus que  $N$  est grand.

Dans tous les cas, la dimension de l'espace signal est bien inférieure à celle de l'espace bruit. Ceci valide l'hypothèse sur le rang des matrices  $\bar{\mathbf{F}}(\theta)$  et  $\mathbf{B}$  qui est nécessaire à l'opération de réduction de bruit.

### **3.3. Application à des échos altimétriques réels**

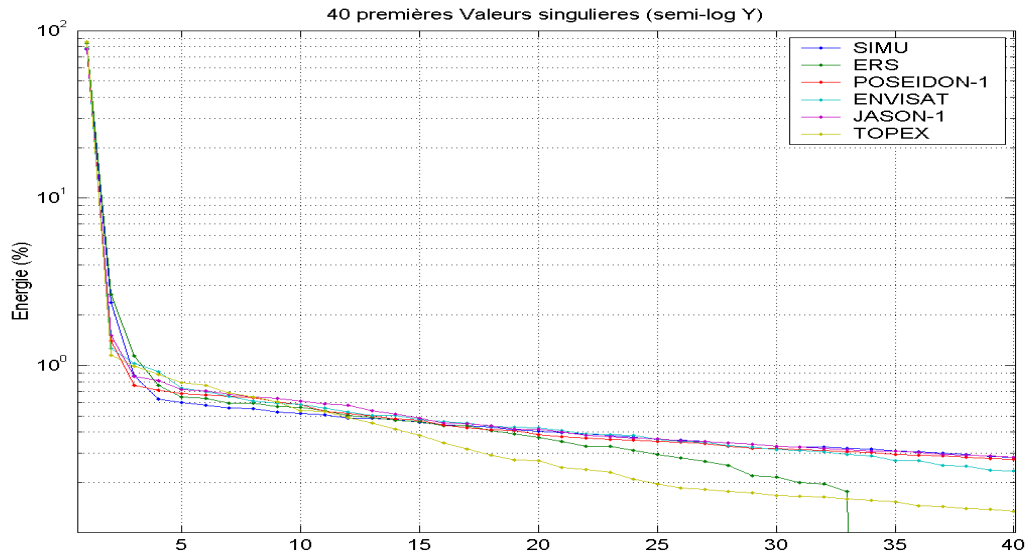
Les simulations de la partie précédente permettent d'interpréter les résultats obtenus avec les données réelles des différents altimètres. Cette partie vise à expliquer et comparer la décroissance des valeurs singulières selon les altimètres.

La **Figure 3-7** montre la décroissance des 40 premières valeurs singulières de la SVD de paquets de formes d'ondes océan provenant de 5 altimètres.

Les différentes fonctions de décroissance de ces valeurs singulières sont représentatives des caractéristiques des altimètres.

Pour les valeurs singulières élevées (supérieures à 25), on retrouve les différences de niveaux de bruit modélisées Figure 3-2. Le plus bas est celui de l'altimètre de TOPEX, puis viennent ceux de ENVISAT, JASON et POSEIDON ainsi que sa simulation (heureusement) cohérente.

Pour ERS, on remarque une décroissance brutale au niveau de la 32<sup>ème</sup> valeur singulière. Ceci est dû à une erreur de traitement intrinsèque aux données définie dans la partie 2.1.1.



**Figure 3-7 Décroissance des 40 premières valeurs singulières de la SVD sur 300 formes d'ondes de différents altimètres en pourcentage d'énergie totale. Données réelles de quatre missions altimétriques en bande Ku.**

En ce qui concerne les pentes de décroissance, on voit que pour tous les altimètres, il existe un coude au niveau des valeurs singulières comprises entre 2 et 10. Ceci correspond à ce qui a été observé sur les simulations.

#### **4. Mise en oeuvre d'une nouvelle stratégie : réduction de bruit et estimation**

Le sous-espace signal défini par les premiers sous-espaces de la SVD comporte toute l'information utile des signaux altimétriques. Nous proposons ici une stratégie d'estimation des paramètres sur des échos altimétriques débruités. Cette méthode permet d'extraire des paramètres à partir des échos avec une meilleure précision. Nous présentons dans cette partie la méthode établie notamment la stratégie de détermination de la taille du sous-espace signal utile qui est une étape essentielle de la réduction de bruit par troncature de rang.

#### 4.1. Détermination de la taille du sous-espace signal

La méthode de réduction de bruit par troncature de rang est une méthode adaptative qui impose d'avoir une stratégie différente pour chaque signal utilisé. Néanmoins, le problème de décision sur la séparation entre le sous-espace utile et le sous-espace bruit est un problème classique qui a fait l'objet de nombreuses recherches théoriques. Dans [Tas et Latombe, 1986], les méthodes existantes sont répertoriées et testées dans différentes configurations théoriques. Les méthodes sont basées sur le choix d'un seuil qui peut porter soit sur les valeurs propres elles mêmes, soit sur leur pente de décroissance.

##### 4.1.1. Méthodologie pour le choix du seuil

La partie précédente montre que la décroissance des valeurs singulières présente un coude entre la décroissance des premières valeurs et celle des valeurs associées au bruit. Pour conserver l'information utile, il est important de conserver les valeurs singulières jusqu'à atteindre les valeurs singulières dont la décroissance est représentative du bruit c'est-à-dire après le coude de la fonction de décroissance. Selon la variation des paramètres sur le paquet considéré, nous avons vu que le nombre de valeurs du signal utile est différent et il ne serait donc pas optimal de proposer une valeur fixe de valeurs conservées.

Une méthode basée sur le calcul de la pente de la fonction de décroissance des valeurs pourrait sembler bien adaptée. Mais des tests de seuillages basés sur des données simulées et réelles montrent que cette méthode n'est pas très robuste aux petites variations locales de pente. Par ailleurs, les artéfacts dus à la quantification des échos liés à la CAG présentée plus haut (partie 2.1. de ce chapitre) rend cette méthode mal adaptée.

La méthode plus robuste que nous appliquons ici est basée sur l'accumulation des valeurs singulières en pourcentage de quantité d'information exprimée. Cette partie présente la technique pour choisir le seuil adapté à notre cas.

On rappelle que la réduction de bruit par troncature de rang définit une matrice ( $\bar{\mathbf{F}}$ ) correspondant au signal utile de la matrice initiale ( $\mathbf{F}$ ) avec :

$$\bar{\mathbf{F}} = \sum_{k=1}^r \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad \text{ou} \quad \bar{\mathbf{F}} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}_r \mathbf{V}^T$$

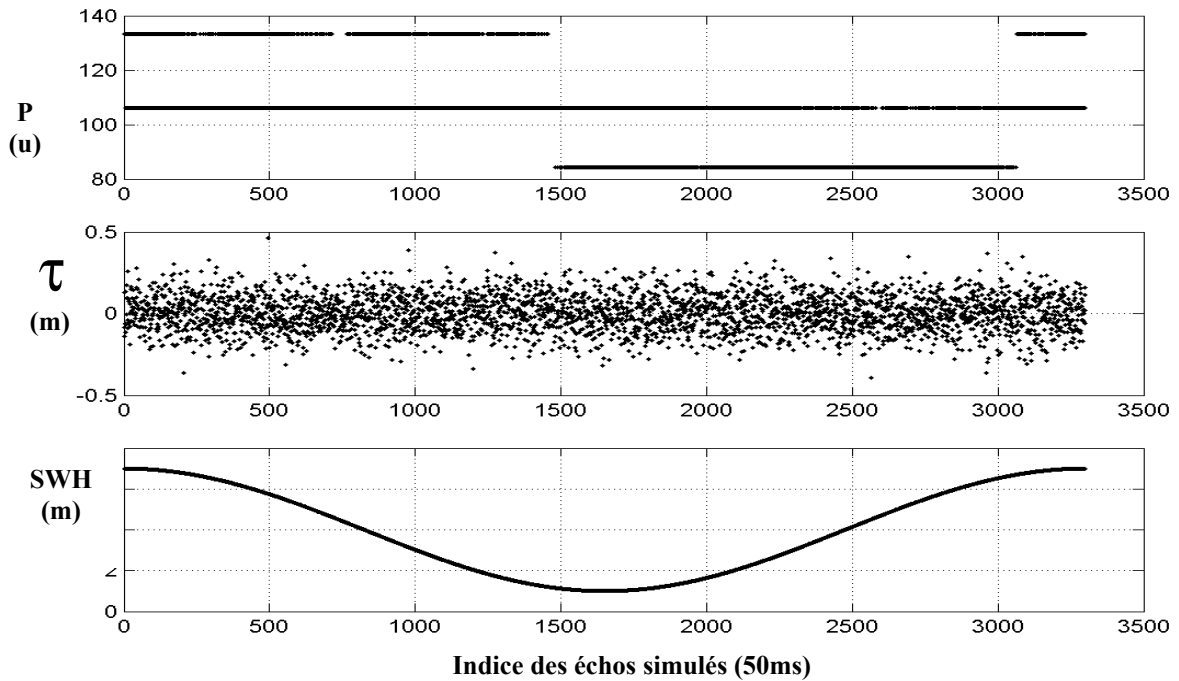
La quantité à seuiller est le pourcentage de quantité d'information expliquée par les  $r$  premiers sous- espaces vectoriels  $\sum_{k=1}^r \lambda_k$  par rapport à d'information totale  $\sum_{k=1}^p \lambda_k$ . C'est la quantité :

$$Q(r) = \frac{\sum_{k=1}^r \lambda_k}{\sum_{k=1}^p \lambda_k} \times 100$$

où  $Q(p)=100\%$  correspond à l'absence de réduction de rang de la matrice.

On établit la méthodologie sur des données simulées avec, en entrée, les paramètres définis **Figure 4-1**. On simule 3300 échos à l'aide du modèle de Hayne sur 60 échantillons avec les caractéristiques de POSEIDON-1, dont les paramètres sont simulés selon la Figure 4-1 et d'un bruit multiplicatif gaussien d'écart type  $\frac{1}{\sqrt{86}}$ .

L'erreur tracker est simulée comme un bruit gaussien d'écart type 9 cm. L'erreur du tracker en puissance est simulée en utilisant des sorties réelles qui tiennent compte de la quantification de la CAG.

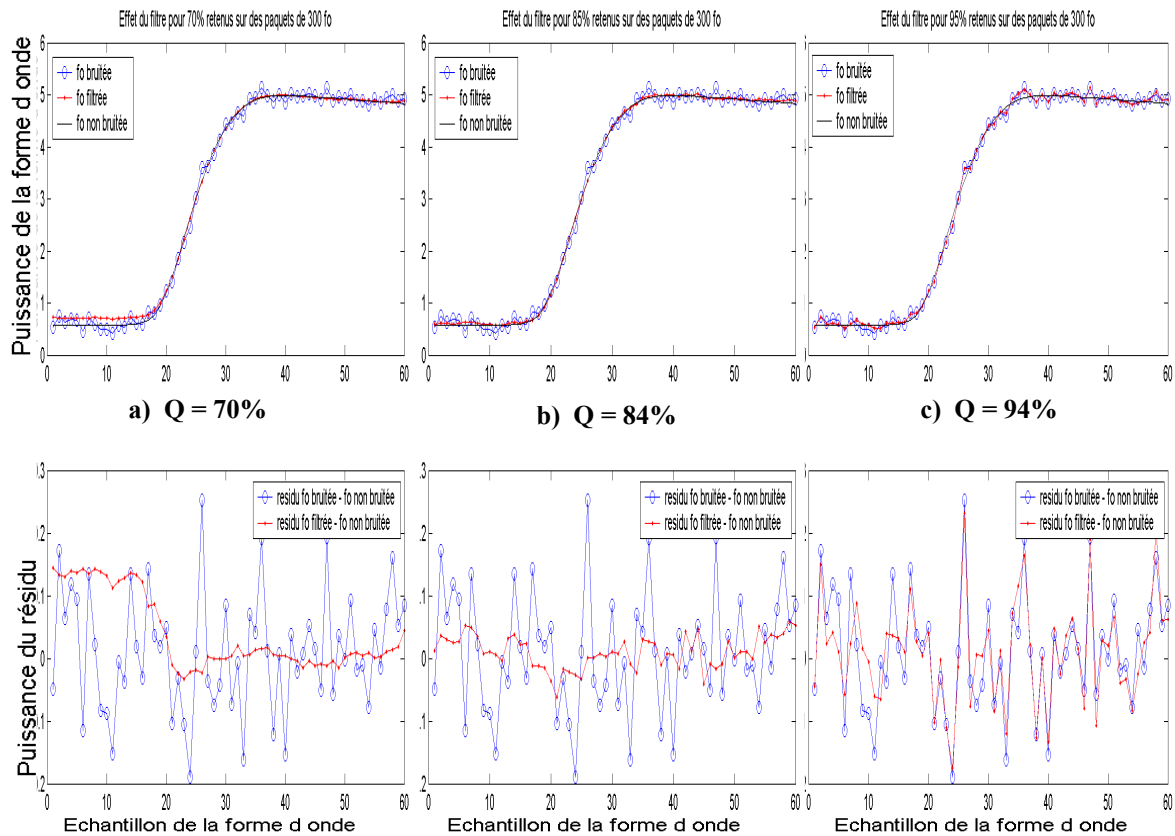


**Figure 4-1 Paramètres simulés pour la simulation. De haut en bas, Puissance, Epoque, SWH (Hauteur de vagues), skewness nul.**

On applique ensuite la SVD à ces échos simulés par paquets de 300 échos glissants avec un pas de 20 échos.

Les **Figure 4-2** et **Figure 4-3** permettent de comprendre l'impact de la quantité d'énergie  $Q$  sur la réduction de bruit d'un écho pour une troncature de rang appliquée à une matrice composée de 300 échos.

Les **Figure 4-2 a, b, c**, représentent sur la ligne du haut le modèle simulé avec (courbe bleue) et sans bruit (courbe noire), superposés à l'écho après troncature de rang (courbe rouge). Sur la ligne du bas est représenté le résidu entre le modèle de Hayne et la forme d'onde bruitée (courbe bleue) puis débruitée (courbe rouge). On voit que si le sous-espace signal est mal défini par le seuil de troncature de rang, la réduction de bruit provoque un effet de distorsion (**a**) ou n'est pas significative (**c**). Au contraire, si le seuil est bien choisi (**b**), l'écho après une troncature de rang est très débruitée sans distorsion par rapport au modèle de Hayne simulé en entrée.



**Figure 4-2 Effet de réduction de bruit et de distorsion de la forme d'onde débruitée pour  $Q = 70\%$ ,  $85\%$  et  $95\%$  d'énergie retenue pour la partie signal et pour des paquets de 300 formes d'onde. Haut : Formes d'ondes avec (courbe rouge -.-) et sans débruitage (courbe bleue -o-) superposées au modèle de Hayne (courbe noire -.-). Bas : Modèle – Forme d'ondes bruitées avec (courbe rouge -.-) et sans débruitage (courbe bleue -o-).**

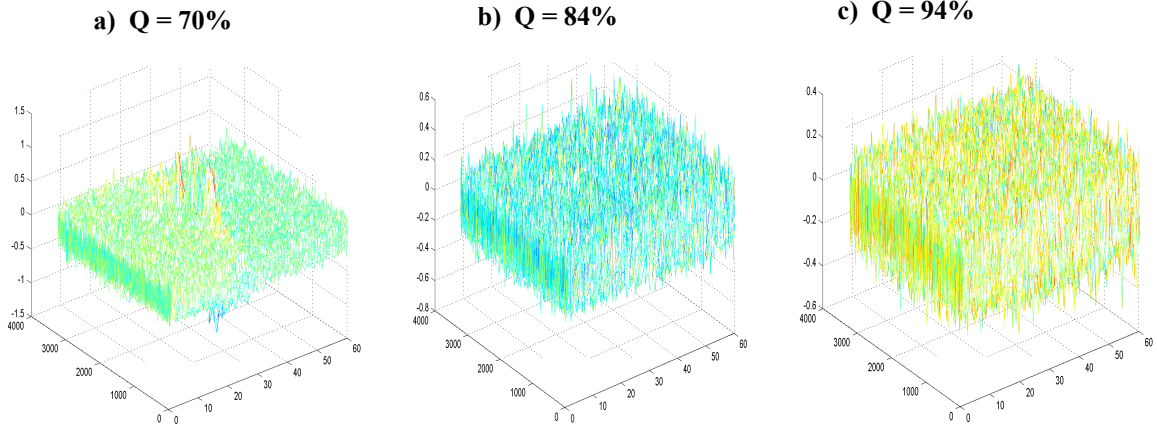


Figure 4-3 Matrice de résidus  $(F - U\Delta_r V^T)$  pour trois seuils

De même, les matrices de résidus de la **Figure 4-3** illustrent le fait qu'en dessous d'un certain seuil, la matrice de résidu n'est pas du bruit aléatoire. Les résidus **(b)** et **(c)** sont du bruit blanc alors que **(a)** présente une certaine structure.

La question est alors de savoir qu'est ce qu'un seuil bien choisi ? Pour répondre à cette question, on travaille sur des simulations et on utilise deux critères. Le premier est la minimisation de l'erreur commise sur des simulations entre le modèle simulé et l'écho après troncature de rang. Le second est la vérification du caractère aléatoire de la partie bruit qui ne doit plus comporter d'information utile.

#### 4.1.2. Quantification de l'erreur

Pour trouver le rang de troncature optimal, on quantifie l'erreur commise entre la matrice de modèles de Hayne simulés sans bruit ( $\bar{F}$ ) et la matrice d'échos après le débruitage par SVD ( $U\Delta_r V^T$ ), l'Erreur Quadratique Moyenne normalisée (MQE) est calculée comme :

$$MQE(r) = \frac{\sqrt{\text{trace}[(U\Delta_r V^T - \bar{F}^T)^T (U\Delta_r V^T - \bar{F}^T)]}}{\sqrt{\text{trace}[\bar{F}^T \bar{F}]}} \quad (4-1)$$

L'erreur quadratique normalisée associée à la matrice sans réduction de bruit ( $F$ ) et est alors définie comme  $MQE(p) = \frac{\sqrt{\text{trace}[(F - \bar{F}^T)^T (F - \bar{F}^T)]}}{\sqrt{\text{trace}[\bar{F}^T \bar{F}]}}$ .

De façon générale, une erreur quadratique moyenne peut être écrite comme la somme d'un terme de biais et d'un terme de variance comme suit :

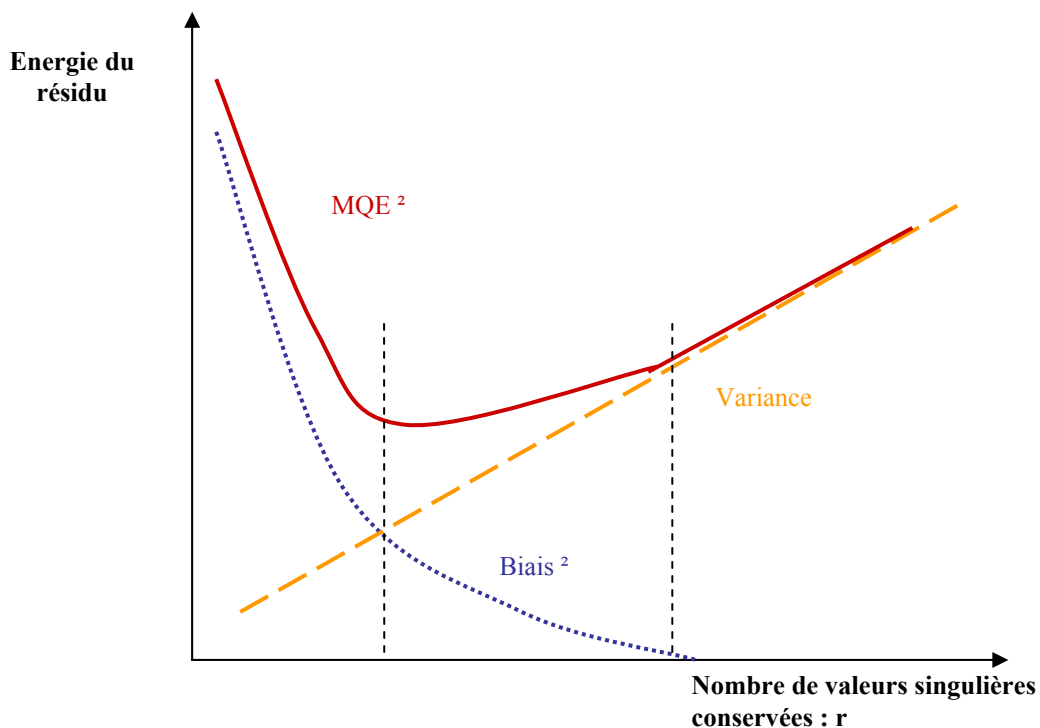
$$\text{MQE}^2 = \text{Biais}^2 + \text{Variance} \quad (4-2)$$

Le terme de variance augmente linéairement avec le nombre de dimensions conservées pour le sous-espace signal car le bruit qui en est responsable est équiréparti dans toutes les directions.

Le terme de biais, lui, diminue avec le nombre de dimensions conservées pour le sous-espace signal et on suppose qu'il s'annule pour une valeur faible devant la taille de l'espace total (nous avons vu sur des simulations que c'était le cas).

Cette erreur quadratique moyenne est la somme de deux composantes schématisées sur la **Figure 4-4**.

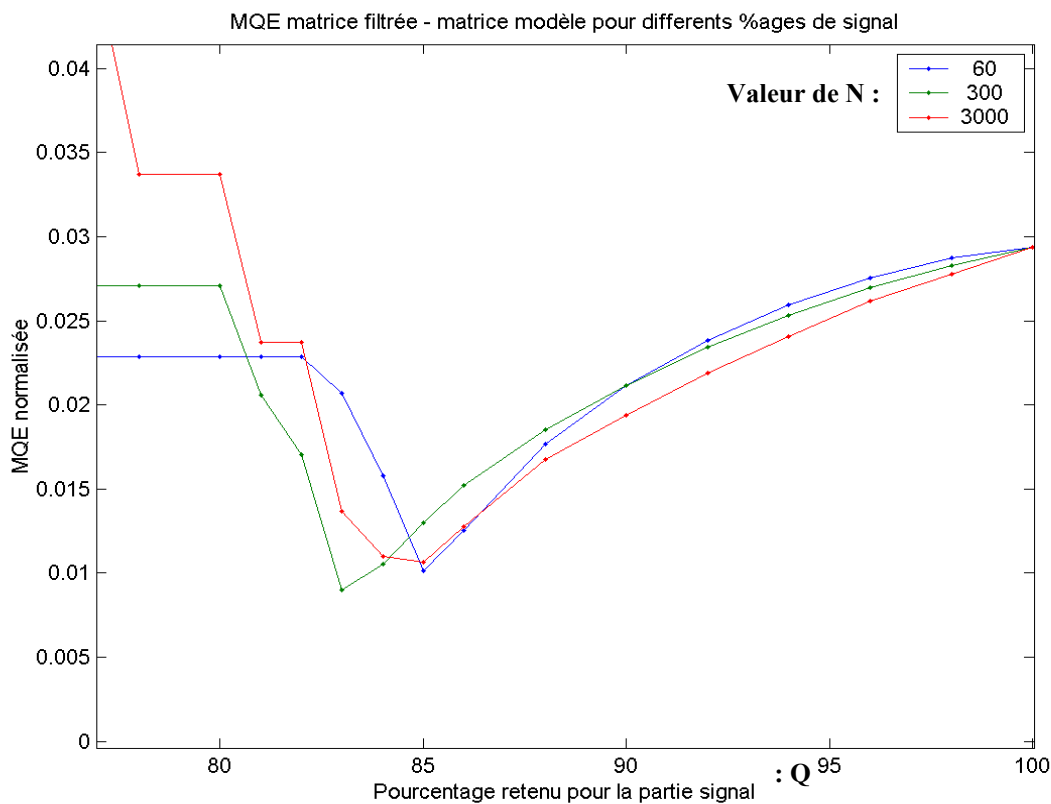
La méthode de décomposition de l'espace en deux sous-espaces signal et bruit revient à trouver le seuil pour lequel la MQE est minimum. En dessous on ajoute plus de biais que de variance et au-dessus on ajoute plus de variance que de biais.



**Figure 4-4** Schéma des deux composantes de l'Erreur Quadratique Moyenne (MQE) entre la forme d'onde débruitée et le modèle simulé en fonction du seuil Q isolant la partie signal.

Une simulation permet de quantifier l'effet de ces deux paramètres. La taille  $N$  du paquet varie de 60 formes d'onde (minimum pour que le nombre de colonnes de la matrice soit inférieur ou égal au nombre de lignes) à 6000 formes d'onde. Pour chaque taille de paquet, on fait varier le second paramètre  $Q$  qui détermine la quantité d'information exprimée par la partie signal de 70% à 100%. Pour chaque combinaison de paramètres  $N$  et  $r$  de la SVD, l'Erreur Quadratique Moyenne (MQE) est calculée comme indiquée plus haut.

La Figure 4-5 est une représentation de la MQE en fonction de  $N$  et de  $Q$ , lui-même fonction du nombre  $r$  de sous-espaces conservées pour la partie utile.



**Figure 4-5 Erreur Quadratique Moyenne (MQE) entre la forme d'onde débruitée et le modèle simulé en fonction du pourcentage d'énergie retenu pour la partie signal :  $Q$  et de la taille des paquets de formes d'onde :  $N$ .**

Quelle que soit la taille  $N$  du paquet d'écho considéré, on voit que la courbe MQE en fonction de  $Q$  possède un minimum compris entre  $Q = 81\%$  et  $84\%$ . Ceci est illustré par la Figure 4-2 b/. En deçà, la MQE augmente aussi car l'écho est déformé par rapport au modèle initial (voir l'illustration de la Figure 4-2 a/). Au-delà de cette valeur, la MQE augmente jusqu'à la valeur qui correspond à un écho non débruité, c'est-à-dire pour  $Q = 100\%$ . Ce cas est illustré par la Figure 4-2 c/.

Le **Tableau 2** donne la correspondance entre la taille du sous-espace signal c'est-à-dire le nombre de valeurs singulières conservées en fonction du pourcentage Q d'énergie conservée. Si on souhaite conserver moins de 80% de l'énergie, seule une valeur singulière suffit à décrire le signal. Puis, ce nombre augmente linéairement jusqu'à  $\min(K, N) = p = 60$  qui correspond à 100% de l'énergie conservée. Le seuillage à 84% correspond à 5 ou 6 valeurs.

| Q    | < 82% | 82% | 83% | 84% | 85% | 86% | 90% | 95% | 100% |
|------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| nval | 1     | 1   | 2   | 5   | 7   | 10  | 20  | 38  | 60   |

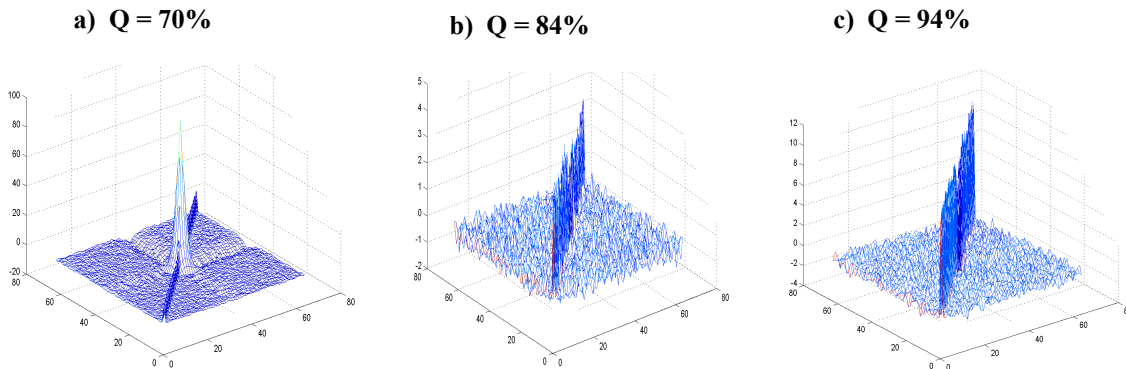
**Tableau 2.** Taille du sous-espace utile en fonction du pourcentage d'énergie Q conservé

#### 4.1.3. Quantification de la statistique de l'erreur

Le but de l'opération de débruitage des échos est d'obtenir les paramètres géophysiques estimés avec une meilleure précision. Il est donc essentiel de ne pas perdre d'information géophysique pendant cette opération. Pour valider cela, on s'intéresse à la partie représentative du bruit de la matrice. On sait qu'il s'agit par définition d'une matrice de bruit dont les éléments doivent donc être décorrélés entre eux. Si cette matrice est corrélée, cela signifie qu'une partie de l'information utile a été tronquée à tort. On considère donc les deux matrices de corrélation du résidu. La première  $C_K$  est une matrice de  $R^{K \times K}$  et correspond aux corrélations échantillon à échantillon du résidu. La seconde  $C_N$  est une matrice de  $R^{N \times N}$  et correspond aux corrélations écho à écho du résidu. Ces matrices des sous-espaces bruit sont définies comme :

$$C_K(r) = (F - U\Delta_r V^T)^T (F - U\Delta_r V^T) \text{ et } C_N(r) = (F - U\Delta_r V^T)(F - U\Delta_r V^T)^T \quad (4-3)$$

Les matrices de corrélation associées à la matrice sans réduction de bruit (F) sont nulles.



**Figure 4-6** Matrice de corrélation  $C_K(r)$  échantillon à échantillon pour trois seuils Q

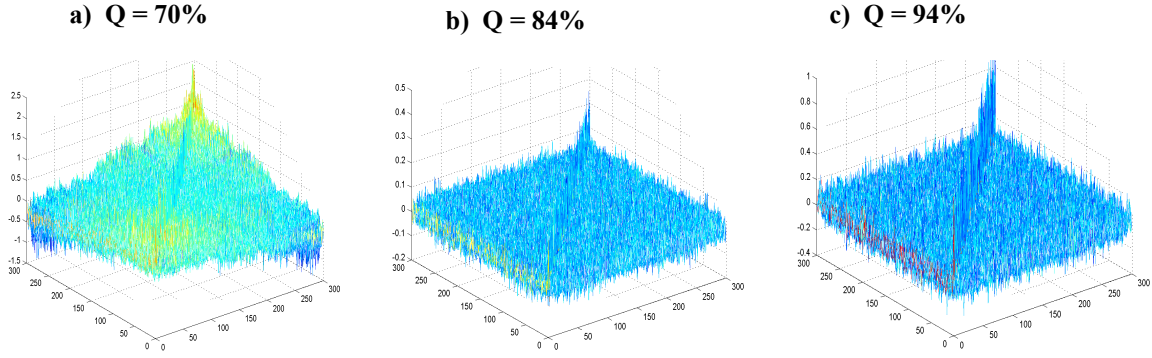


Figure 4-7 Matrice de corrélation  $C_N(r)$  écho à écho pour trois seuils  $Q$

On vérifie que le seuillage à 84% correspond à un bon compromis sur la décorrélation du résidu. Pour un seuil inférieur à 84%, le sous-espace bruit contient une partie du signal, pour un seuil supérieur à 84%, une partie du sous-espace bruit est contenue dans le sous-espace signal. Les Figure 4-6 (a, b, c) et Figure 4-7 (a, b, c) montrent les matrices de corrélation écho à écho  $C_N$  puis échantillon à échantillon  $C_K$ .

Les Figure 4-8 (a, b, c) et Figure 4-9 (a, b, c) donnent les fonctions de corrélation moyennes associées pour les trois pourcentages retenus calculée pour  $j$  [1 à  $K-1$ ] et pour  $i$  [1 à  $N-1$ ] comme :

$$C_{K_{moy_j}}(r) = \frac{\sum_{k=1}^{K-j} C_{K_{k,k-j}}(r)}{\text{trace}(C_K(r))} \quad \text{et} \quad C_{N_{moy_i}}(r) = \frac{\sum_{n=1}^{N-j} C_{N_{n,n-i}}(r)}{\text{trace}(C_N(r))}$$

Concernant la décorrélation de la matrice de bruit, nous concluons que 84% d'énergie retenue correspond à une limite de décorrélation.

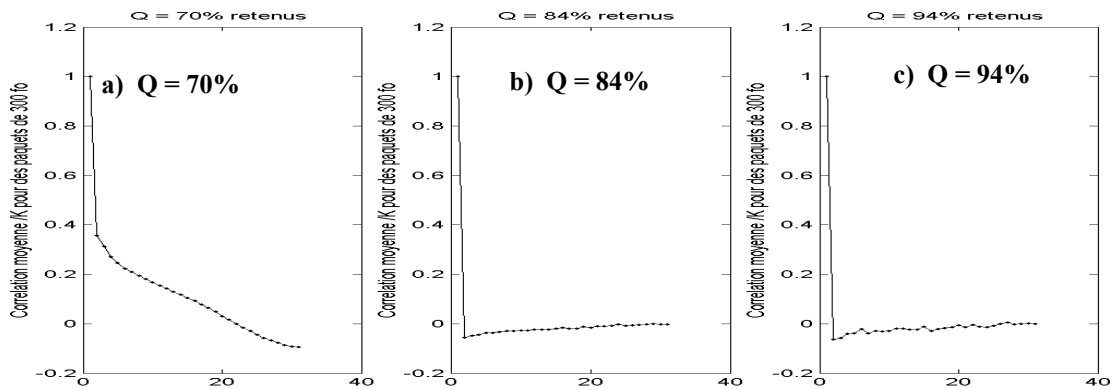


Figure 4-8 Fonction de corrélation moyenne  $C_{K_{moy}}(r)$  échantillon à échantillon pour trois seuils  $Q$

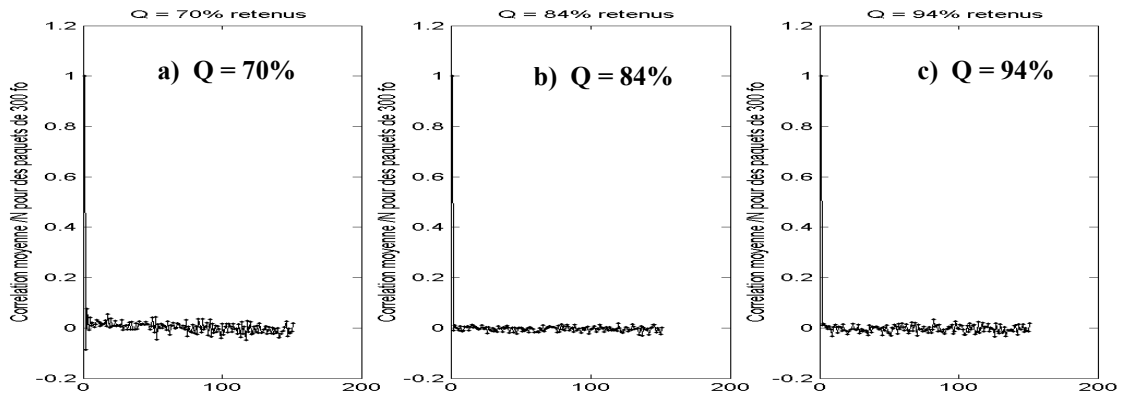


Figure 4-9 Fonction de corrélation moyenne  $C_{N_{moy}}(r)$  écho à écho pour trois seuils Q

## 4.2. Méthodologie d'application de la méthode

Pour appliquer la méthode, il faut choisir la taille des paquets d'échos traités et le seuil correspondant à la séparation entre le signal utile et le bruit. C'est l'objet de ce paragraphe. Les échos après réduction de bruit sont ensuite présentés sur des exemples et interprétés.

### 4.2.1. Taille des paquets d'échos

Nous avons vu (Figure 4-5) que la taille des paquets d'échos avait un impact faible sur le choix du pourcentage optimal. Les échos sont triés sur océan puis considérés par paquets consécutifs de 300 échos. C'est-à-dire pour chaque demi orbite : de l'écho 1 à 300, 301 à 600... jusqu'à la fin de la demi orbite. En général, il n'y a pas de raison que le nombre d'échos soit un multiple de 300 donc le dernier paquet est constitué des 300 derniers échos en partant de la fin. Ceci assure que tous les échos soient débruités à partir de matrices de mêmes dimensions.

### 4.2.2. Pourcentage optimal déterminé par analogie

Le pourcentage conservé est ensuite choisi à une valeur différente selon chaque altimètre. Les simulations ont un comportement proche des données réelles des altimètres type POSEIDON 1 ou 2 avec un tracker considéré comme aléatoire. Pour trouver le réglage optimal pour les autres altimètres, nous utilisons une méthode empirique basée sur l'analogie entre les altimètres.

Nous traçons (Figure 4-10) la fonction de cumul :

$$Q(r) = \frac{\sum_{k=1}^r \lambda_k}{\sum_{k=1}^p \lambda_k} \times 100$$

pour 5 missions en bande Ku plus la simulation de l'altimètre POSEIDON (1 ou 2).

Nous constatons qu'entre les valeurs  $r = 25$  et  $r = 40$ , la fonction est linéaire ce qui correspond à la dimension au delà de laquelle il n'y a plus que du bruit.

Si nous traçons la droite de régression de la fonction de cumul sur ces points, nous constatons que l'ordonnée à l'origine donne la valeur 84% obtenue par la méthode testée plus haut sur simulations. Les valeurs optimales pour les autres missions sont alors déduites par analogie comme les ordonnées à l'origine correspondantes à leur fonctions de cumul de valeurs singulières.

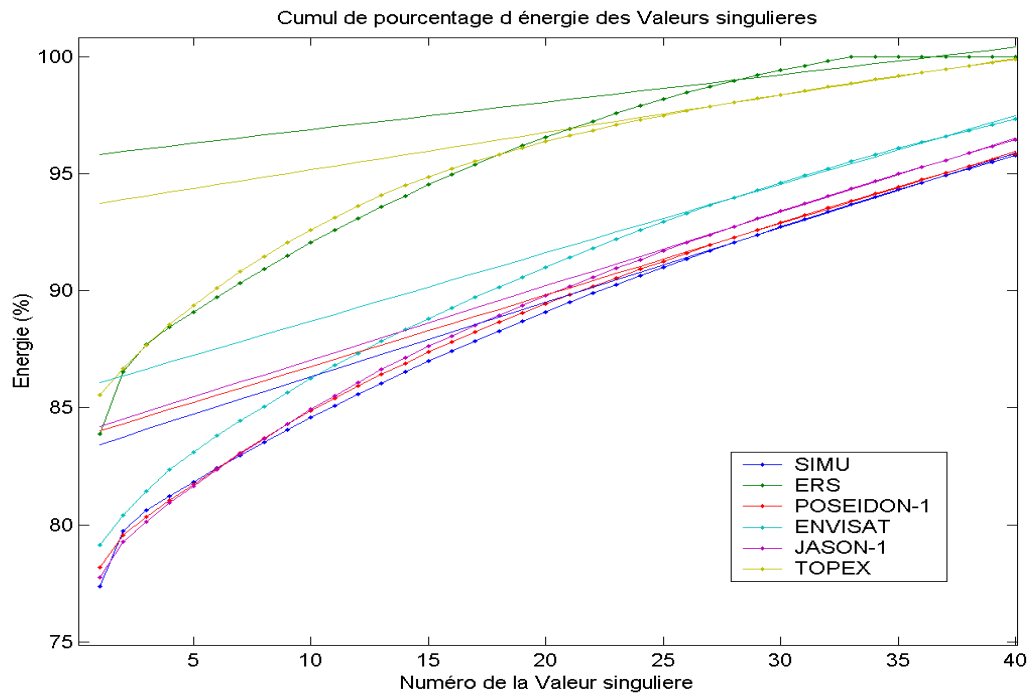


Figure 4-10 Cumul des 40 premières valeurs singulières de la SVD (en pourcentage) sur 300 formes d'ondes de différents altimètres en pourcentage d'énergie totale

Le **Tableau 3** récapitule la valeur du pourcentage optimal pour chacune d'elles.

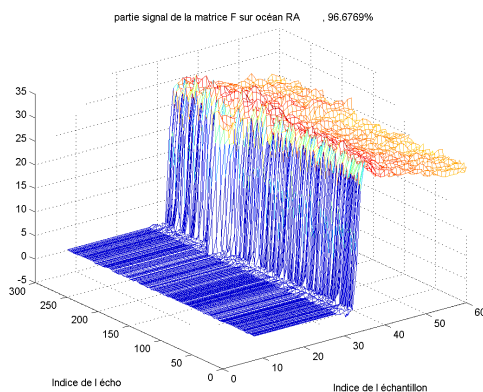
| Mission   | SIMULATION         | POSEIDON           | JASON              | ENVISAT            | TOPEX              |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| % optimal | 83,8 $\approx$ 84% | 83,7 $\approx$ 84% | 83,9 $\approx$ 84% | 85,8 $\approx$ 86% | 93,8 $\approx$ 94% |

Tableau 3. Pourcentage optimal d'énergie conservée selon la mission altimétrique

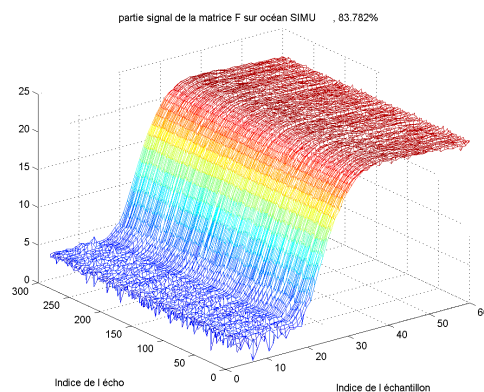
La valeur du pourcentage conservé pour ERS n'est pas placée dans le tableau car sa valeur n'est pas pertinente. En effet, la courbe qui lui est associée et représentée sur la Figure 4-10 ne présente pas de zone pouvant être considérée comme linéaire entre les valeurs singulières 25 et 40 comme c'est le cas pour les autres altimètres. Ceci est dû comme nous l'avons vu au problème numérique exposé plus haut.

#### **4.2.3. Résultats du débruitage sur les échos réels**

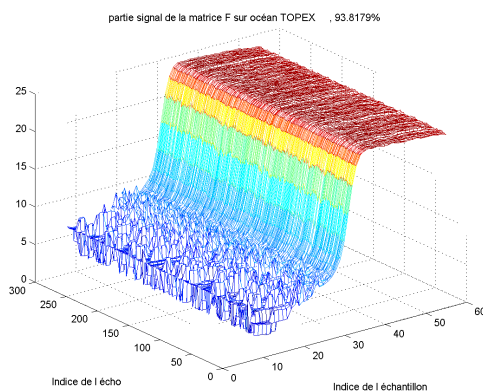
Les **Figure 4-11** et **Figure 4-12** a à f montrent le résultat de la réduction de bruit avec ce réglage sur les 300 échos présentés **Figure 1-2** et **Figure 1-3** a à f (p 70) sur les données en dB d'abord puis sur les données en puissance qui sont les nouvelles formes d'ondes débruitées, produits par la méthode de réduction de bruit.



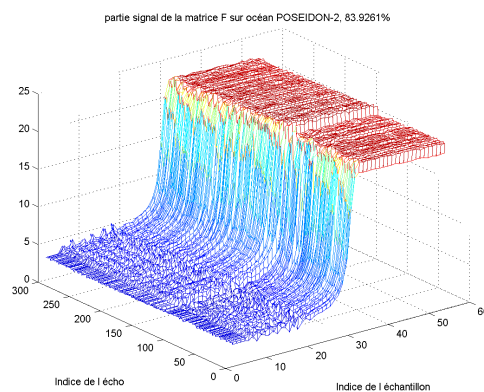
**a Données RA-1 (sur ERS)**



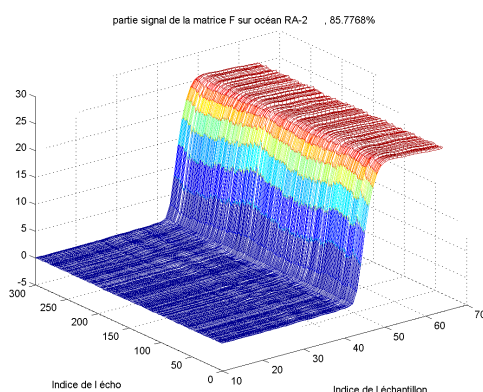
**e Données SIMULATION de POSEIDON-1**



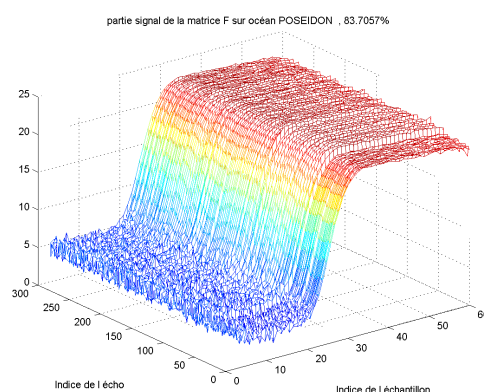
**b Données TOPEX (sur TOPEX-POSEIDON)**



**d Données POSEIDON-2 (sur JASON)**

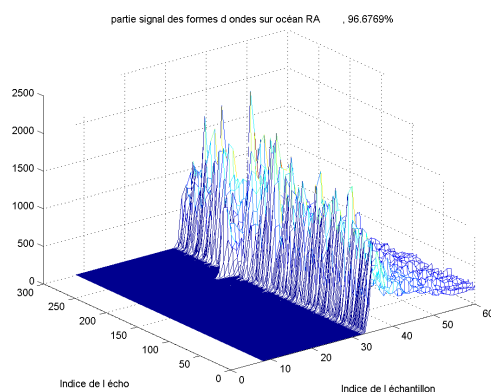


**c Données RA-2 (sur ENVISAT)**

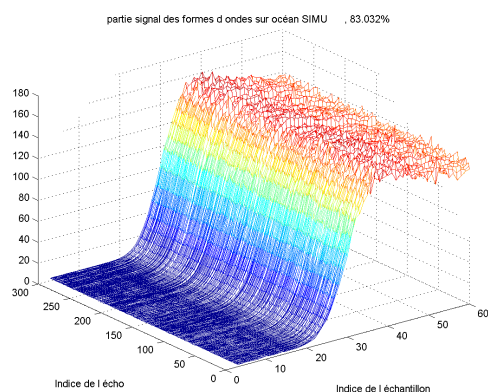


**f Données POSEIDON-1 ( sur TOPEX-POSEIDON)**

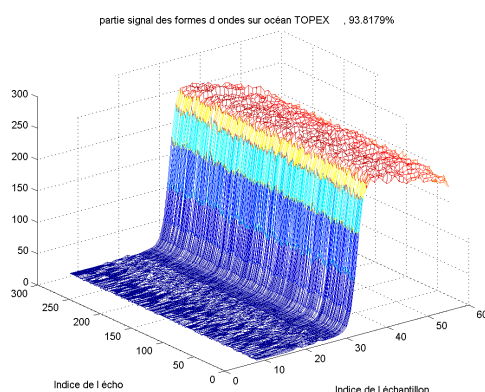
**Figure 4-11 Matrice de 300 échos en dB après réduction de bruit pour différents altimètres**



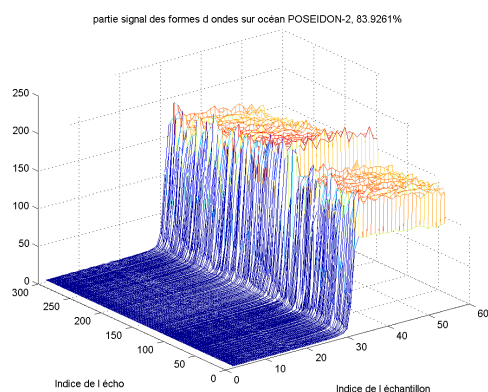
**a Données RA-1 (sur ERS)**



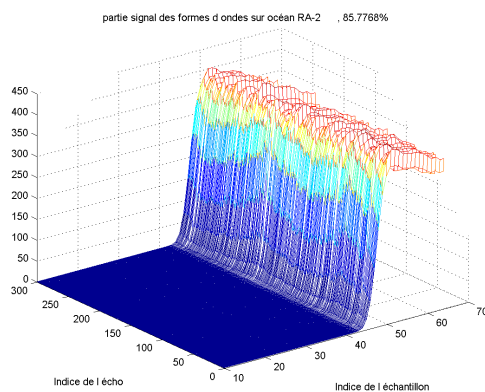
**e Données SIMULATION de POSEIDON-1**



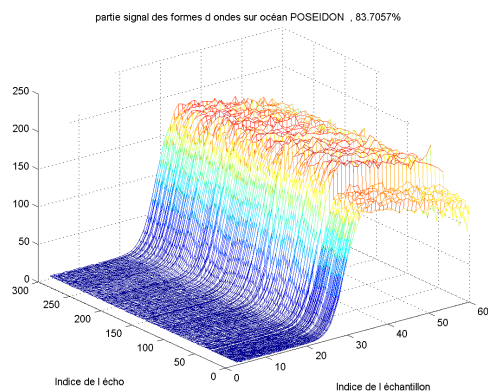
**b Données TOPEX (sur TOPEX-POSEIDON)**



**d Données POSEIDON-2 (sur JASON)**



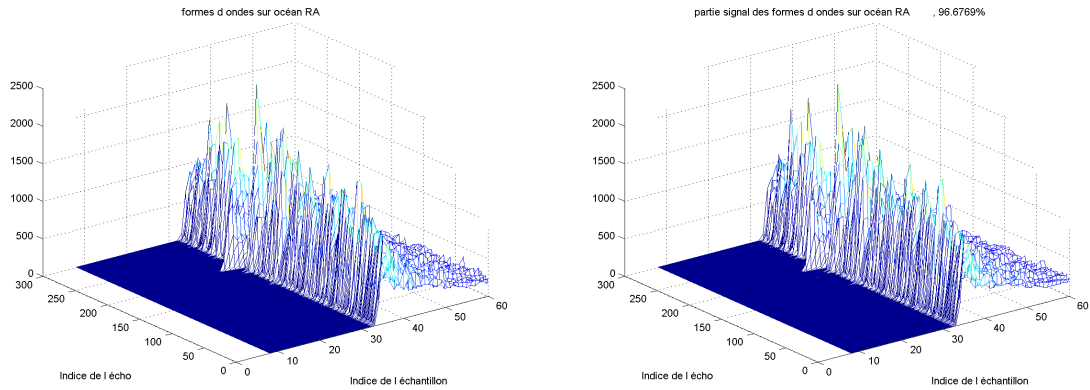
**c Données RA-2 (sur ENVISAT)**



**f Données POSEIDON-1 ( sur TOPEX-POSEIDON)**

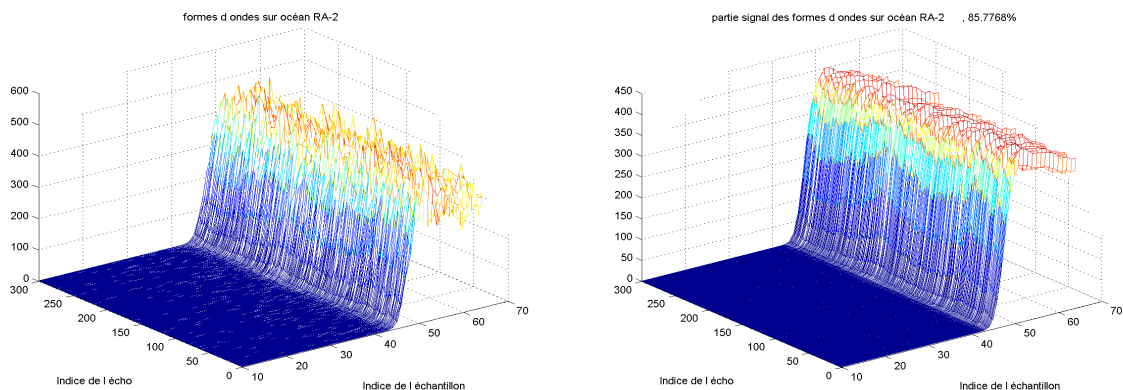
**Figure 4-12 Matrice de 300 échos en puissance après réduction de bruit pour différents altimètres**

Ces figures sont à comparer aux figures présentées en début de chapitre. Pour une meilleure lisibilité nous plaçons côte à côte les figures en unité de puissance correspondant à ERS (Figure 4-12 a et Figure 1-2 a) puis à ENVISAT (Figure 4-12 c et Figure 1-2 c).



**Figure 4-13 Données RA (sur ERS) avant et après réduction de bruit par SVD**

Pour les données ERS, la comparaison des échos avant et après réduction de bruit par SVD montre que l'apport est assez faible. Ceci s'explique par le fait que la taille du sous-espace signal conservé est de grande dimension devant l'espace total (97% de l'information conservée). Le fait que le bruit ne soit pas blanc stationnaire comme nous l'avons vu dans la partie de ce chapitre rend le traitement peu adapté. Grâce à la méthode de détermination du seuil de troncature utilisé (pourcentage d'information significative), nous remarquons néanmoins que, bien que son effet soit faible, il ne détruit pas l'information (notamment au niveau du décrochage des écho vers le 200<sup>ième</sup> écho sur 300).



**Figure 4-14 Données RA-2 (sur ENVISAT) avant et après réduction de bruit par SVD**

Pour les autres données, les échos débruités sont lissés et le front de montée fait apparaître des structures qui étaient beaucoup moins visibles sur les données bruitées. Par exemple, sur la Figure 4-12 c nous observons deux périodes d'une ondulation sinusoïdale qui n'est pas visible sur la Figure 1-2 c qui représente les mêmes données bruitées.

Ces échos lisses et respectant les variations de paramètres sont de très bons candidats pour l'estimation des paramètres géophysiques qu'ils représentent.

### 4.3. Restitution des paramètres à partir des échos filtrés

La SVD réduit le bruit sur les formes d'ondes mais qu'en est il des paramètres géophysiques restitués à partir de ces nouvelles formes d'ondes ? L'intérêt de la réduction de bruit est de réduire les erreurs d'estimation sur ces paramètres qui sont dues à la présence de bruit sur chaque échantillon des formes d'onde.

Pour connaître l'influence du débruitage sur les paramètres estimés, la méthode de retracking définie chapitre 2, est appliquée sur les formes d'ondes avec et sans réduction de bruit.

Pour valider la méthode, des simulations sont effectuées avec des échos dont la valeur des paramètres  $\theta$  en entrée est connue (voir Figure 4-15). Les paramètres sont estimés par le retracking sur les vecteurs des matrices  $F$  puis  $U\Delta_r V^T$  reconvertis en unité de puissance. Les estimations sans réduction de bruit sont alors notées  $\hat{\theta}$ , et  $\hat{\theta}_r$  avec réduction de bruit. Le biais et l'écart type des paramètres estimés sont alors déduits de ces tests entre les estimations et les paramètres en entrée.

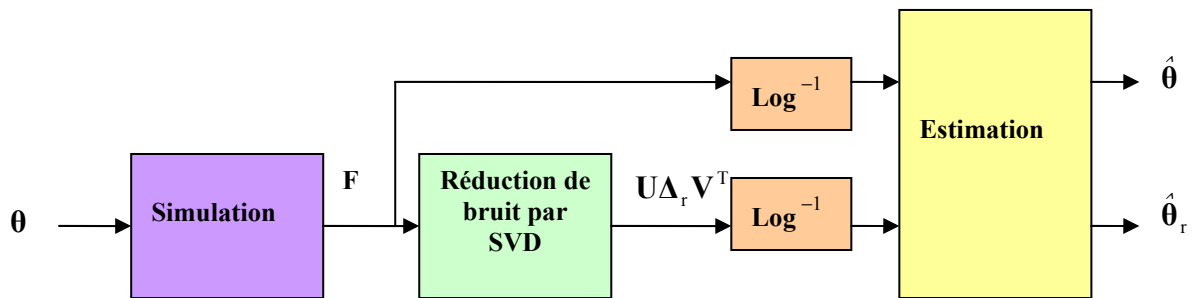


Figure 4-15 Schéma de l'estimation des paramètres sur les matrices avant et après réduction de rang par SVD

Le niveau de bruit sur les échos augmente avec la hauteur de vagues. Pour quantifier l'effet de la réduction de rang à différents niveaux de hauteur de vagues, on génère

3000 formes d'ondes simulées pour différentes hauteurs de vagues (0, 2, 4, 6, 8 et 10 m). La réduction de rang par SVD est appliquée pour  $N = 300$  et  $Q = 84\%$  (minimum de la courbe **Figure 4-5**). Les paramètres simulés sont ensuite estimés par la technique d'estimation appelée retracking et présentée dans le Chapitre 2 sur les échos avec et sans SVD. La différence entre les paramètres estimés et les paramètres simulés est ensuite comparée dans les deux cas.

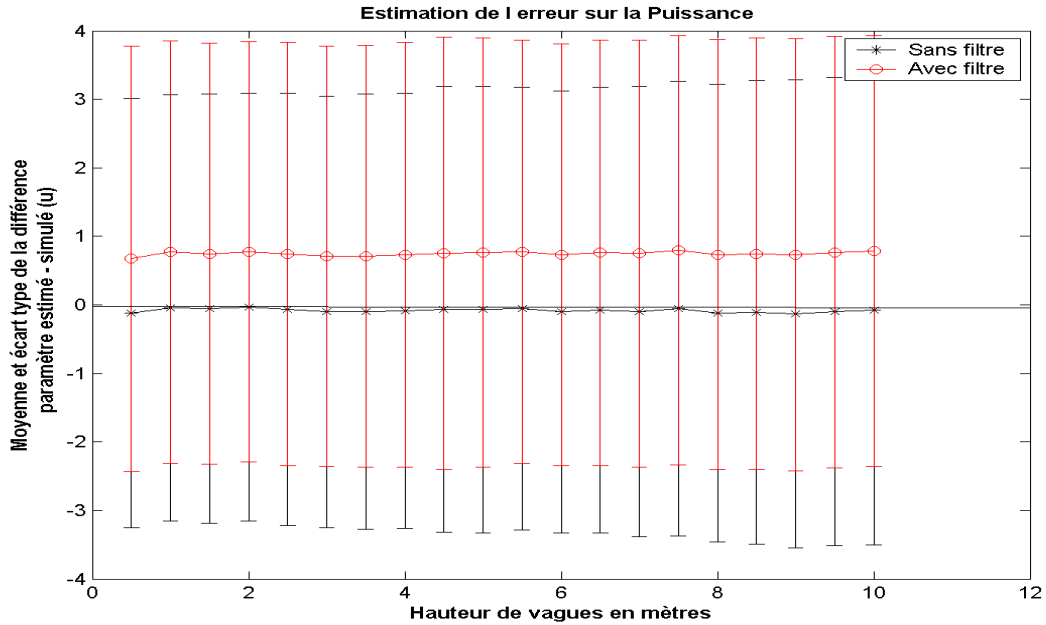
Puisqu'on connaît les valeurs réelles des paramètres simulés, on peut calculer les moyennes et la variance de l'erreur sur les estimations de  $\theta = [P, \tau, SWH]$ . Ce calcul est effectué pour les 6 hauteurs de vagues comme suit :

$$\text{Biais}_{\hat{\theta}}(SWH) = \frac{1}{3000} \sum_{i=1}^{3000} (\hat{\theta}(i) - \theta(i)) \quad \text{puis} \quad \text{Biais}_{\hat{\theta}_r}(SWH) = \frac{1}{3000} \sum_{i=1}^{3000} (\hat{\theta}_r(i) - \theta(i))$$

La variance des erreurs d'estimation des paramètres est calculée pour chaque hauteur de vagues par :

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2(SWH) = \frac{1}{3000} \sum_{i=1}^{3000} (\hat{\theta}(i) - \theta(i) - \text{Biais}_{\hat{\theta}}(SWH))^2 \quad \text{puis}$$

$$\sigma_{\hat{\theta}_r}^2(SWH) = \frac{1}{3000} \sum_{i=1}^{3000} (\hat{\theta}_r(i) - \theta(i) - \text{Biais}_{\hat{\theta}_r}(SWH))^2$$



**Figure 4-16** Erreur d'estimation avant et après SVD sur la puissance. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de l'erreur d'estimation autour de la valeur moyenne. En noir (-\*) :  $\hat{P} - P$  sans SVD, en rouge (-.) :  $\hat{P}_r - P$  avec SVD

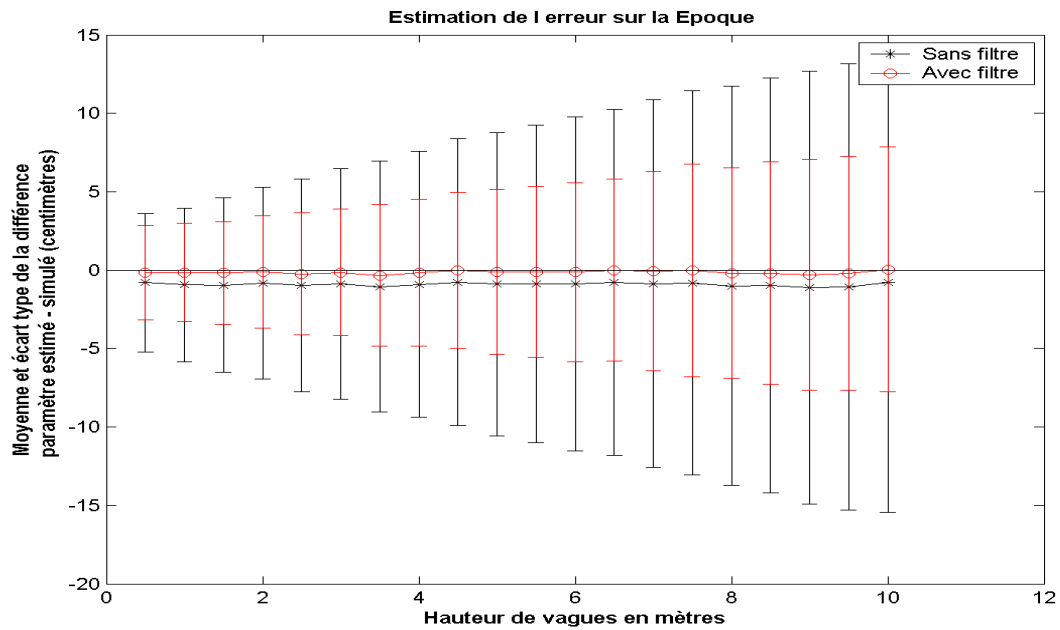


Figure 4-17 Erreur d'estimation avant et après SVD sur l'époque. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de l'erreur d'estimation autour de la valeur moyenne. En noir (-\*-):  $\hat{\tau} - \tau$  sans SVD, en rouge (-.-):  $\hat{\tau}_r - \tau$  avec SVD

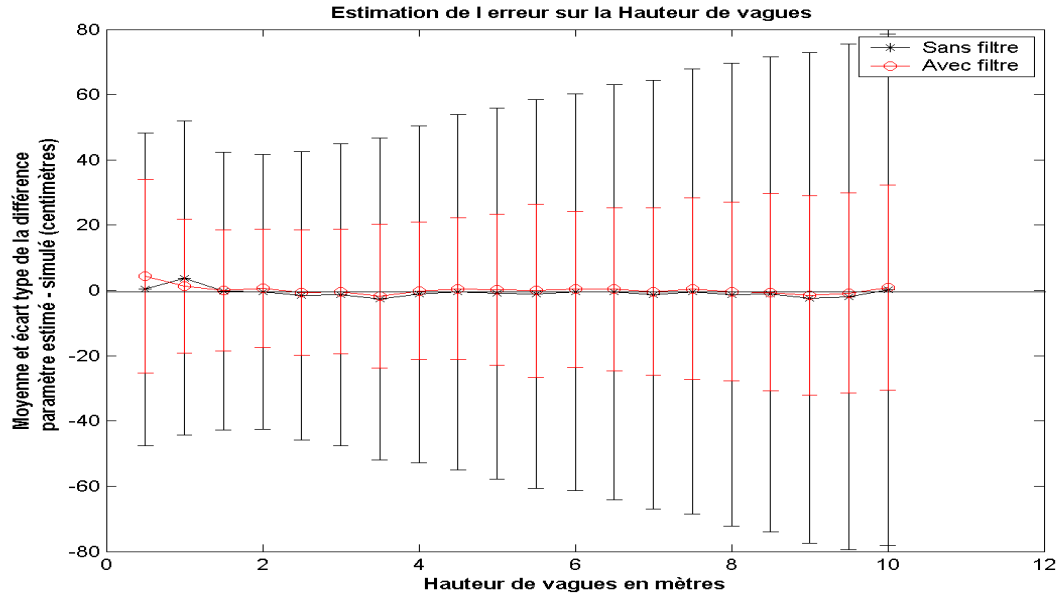


Figure 4-18 Erreur d'estimation avant et après SVD sur la hauteur de vagues. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de l'erreur d'estimation autour de la valeur moyenne. En noir (-\*-):  $\hat{SWH} - SWH$  sans SVD, en rouge (-.-):  $\hat{SWH}_r - SWH$  avec SVD

Les Figure 4-16, Figure 4-17 et Figure 4-18 montrent que la réduction de bruit par SVD ne biaise pas la hauteur de vagues, elle a tendance à créer un biais de 1 u (sur 160 c'est-à-dire moins de 1 %) sur la puissance. En revanche, il a tendance à réduire le biais sur l'époque (1 cm). Les différences observées sur les données avec ou sans SVD sont donc assez mineures en terme de biais. Le gain de la méthode est plutôt sur le niveau de bruit des estimations. C'est ce que nous allons quantifier dans le paragraphe suivant.

#### 4.4. Gain de variance sur les échos et sur les paramètres

Les résultats des **Figure 4-16** à **Figure 4-18** sont issus de simulations de 3000 échos avec une époque variant de façon gaussienne avec un écart type par rapport à la moyenne noté  $\sigma_{tr}$  dont la valeur est  $\sigma_{tr} = 9$  cm (simulation du tracker type POSEIDON).

Avec une telle variation, le gain en variance sur la distance altimétrique est de l'ordre de 1,6. Nous voulons quantifier l'impact de la variabilité du tracker sur ce gain et nous montrons que le gain en variance est d'autant meilleur que les échos sont bien alignées ( $\sigma_{tr}$  faible). Le gain de variance sur les paramètres est sensiblement différent selon le paramètre considéré. La réduction de bruit sur les paramètres est d'autant plus importante que ce paramètre est stable sur la zone observée. En d'autres termes la réduction de bruit ne peut se faire que dans la limite de la variabilité utile du paramètre.

La valeur de la MQE définie par 
$$MQE(r) = \frac{\sqrt{\text{trace}[(U\Delta_r V^T - \bar{F}^T)^T (U\Delta_r V^T - \bar{F}^T)]}}{\sqrt{\text{trace}[\bar{F}^T \bar{F}]}}$$

(équation( 4-1)) sur les matrices simulées avant et après SVD est stable et ne semble pas très altérée par la variabilité du paramètre  $\sigma_{tr}$ . La valeur de la MQE moyenne sans SVD est 10,7 u , et 3,1 u avec SVD. Le rapport des deux est de l'ordre de 3,45.

Le Tableau 4, lui représente les écarts types moyens sur les paramètres simulés avant et après la SVD ainsi que le quotient du premier par le second appelé le gain en écart type.

En ce qui concerne la hauteur de vagues, nous voyons que le gain en écart type est égal à 3,48 c'est-à-dire à peu près le même que celui sur la MQE.

Pour la distance altimétrique, le gain sur l'écart type de la distance est d'autant plus faible que la variance du tracker est forte entre 1,6 pour 9 cm d'écart type sur le tracker simulé et 3,47 pour un tracker parfait simulé ( $\sigma_{tr} = 0$  cm, c'est-à-dire pour que

tout les échos soient parfaitement alignés). La réduction de bruit sur la distance altimétrique sera donc limitée par l'écart type du tracker.

Le gain en écart type de la puissance n'est pas dégradé mais il est égal à un, c'est-à-dire que l'écart type de l'estimation de puissance est inchangée ou très peu réduite par le traitement SVD.

|               | Hauteur de vagues                      |                                        |                             | Distance altimétrique                   |                                         |                             | Puissance                           |                                     |                             |
|---------------|----------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| $\sigma_{tr}$ | $\sigma_{dSWH}$<br>sans<br>SVD<br>(cm) | $\sigma_{dSWH}$<br>avec<br>SVD<br>(cm) | Gain<br>en<br>écart<br>type | $\sigma_{d\tau}$<br>sans<br>SVD<br>(cm) | $\sigma_{d\tau}$<br>avec<br>SVD<br>(cm) | Gain<br>en<br>écart<br>type | $\sigma_{dp}$<br>sans<br>SVD<br>(u) | $\sigma_{dp}$<br>avec<br>SVD<br>(u) | Gain<br>en<br>écart<br>type |
| 9 cm          | 56                                     | 16                                     | 3,48                        | 9                                       | 5,6                                     | 1,6                         | 3,4                                 | 3,3                                 | 1,02                        |
| 5 cm          | 56                                     | 16                                     | 3,48                        | 9                                       | 4,7                                     | 1,9                         | 3,4                                 | 3,3                                 | 1,02                        |
| 2 cm          | 56                                     | 16                                     | 3,48                        | 9                                       | 3,1                                     | 2,9                         | 3,4                                 | 3,3                                 | 1,02                        |
| 0 cm          | 56                                     | 16                                     | 3,48                        | 9                                       | 2,6                                     | 3,47                        | 3,4                                 | 3,3                                 | 1,02                        |

**Tableau 4. Gain en écart type sur différents paramètres selon la variance du tracker simulée.**

## 5. Conclusions du chapitre

L'approche matricielle des échos altimétriques permet d'exploiter la cohérence des échos le long des traces ainsi que la statistique du bruit qui les affecte.

Les matrices d'observations sont séparées en deux composantes : l'une contient le bruit et l'autre contient tout le signal plus un peu de bruit. A la suite de l'étude des propriétés de chacune de ces deux composantes nous avons mis au point une décomposition matricielle des mesures qui permet de réduire le bruit sur les échos. Nous avons déterminé les réglages de la méthode adaptés aux caractéristiques de chaque altimètre qui permettent de conserver toute l'information utile véhiculée par les paramètres géophysiques que l'on cherche à estimer.

Cette méthode de traitement du bruit de mesure validée sur des simulations peut être appliquée sur les données réelles. Nous avons montré que les estimations résultant du retracking sur les échos débruités sont plus précises et moins bruitées. En ce qui concerne la hauteur de vagues estimée, cette méthode permet de diviser l'écart type du bruit par 3,5. Pour la hauteur de mer estimée, elle permet aussi de

réduire considérablement l'écart type. Un autre résultat de cette étude est que la méthode réduit la dépendance du bruit de mesure sur la hauteur de mer en fonction de la hauteur des vagues. Ce dernier résultat est cohérent avec les travaux de [Walsh 1982] qui préconisait un rythme de PRF adaptatif et variable selon la hauteur des vagues. Pour les fortes hauteurs de vagues, la méthode permet de diviser l'écart type du bruit par un coefficient compris entre 1,2 et 3,7 selon l'alignement assuré par le tracker.

Nous allons quantifier le gain sur les paramètres estimés à partir de données réelles dans le chapitre suivant.



## *Chapitre 4. Applications et résultats*

### *Points clefs du chapitre*



Nous appliquons ici la méthode de réduction de bruit par SVD sur les échos altimétriques réels. Les simulations réalistes effectuées au chapitre précédent permettent d'interpréter les résultats.

La réduction de bruit est quantifiée sur les échos. Nous montrons ensuite comment la réduction de bruit sur les échos conduit à l'amélioration de la précision des paramètres géophysiques.

Nous quantifions l'impact de la réduction de bruit des échos sur la réduction de variance sur les paramètres géophysiques.

Sur les données réelles, l'amélioration de la variance des paramètres permet d'avoir une estimation plus fine des paramètres et donc de mieux les caractériser localement.

Nous menons enfin une étude pour vérifier si la réduction de bruit d'estimation permet de modifier l'estimation d'une correction de la mesure altimétrique : le biais d'état de mer, grandeur qui sera détaillée et dont la dépendance avec le bruit de mesure sera analysée.

## *Sommaire*

|                                                                           |            |
|---------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Chapitre 4. Applications et résultats.....</b>                         | <b>109</b> |
| <b>1 Analyse et traitement des données réelles .....</b>                  | <b>112</b> |
| 1.1 Données réelles utilisées et tri sur les échos .....                  | 113        |
| 1.2 Réduction de bruit par SVD des échos réels .....                      | 116        |
| <b>2 Biais et variances des paramètres estimés .....</b>                  | <b>121</b> |
| 2.1 Hauteur des vagues .....                                              | 121        |
| 2.2 Information de distance.....                                          | 122        |
| 2.3 Information de puissance.....                                         | 123        |
| 2.4 Conclusion.....                                                       | 124        |
| <b>3 Méthode de comparaisons des paramètres .....</b>                     | <b>125</b> |
| 3.1 Quantification de précision des paramètres.....                       | 125        |
| 3.2 Quantification des biais d'estimation des paramètres.....             | 126        |
| 3.3 Répartition fréquentielle des paramètres.....                         | 126        |
| <b>4 Gain de précision sur les paramètres réels.....</b>                  | <b>128</b> |
| 4.1 Hauteur des vagues .....                                              | 128        |
| 4.2 Puissance .....                                                       | 135        |
| 4.3 Information de distance.....                                          | 137        |
| 4.4 Conclusion.....                                                       | 151        |
| <b>5 Biais d'Etat de Mer, biais instrumental et bruit de mesure .....</b> | <b>151</b> |
| 5.1 Définitions .....                                                     | 152        |
| 5.2 Biais d'état de mer selon les missions altimétriques .....            | 154        |
| 5.3 But de l'étude du biais d'état de mer avec ou sans SVD .....          | 156        |
| 5.4 Méthodes de comparaisons des biais d'état de mer.....                 | 156        |
| 5.5 Résultats.....                                                        | 157        |
| 5.6 Discussion.....                                                       | 160        |
| 5.7 Conclusions .....                                                     | 163        |
| <b>6 Conclusion.....</b>                                                  | <b>164</b> |

## *Introduction*

Nous avons développé un outil de réduction de bruit adapté aux échos altimétriques pour améliorer la précision d'estimation des paramètres géophysiques. Nous allons maintenant appliquer cet outil à des données réelles et quantifier son apport sur l'estimation des paramètres en termes de précision.

Ce chapitre est composé de 6 parties.

La première partie est la présentation des données utilisées. Nous appliquons la méthode de réduction de bruit par SVD aux échos réels avec le réglage optimal établi sur les données simulées. La réduction de bruit sur les échos est évaluée. Puis, nous vérifions que la partie bruit du signal qui est éliminée ne contient effectivement que du bruit c'est-à-dire un signal blanc et décorrélé.

Cela permet de vérifier que les échos débruités par SVD contiennent bien la même information physique que les échos non débruités. Les paramètres estimés sur les uns ou les autres des échos (débruités ou non par SVD) doivent donc également contenir la même information. La comparaison des paramètres estimés avec et sans SVD est l'objet des parties suivantes.

Dans la deuxième partie, nous définissons tout d'abord les variances des paramètres géophysiques estimés notamment le lien qui existe entre la variance des estimations et la variabilité des données physiques. En effet, lorsqu'on travaille sur les

paramètres réels, la quantification des performances (biais et variances) est moins directe qu'en simulations où la valeur exacte du paramètre que l'on cherche à estimer est connue.

Dans une troisième partie, nous définissons les méthodes utilisées pour comparer les paramètres estimés avec ou sans SVD c'est-à-dire les méthodes utilisées pour calculer les variances et biais de mesures, ainsi que pour calculer les spectres en fréquence des paramètres.

La quatrième partie est l'étude des biais et gains en variances apportés par la SVD sur la hauteur de vagues, la puissance et la distance altimétrique. Elle permet de montrer que la SVD apporte un gain en variance sur les estimations et une meilleure connaissance des variations hautes fréquences.

Compte tenu des conclusions de la quatrième partie, la cinquième partie étudie l'effet de l'amélioration des mesures sur l'estimation d'une des corrections de la mesure altimétrique : le biais d'état de mer. Cette correction, présentée dans le chapitre 2 de ce document, est décrite plus en détail ici.

La sixième et dernière partie conclue sur les principaux résultats obtenus.

## **1. Analyse et traitement des données réelles**

Compte tenu de la proportionnalité qui existe entre le niveau de bruit sur les échos et la variance des paramètres géophysiques à estimer, la réduction de bruit par SVD sur les échos doit permettre d'améliorer les estimations à partir des échos altimétriques et ceci quel que soit l'algorithme d'estimation utilisé et quelle que soit la bande de fréquence considérée. Nous allons évaluer l'apport de cette réduction de bruit sur les mesures altimétriques.

Les données sont traitées suivant le schéma donné **Figure 4-15**. Après lecture des données dans les fichiers de mesures, les échos sont triés puis la réduction de bruit par SVD est appliquée. Le retracking est appliqué sur les échos reconvertis en unité de puissance avant et après réduction de bruit. Les paramètres estimés sont triés pour exclure ceux qui ne sont pas définis ou aberrants. Ils sont peu nombreux (de l'ordre de 2 secondes sur 20 minutes) car les échos ont été préalablement triés pour être bien adaptés à l'estimation par retracking sur le modèle de Hayne. Le même tri est appliqué aux paramètres issus des deux estimations de façon à pouvoir en faire des comparaisons terme à terme.

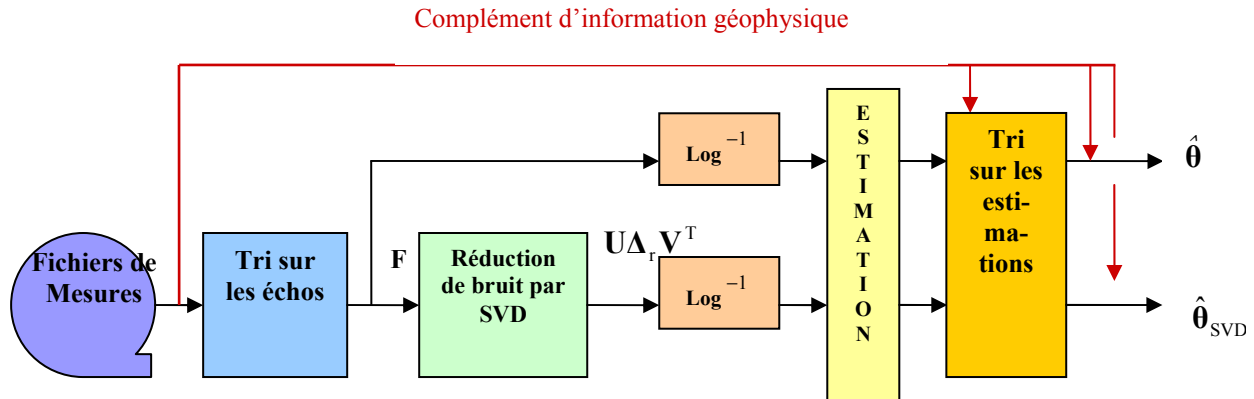


Figure 1-1 Schéma de l'estimation des paramètres sur les matrices avant et après réduction de rang par SVD

Nous estimons les paramètres avant et après SVD avec le même algorithme de retracking de façon à ce que la réduction de bruit par SVD soit le seul traitement en quoi les paramètres estimés diffèrent.

### 1.1. Données réelles utilisées et tri sur les échos

Nous utilisons des données réelles issues de l'altimètre POSEIDON-2 de la mission JASON. Les échos sont considérés en bande Ku et sont lus dans les produits SGDR (Sensor Geophysical Data Record), fichiers édités par le CNES qui contiennent entre autres les données brutes de la télémessure classées par cycle et par demi orbite. Chaque mesure 20Hz est associée à des valeurs identifiant les conditions dans lesquelles la mesure a été réalisée telles que l'instant de la mesure, la distance associée estimée par le tracker  $\hat{D}_{tr}$ , etc. Chacune est également associée à des champs, disponibles à la seconde, caractérisant la surface au point de mesure comme sa position géographique, la nature supposée de la surface observée (fichier masque basé sur les connaissances *a priori*), profondeur de l'océan estimée à ce point, niveau moyen de la mer associé : MSS (Mean Sea Surface), caractérisation de l'orbite, diverses corrections, etc. Ces champs sont issus de modèles numériques ou bien ce sont des moyennes calculées sur de longues séries temporelles et qui s'affinent donc au cours du temps. Par exemple la MSS actuelle présente dans les produits JASON est calculée avec sept ans de données TOPEX/POSEIDON (1993-1999) et cinq ans de données ERS.

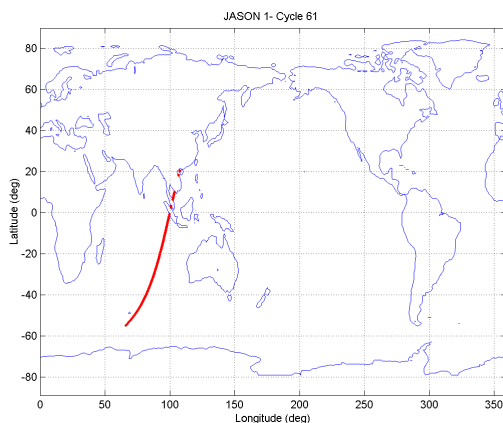
Seuls certains échos sont conservés pour l'étude suivante de façon à ce qu'ils soient représentatifs de zones homogènes océaniques et qu'il suivent le modèle de bruit multiplicatif établi au Chapitre 2. Ainsi, ils pourront faire l'objet d'un retracking valide *a priori*. Ils sont triés avec les critères suivants :

- Latitudes comprises entre 55°N et 55°S pour éviter les zones de glace.
- Indicateur de surface identifié comme océan.
- Dépointage des échos inférieur à 0,2° pour ne pas tenir compte des cellules de pluies qui déforment le plateau des échos.
- Hauteur de vagues inférieure à 12 m pour éviter les estimations considérées comme aberrantes.
- Coefficient de rétrodiffusion inférieur à 16 dB pour éviter les « sigma bloom » qui correspondent à un éblouissement du radar lorsque la surface éclairée est trop lisse (calme plat).

Par exemple pour une demi-orbite (la 22<sup>ième</sup>), traversant l'Océan Atlantique du Nord au Sud, sur 3198 secondes de données (53 minutes), le tri de latitude exclut 866 secondes (15 minutes) et la somme des autres critères exclut 230 secondes supplémentaires (moins de 4 minutes).

Dans la suite du document, il est fait référence à deux jeux de données sur lesquels sont effectuées les différentes validations.

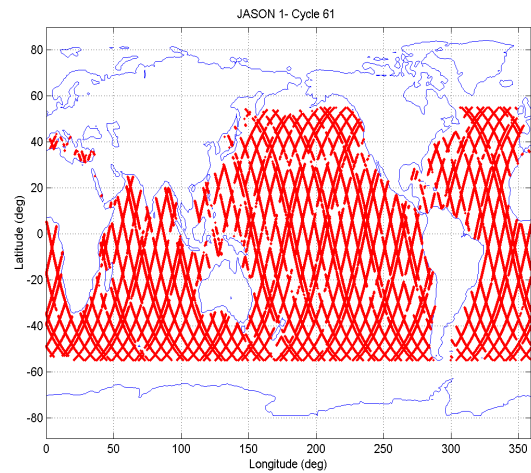
Le premier jeu de données est constitué des données de l'altimètre de JASON-1 sur la



**Figure 1-2 Données sélectionnées pour le premier jeu de données**

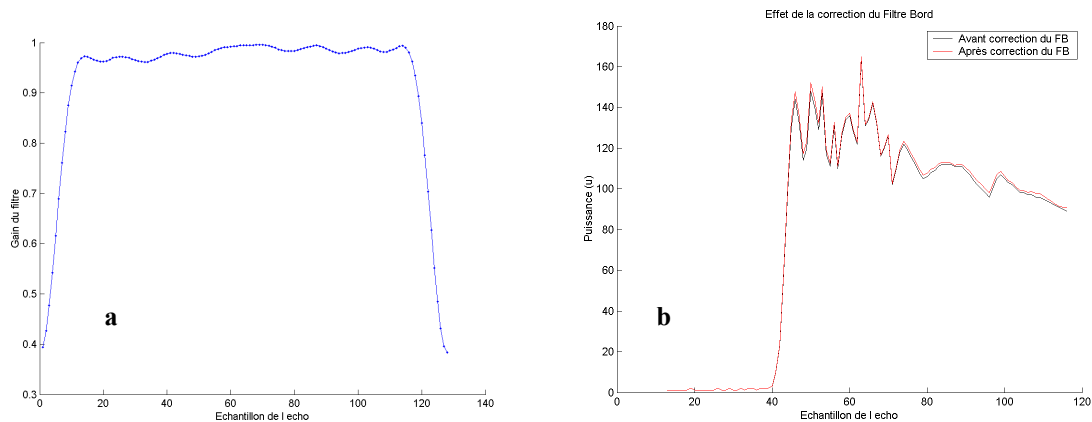
demi-orbite 1 (Figure 1-2) de son cycle 61. Cette demi-orbite présente une large variabilité de hauteur de vagues et permet ainsi de présenter la sensibilité de la réduction de bruit par rapport à ce paramètre. Nous allons étudier l'apport de précision sur les paramètres les uns après les autres, d'abord sur ce tronçon puis sur un ensemble plus vaste de données afin de faire des statistiques pertinentes.

Le second jeu de données concerne le même cycle pour le même altimètre mais sur d'avantage de données. Il est représenté **Figure 1-3**. Pour les statistiques globales sur 99 demi- orbites, un critère de tri est ajouté à ceux présentés plus haut. Il s'agit de la bathymétrie. On vérifie que la bathymétrie aux points de mesure est toujours supérieure à 1000 m de profondeur. Ceci assure de ne pas considérer les points près des côtes et d'être dans des zones stables.



**Figure 1-3 Données sélectionnées pour le second jeu de données**

Les échos sélectionnés sont ensuite corrigés de l'effet du filtre passe bas appliqué à bord. Ce filtre est estimé lors de l'étalonnage (« calibration ») de l'altimètre au dessus des terres. Il est estimé régulièrement (trois fois par jour pour JASON) de façon à quantifier d'éventuelles dérives ou problèmes instrumentaux. La **Figure 1-4** montre la forme de ce filtre et son impact sur un écho.



**Figure 1-4 Filtre bord et effet sur un écho altimétrique**

De plus, pour éviter les points compressés des formes d'ondes, (voir **Figure 1-4 b**), nous considérons des échos composés de 55 échantillons du 17<sup>ième</sup> et le 72<sup>ième</sup> échantillon (voir chapitre 3, partie stationnarité 2.1.1).

## 1.2. Réduction de bruit par SVD des échos réels

Nous appliquons la réduction de bruit par SVD sur les échos réels triés comme présenté ci-dessus. Nous développons ici la mise en œuvre du traitement sur ces échos. Puis nous quantifions le gain en variance sur les échos débruités et enfin, nous vérifions, que, comme en simulation, le résidu entre les échos réels et les échos débruités ne contient pas d'information utile et que ce n'est effectivement que du bruit.

### 1.2.1. Mise en œuvre de la SVD sur les échos réels

Les échos triés sont traités avec la méthode de réduction de rang par SVD. Le réglage de la SVD est celui présenté Chapitre 3 adapté à des données océan avec un critère de 84% de l'information totale exprimée sur des paquets de 300 échos (15 secondes de données soit 105 km environ le long des traces du satellite).

Nous présentons les résultats sur la demi-orbite 1 du cycle 61 de JASON ((Figure 1-2). Elle est composée de 23 474 mesures sélectionnées (soit un peu moins de 20 minutes) et correspond à 79 paquets de 300 échos.

La Figure 1-5 présente les valeurs singulières des 79 paquets. La décroissance est totalement identique en ce qui concerne les valeurs à partir de la 30<sup>ème</sup> valeur singulière et peut varier en ce qui concerne la répartition des 30 premières. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 3, ceci est du aux effets de quantification sur les échantillons.

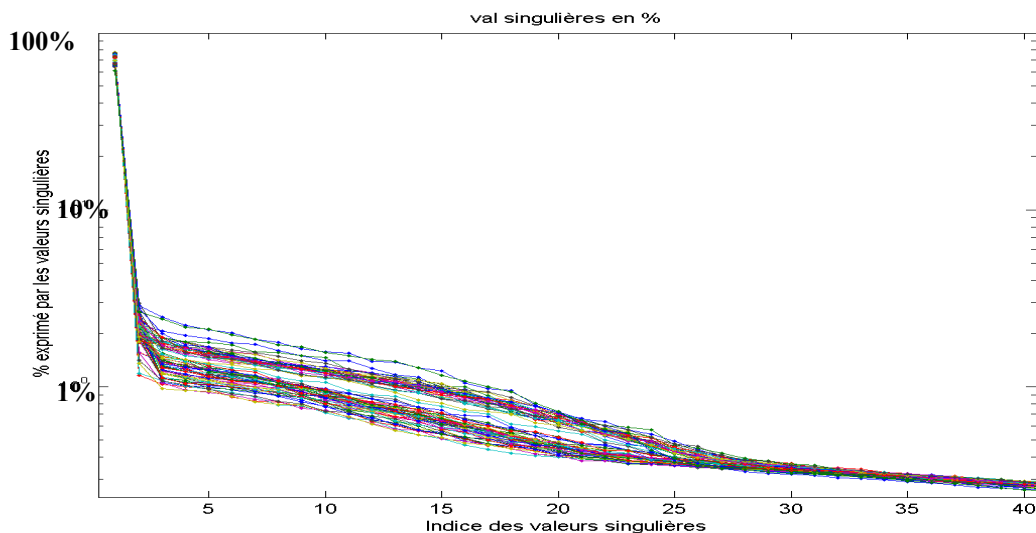
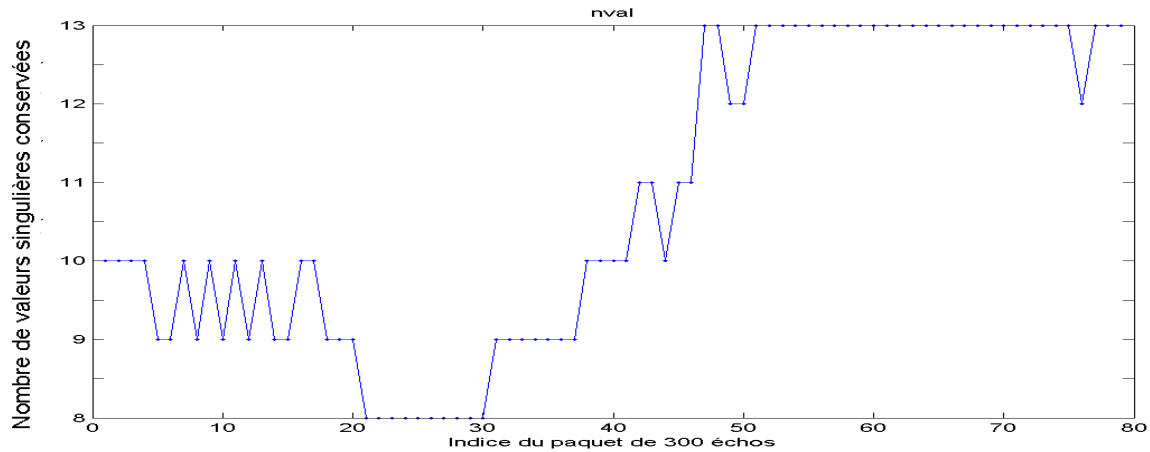


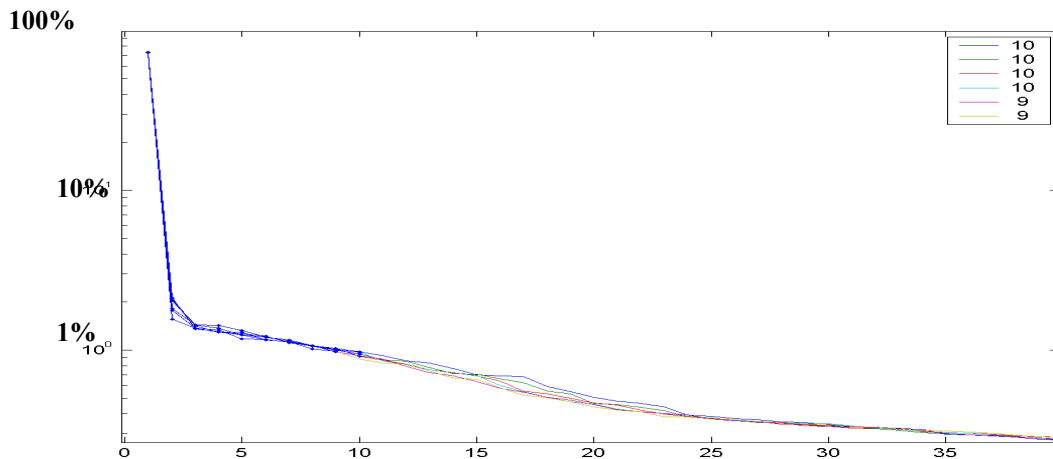
Figure 1-5 Valeurs singulières en pourcentage des différents paquets de 300 échos.  
Demi-orbite 1 du cycle 61 de JASON



**Figure 1-6 Valeurs singulières conservés pour les 79 paquets de la demi-orbite 1 du cycle 61 de JASON**

La **Figure 1-6** indique le nombre de valeurs singulières conservées pour reconstituer la partie signal utile de chaque paquet. Il est compris entre 8 et 13. D'après les tests effectués au chapitre précédent, ces valeurs permettent de ne pas perdre l'information de tracker dont on a vu qu'il était au maximum compris dans les 4 ou 5 premières valeurs singulières.

La **Figure 1-7** présente la répartition des valeurs singulières pour les 10 premiers paquets et indique la position de celles qui sont conservées pour reconstruire le signal utile.



**Figure 1-7 Valeurs singulières en pourcentage des 10 premiers paquets de la première demi-orbite du cycle 61 de JASON (courbes trait plein) et les valeurs conservées (points bleus)**

### 1.2.2. Réduction de bruit sur les échos réels

La troncature de rang mise en œuvre sur les données réelles réduit le bruit sur les échos. La Figure 1-8 montre qualitativement l'effet de la réduction de bruit sur les résidus de la régression par moindres carrés du retracking. Le vecteur résidu avant SVD  $\mathbf{e} = [e_1 \cdots e_k \cdots e_K]$  est la différence entre l'écho mesuré ( $\mathbf{f}$ ) et le modèle qui lui est associé ( $\bar{\mathbf{f}}_{\text{rtk}}$ ) après l'étape de retracking :

$$\mathbf{e} = \mathbf{f} - \bar{\mathbf{f}}_{\text{rtk}}$$

Le vecteur résidu après SVD  $\mathbf{e}_{\text{SVD}} = [e_{1\text{SVD}} \cdots e_{k\text{SVD}} \cdots e_{K\text{SVD}}]$  est la différence entre l'écho débruité par SVD ( $\mathbf{f}_{\text{SVD}}$ ) et le modèle qui lui est associé ( $\bar{\mathbf{f}}_{\text{rtkSVD}}$ ) après l'étape de retracking :

$$\mathbf{e}_{\text{SVD}} = \mathbf{f}_{\text{SVD}} - \bar{\mathbf{f}}_{\text{rtkSVD}}$$

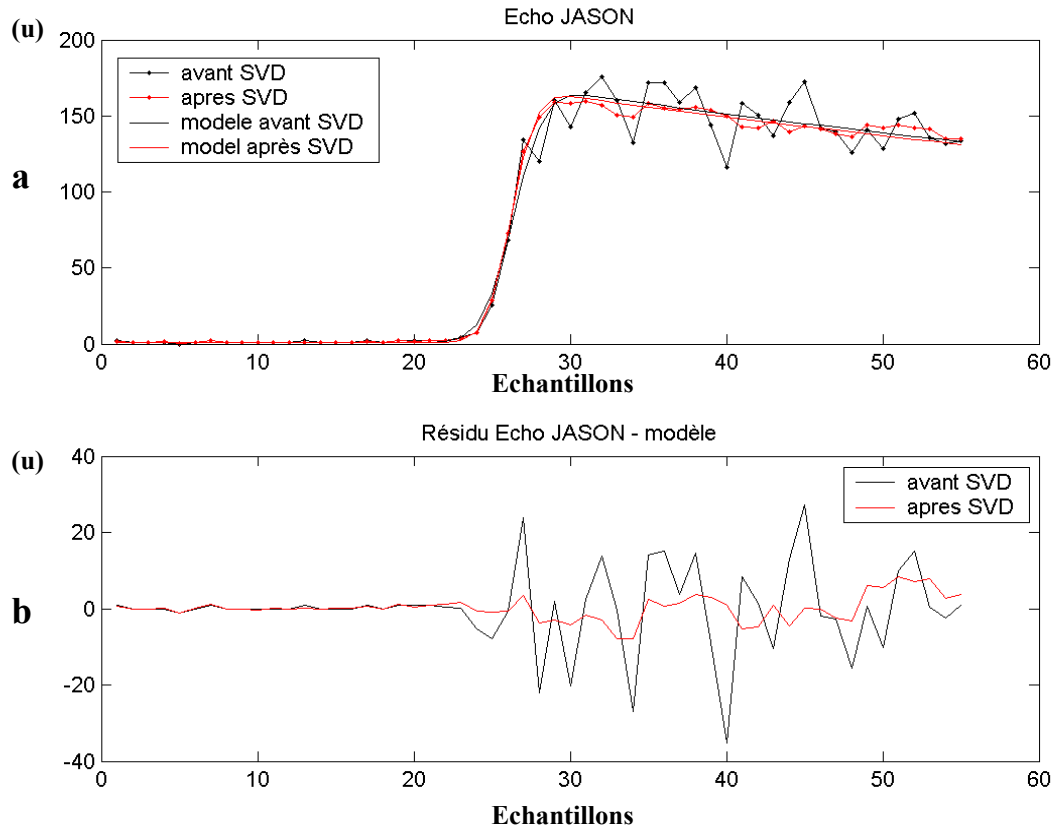


Figure 1-8 a- Echos mesurés avant et après filtrage et modèles associés  
b- Résidu écho mesuré moins modèle de Hayne estimé pour un écho JASON. Noir : Sans SVD, rouge : Avec SVD

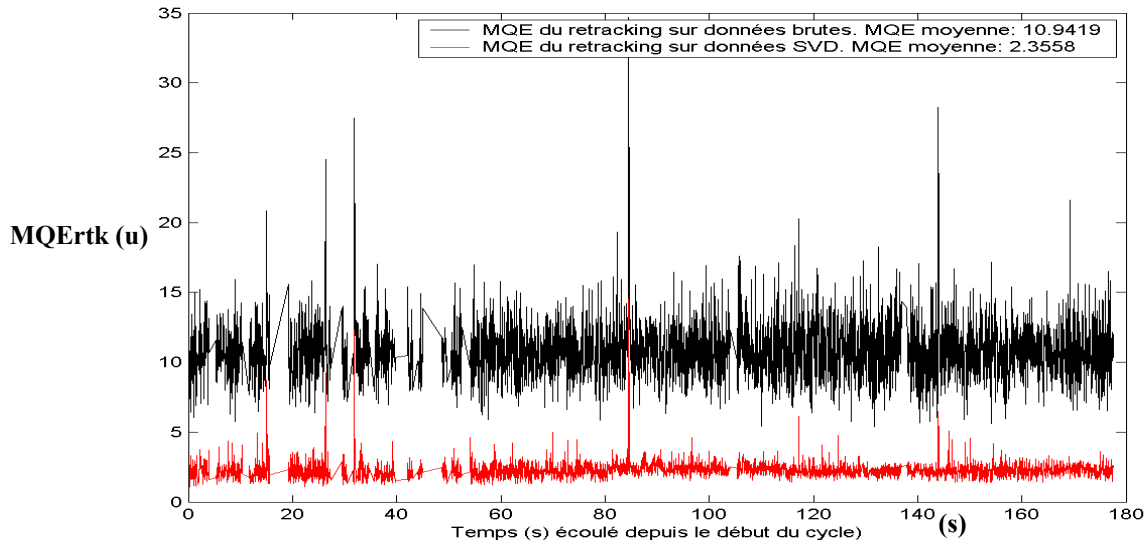
On associe à chaque écho, l'erreur quadratique du résidu comme :

$$\begin{aligned} \text{MQE}_{\text{rtk}} &= \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K e_k^2} \text{ et} \\ \text{MQE}_{\text{rtkSVD}} &= \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K e_{k\text{SVD}}^2} \end{aligned} \quad (1-2)$$

Pour quantifier le rapport signal à bruit avant et après réduction de bruit par SVD, on calcule une estimation de la variance du bruit en calculant la moyenne des erreurs quadratiques minimisées par le retracking avant et après SVD :

$$\begin{aligned} \sigma_B &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{MQE}_{\text{rtk}}(n)^2} \text{ et} \\ \sigma_{B\text{SVD}} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{MQE}_{\text{rtkSVD}}(n)^2} \end{aligned}$$

La **Figure 1-9** représente la valeur des MQE avec ou sans SVD pour les 10 premiers paquets (3000 échos) de la première demi-orbite du cycle 61. Elle sont associées à une valeur de  $\sigma_B = 10,94$  unités de puissance pour les retrackings sur échos bruts, et  $\sigma_{B\text{SVD}} = 3,35$  unités de puissance pour les retrackings sur échos débruités. Le gain en variance est donc  $\frac{\sigma_{B\text{SVD}}^2}{\sigma_B^2} = 10,66$  en moyenne sur ce tronçon.



**Figure 1-9** Erreur quadratique entre les échos mesurés et les modèles de Hayne estimés pour les 2,30' premières minutes de la première demi-orbite du cycle 61 de JASON. Sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

La réduction de bruit par SVD divise donc la variance du bruit sur les échos par un facteur 10. Du point de vue du bruit, cela revient à multiplier le facteur  $N_{\text{burst}}$  par 10 ce qui n'est pas réalisable si on considère les échos individuellement. En effet, [Walsh 1982] (voir Chapitre 3 partie 2.1.2.) montre que ce nombre est égal la fréquence de répétition des échos (PRF) dans la limite de la corrélation du bruit des échos. La PRF réelle est optimisée par rapport à cette limite ce qui signifie que choisir une PRF supérieure ne diminuerait pas le bruit.

### 1.2.3. Blancheur du résidu de SVD

Comme pour les données simulées du Chapitre 3, nous vérifions que le résidu de la SVD ne contient pas d'information corrélée. Pour cela, nous calculons les matrices de corrélation du résidu  $C_K$  et  $C_N$  définies dans la partie simulation (Chapitre 3 partie 4.3.1.) et dont nous rappelons ici les expressions :

$$C_K(r) = (F - U\Delta_r V^T)^T (F - U\Delta_r V^T) \text{ et } C_N(r) = (F - U\Delta_r V^T)(F - U\Delta_r V^T)^T \quad (1-5)$$

La première matrice  $C_K$  appartient à  $R^{K \times K}$  et correspond aux corrélations échantillon à échantillon du résidu. La seconde matrice  $C_N$  appartient à  $R^{N \times N}$  et correspond aux corrélations écho à écho du résidu.

Nous vérifions que les corrélations sont en moyenne des diracs (voir illustration **Figure 1-10 a** pour  $C_{K_{\text{moy}}}(r)$  et **Figure 1-10 b** pour  $C_{N_{\text{moy}}}(r)$ ). Où les corrélations moyennes sont définies comme :

$$C_{K_{\text{moy}} j}(r) = \frac{\sum_{k=1}^{K-j} C_{K k, k-j}(r)}{\text{trace}(C_K(r))} \text{ pour } j \text{ allant de } 1 \text{ à } K-1 \quad \text{et}$$

$$C_{N_{\text{moy}} i}(r) = \frac{\sum_{n=1}^{N-j} C_{N n, n-i}(r)}{\text{trace}(C_N(r))} \text{ pour } i \text{ allant de } 1 \text{ à } N-1$$

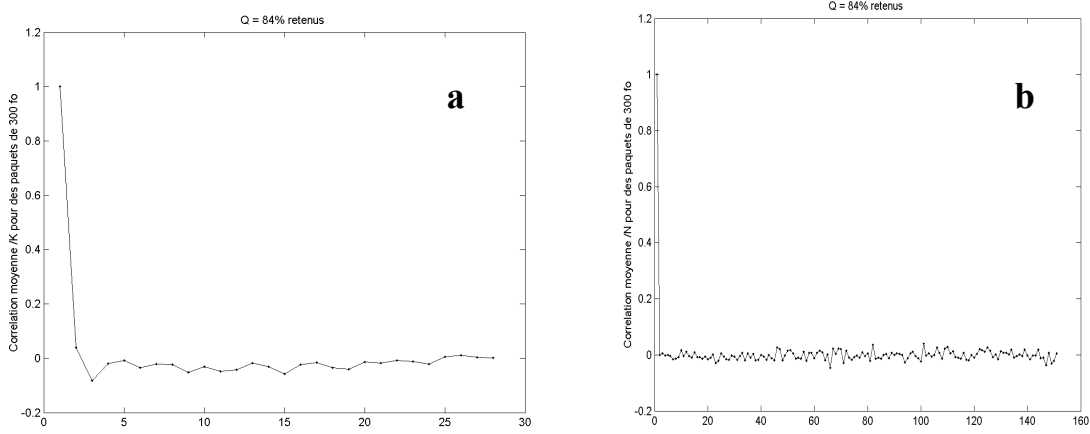


Figure 1-10 Fonction de corrélation moyenne de la partie bruit de la SVD

a-  $C_{K\text{moy}}(r)$  b-  $C_{N\text{moy}}(r)$

Ainsi, nous vérifions que l'information portée par l'écho débruité par SVD contient toujours l'information géophysique que l'on souhaite extraire avec le retracking. Nous allons maintenant nous intéresser à cette information c'est à dire aux paramètres du retracking estimés sur les échos avec ou sans SVD.

## 2. Biais et variances des paramètres estimés

Nous présentons ici le modèle de bruit sur les différents paramètres estimés. Nous commençons par la hauteur de vagues qui est entièrement définie par l'étape du retracking des échos, puis nous nous intéressons aux informations de distance altimétrique au travers de l'époque et de la distance tracker et enfin les informations de puissance rétrodiffusée au travers de la puissance de l'écho et de l'information de CAG du tracker.

### 2.1. Hauteur des vagues

Pour la hauteur de vagues, l'estimation par le retracking donne directement la valeur du paramètre physique. La hauteur de vagues réelle SWH est la somme de l'estimation par le retracking  $\hat{SWH}$  et de l'erreur d'estimation  $dSWH$ . Elle s'écrit :

$$SWH = \hat{SWH} + dSWH.$$

L'estimation par le retracking est non biaisée (Chapitre 2, partie 4) donc :  $E\{\hat{SWH}\} = SWH$ .

La variance de l'estimation de la hauteur de vagues est :  $\sigma_{SWH}^2 = E\{(\hat{SWH} - SWH)^2\} = E\{dSWH^2\}$ .

## 2.2. Information de distance

La distance altimétrique  $D$  est la distance entre l'altimètre et la surface de l'océan. Elle est estimée par la combinaison de deux mesures : celle du tracker et celle du retracking.

### Distance altimétrique :

On note  $\hat{D}_{tr}$  la distance tracker qui est une estimation de  $D$  par le tracker avec une erreur d'estimation couramment appelée *époque* et notée  $\tau$  ce qui donne l'équation :

$$D = \hat{D}_{tr} + \tau$$

La variance de l'estimation  $\hat{D}_{tr}$  est notée  $\sigma_{tr}^2 = E\{(\tau - E\{\tau\})^2\}$ .

On note  $\hat{\tau}$  l'estimation de l'époque par le retracking, elle même entachée d'une erreur  $d\tau$  ce qui conduit à :

$$\tau = \hat{\tau} + d\tau$$

L'espérance de l'époque estimée  $\hat{\tau}$  non biaisée :  $E\{\hat{\tau}\} = E\{\tau\}$  (de l'ordre de - 33 cm pour les altimètres POSEIDON-1 et 2) et sa variance est la somme des deux variances  $\sigma_{tr}^2$  et  $\sigma_{d\tau}^2 = E\{(\hat{\tau} - \tau)^2\}$  (voir l'étude de performance du retracking Chapitre 1 partie 4.3.) car la distance du tracker  $\hat{D}_{tr}$  et l'erreur du retracking  $d\tau$  sont deux variables aléatoires indépendantes:

$$\sigma_{\hat{\tau}}^2 = \sigma_{tr}^2 + \sigma_{d\tau}^2$$

La distance altimétrique totale  $D$  s'écrit comme :

$$D = \hat{D}_{tr} + \hat{\tau} + d\tau \quad (2-1)$$

Son estimation est la somme de deux estimations qui ne sont pas indépendantes car l'une est la correction de l'autre :

$$\hat{D} = \hat{D}_{tr} + \hat{\tau}$$

La distance altimétrique est  $D = E\{\hat{D}_{tr} + \hat{\tau}\}$  car le retracking est non biaisé (voir Chapitre 1 partie 4.3.). Sa variance est :  $\sigma_D^2 = E\{(D - \hat{D}_{tr} - \hat{\tau})^2\} = E\{(d\tau)^2\}$  :

$$\sigma_D^2 = \sigma_{d\tau}^2 \quad (2-2)$$

La variance de la mesure de la distance altimétrique est donc égale à la variance de l'erreur d'estimation de l'époque par le retracking. Nous montrons ainsi que la précision d'estimation de la distance altimétrique est entièrement conditionnée par la précision d'estimation de l'époque par le retracking. Si on double la précision sur la

mesure de l'époque, on double aussi la précision sur la mesure de la distance altimétrique. Nous avons vu (Chapitre 3) que la réduction de bruit par SVD devait diminuer sensiblement cette variance.

### **Hauteur de mer ou Sea Surface Height (SSH)**

La caractérisation expérimentale sur les données réelles de la variance de la distance altimétrique est délicate car la distance altimétrique a des variations importantes pouvant atteindre 15 m par seconde et qui sont compensées par le tracker. Une composante importante de ce signal est la variation de l'altitude du satellite sur son orbite.

Le paramètre auquel on s'intéresse donc est l'estimation de la hauteur de mer ou SSH (*Sea Surface Height*) définie comme  $SSH = \text{Orbite} - D$ . Son estimation est :

$$\hat{SSH} = \hat{\text{Orbite}} - \hat{D} \quad (2-3)$$

Dans cette expression,  $\hat{\text{Orbite}}$  est l'estimation de l'*altitude du satellite* sur son orbite à partir de modèles des trajectoire et de mesures (voir Chapitre 2 partie 1.2). Sa mesure est disponible au même rythme que les échos 20 Hz dans les produits SGDR.

L'orbite a longtemps été le paramètre présentant la plus forte incertitude parmi les termes de l'équation altimétrique. Aujourd'hui elle est bien maîtrisée et est dérivée d'un modèle. La variance d'estimation de l'orbite peut donc être considérée comme négligeable et la variance de la SSH est alors égale à la variance de la distance altimétrique :

$$\sigma_{\hat{SSH}}^2 = \sigma_{\hat{D}}^2 = \sigma_{\text{dr}}^2$$

Notons que nous nous intéressons ici à la hauteur de mer non corrigée. Ainsi, nous isolons la partie de la mesure sur laquelle nous avons apportée une amélioration et que nous souhaitons quantifier. La hauteur de mer totale est en fait corrigée de la somme des corrections définies au Chapitre 2. Sa variance est alors la somme des variances de chaque correction. Nous n'en tenons pas compte ici.

### **2.3. Information de puissance**

L'information utile de puissance est le coefficient de rétrodiffusion de la surface éclairée. L'information de puissance rétrodiffusée est estimée par la combinaison de deux systèmes d'estimations.

Par analogie avec l'équation ( 2-1), nous exprimons le coefficient de rétrodiffusion comme :

$$\sigma_0 = \hat{C} \hat{A} G_{tr} + \hat{P} + dP = \hat{\sigma}_0 + dP \quad (2-4)$$

Où  $\hat{C} \hat{A} G_{tr}$  est la Consigne Automatique de Gain du tracker,  $\hat{P}$  est l'estimation de cette erreur par le retracking qui est elle même entachée d'une erreur  $dP$ .

On aurait également, par analogie de l'équation ( 2-2) :

$$\sigma_{\hat{\sigma}_0}^2 = \sigma_{dP}^2$$

Or, l'analogie avec la distance altimétrique a une limite due à la quantification des mesures. En effet, la Consigne Automatique de Gain est quantifiée avec un pas

$Q=1\text{dB}$  ce qui induit, par définition, un bruit de mesure d'écart type  $\sigma_Q = \sqrt{\frac{Q}{12}} = 0,3 \text{ dB}$

en dessous duquel on ne peut pas descendre.

$$\sigma_{\hat{\sigma}_0}^2 = \sigma_{dP}^2 + \sigma_Q^2 \quad (2-5)$$

## 2.4. Conclusion

Cette étude nous permet d'évaluer de façon théorique la variance sur les paramètres estimés qui est proportionnelle au niveau de bruit de speckle sur les échos. Nous avons montré plusieurs choses :

- L'écart type sur la distance altimétrique globale est égal à celui sur la SSH que nous étudierons car il présente l'intérêt d'avoir une variabilité moins grande que la distance altimétrique pure. Il est entièrement conditionné par l'étape du retracking. Donc améliorer la précision au niveau du retracking doit permettre d'améliorer l'estimation de la distance altimétrique de façon indépendante du tracker.
- Nous avons aussi montré (Chapitre 2) que le bruit d'estimation du retracking était proportionnel au niveau de speckle sur les formes d'onde.

Puisque la méthode de réduction de bruit par SVD réduit le bruit sur les formes d'ondes, il doit aussi réduire la variance sur les paramètres estimés. C'est ce que nous allons quantifier dans la partie suivante.

### 3. Méthode de comparaisons des paramètres

Le but de notre méthode est de montrer que la réduction de bruit par SVD sur les échos permet d'obtenir une meilleure précision sur les paramètres issus du retracking sur les échos débruités que sur ceux issus des échos bruités.

Pour cela, nous définissons ici les critères qui nous permettront de le vérifier.

#### 3.1. Quantification de précision des paramètres

La validation du gain de précision sur les paramètres avant et après SVD a été présentée sur des données simulées dans le Chapitre 3. Ici, nous la présentons sur données réelles. Dans ce cas, la validation des performances ne peut pas se faire par rapport à la valeur réelle du paramètre qui n'est pas connue. Ce point est un aspect délicat de la quantification des performances. Les paramètres géophysiques mesurés le long de la trace du satellite ne sont pas stationnaires car en avançant, l'altimètre mesure des paramètres dont la valeur varie. La moyenne locale n'est donc pas égale à la moyenne globale sur toutes les mesures. Localement, on peut supposer qu'une valeur constante égale à la moyenne est une bonne approximation. Dans les autres cas on peut approcher la variation locale par régression linéaire. Ceci revient à enlever la tendance des paramètres avec deux modèles de variation des paramètres.

Pour un modèle à l'ordre zéro, on définit la moyenne à la seconde du paramètre. Cette moyenne est calculée sur les  $N_{ps}$  mesures valides dans la seconde (20 au maximum) c'est-à-dire pour la seconde d'indice  $j$ :

$$E\{\hat{\theta}_j\} \approx \hat{\theta}_{moy}(j) = \frac{1}{N_{ps}} \sum_{n=j}^{j+N_{ps}} \hat{\theta}_n \quad (3-1)$$

La variance par rapport à la moyenne (modèle d'ordre zéro) est alors obtenue pour chaque seconde d'indice  $j$  par :

$$\hat{\sigma}_\theta^2(j) = E\{(\hat{\theta}_j - E\{\hat{\theta}_j\})^2\} \approx \frac{1}{N_{ps} - 1} \sum_{n=j}^{j+N_{ps}} (\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_{moy}(j))^2 \quad (3-2)$$

Pour les paramètres qui possèdent une variabilité non négligeable à la seconde, nous approchons l'espérance par une régression linéaire (modèle d'ordre un). Pour la  $j^{ième}$  seconde à l'instant  $n$ , l'espérance estimée est :

$$E\{\hat{\theta}_j\} \approx a_\theta^j + n b_\theta^j \quad (3-3)$$

où  $a_\theta$  est l'ordonnée à l'origine sur la seconde et  $b_\theta$  la pente de la droite de régression. La variance par rapport à la régression linéaire à la seconde d'indice  $j$  est :

$$\hat{\sigma}_\theta^2(j) = E \left\{ \left( \hat{\theta} - E \left\{ \hat{\theta}_j \right\} \right)^2 \right\} \approx \frac{1}{N_{ps} - 2} \sum_{n=j}^{j+N_{ps}} \left( \hat{\theta}_n - n b_\theta^j - a_\theta^j \right)^2 \quad (3-4)$$

La variance globale est définie comme la moyenne des variances sur toutes les secondes considérées.

Le choix de l'estimation de la valeur moyenne permet de s'intéresser à des quantités centrées. Si on veut s'intéresser aux biais d'estimation sur les paramètres, nous faisons des statistiques sur les données en relatif, c'est à dire sur la différence entre les données estimées avec SVD et sans SVD.

### 3.2. Quantification des biais d'estimation des paramètres

La comparaison des données passe également par la différence de donnée moyenne donnée par les deux estimations de paramètres avec SVD ( $\hat{\theta}_{SVD}$ ) et sans SVD ( $\hat{\theta}$ ). Pour cela on fait simplement des statistiques sur la différence des deux estimations :

$$\hat{\theta} - \hat{\theta}_{SVD}.$$

### 3.3. Répartition fréquentielle des paramètres

Une autre façon de quantifier la réduction de bruit sur les données est de calculer la répartition de l'énergie des paramètres estimés en fonction de la fréquence.

Ce calcul est effectué par la méthode des périodogrammes moyennés sur des longues séries de paramètres estimés ([Zanifié et al. 2003]). Les données sont regroupées par segments de données continues sur des segments de 10 secondes. Les trous de données où il manque une seule mesure sont complétés par interpolation. Sur chaque segment, une régression linéaire est effectuée sur les données pour déduire un résidu sur lequel est effectué le calcul de bruit.

La Densité Spectrale de Puissance (DSP)  $\hat{S}_\theta(f)$  est calculée comme la moyenne des  $L$  modules carrés des Transformées de Fourier Discrètes  $X_k(m)$  calculées sur des fenêtres de  $M = 200$  points. La fonction  $w$  est la fonction de pondération des fenêtres qui est prise égale à une porte. On a :

$$X_k(f) \approx \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\theta}_m^k w^k \exp(-i2\pi m f)}{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (w^k)^2} \quad (3-5)$$

$$\text{Et } \hat{S}_\theta(f) \approx \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |X_k|^2 \quad (3-6)$$

Nous faisons l'hypothèse, comme dans [Zanifié et al. 2003], ou [Faugère et al. 2006] (article accepté à paraître) que les hautes fréquences sont représentatives du bruit de mesure **Figure 3-1**. En effet, les DSP des paramètres calculés présentent un plateau d'énergie au-delà d'une fréquence de coupure qui s'apparente au spectre d'un bruit blanc. Abaisser le bruit de mesure se traduit sur ce schéma par une baisse du niveau horizontal modélisant le bruit blanc (courbe en pointillés orange). Les spectres estimés (courbe pleine rouge) sont alors plus proches du spectre réel du paramètre (courbe en points ronds bleue).

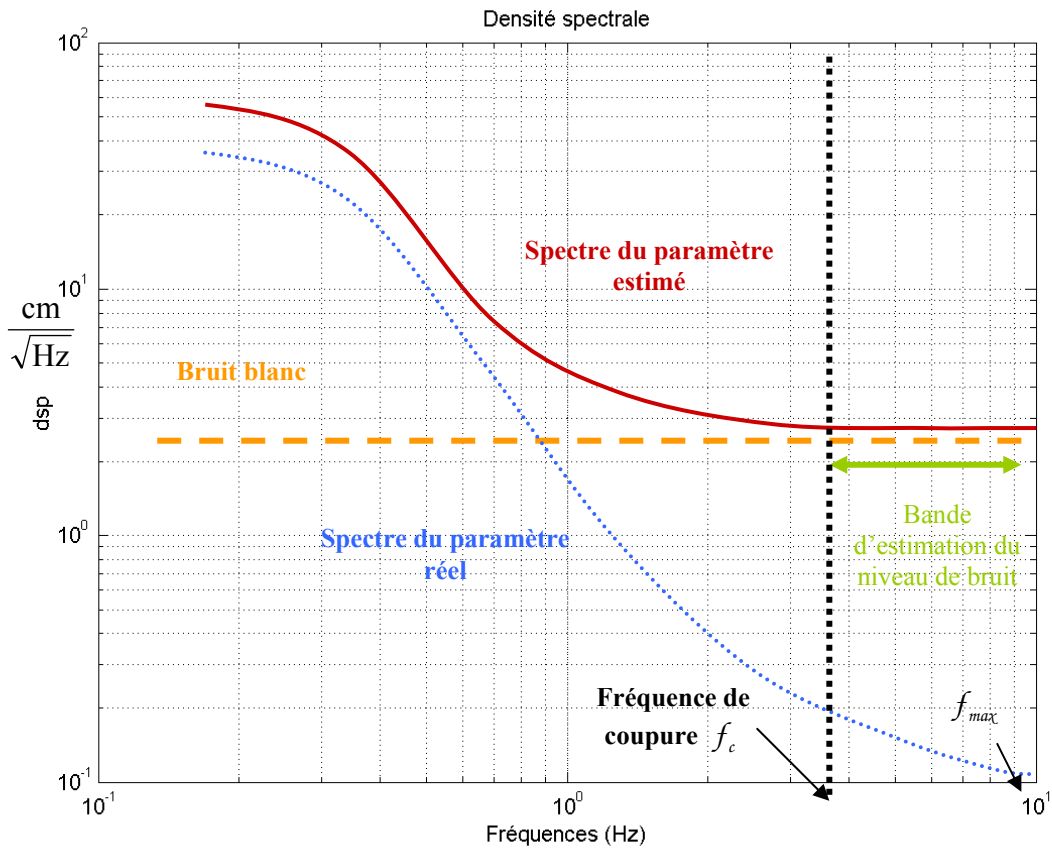


Figure 3-1 Schéma de spectre d'un paramètre bruité

Cette représentation des données permet d'estimer le niveau de bruit au-delà de la fréquence de coupure. Le niveau de bruit sur les mesures est alors calculé sur les derniers points de la DSP par l'expression en moyennant les  $N_f$  échantillons de fréquences compris entre la fréquence de coupure  $f_c$  et la fréquence maximale  $f_{max}$  :

$$\sigma_\theta \approx \frac{1}{N_f} \sum_{f=f_c}^{f_{max}} \hat{S}_\theta(f) \quad (3-7)$$

Tant que la courbe de DSP estimée est un plateau (entre la fréquence de coupure  $f_c$  et la fréquence maximale  $f_{max}$ ), cela signifie théoriquement que le bruit est blanc donc décorrélé et que la fonction de corrélation associée est un dirac, il est possible de calculer une fonction qui s'annule au-delà de la *distance de corrélation* : la *fonction de corrélation*. C'est la Transformée de Fourier inverse de  $\hat{S}_\theta(f)$  :

$$\hat{\Gamma}_\theta(m) = \text{TFD}^{-1}[\hat{S}_\theta(f)] \quad (3-8)$$

Ces fonctions seront tracées pour les données réelles dans la partie suivante.

## 4. Gain de précision sur les paramètres réels

Les paramètres que l'on estime ici sont :

- la hauteur de vagues (SWH),
- le coefficient de rétrodiffusion ( $\sigma_0$ ) et
- la distance altimétrique (D) ou la hauteur de mer non corrigée (SSH).

Nous allons étudier, pour chacun d'eux, l'amélioration qu'apporte la réduction de bruit par SVD sur les échos, en termes de variance et de biais et de résolution hautes fréquences.

### 4.1. Hauteur des vagues

Nous nous intéressons tout d'abord à la hauteur des vagues. Ce terme est le seul paramètre géophysique directement estimé par le retracking. Les autres étant les corrections d'une première estimation par le tracker. La **Figure 4-1** montre les estimations 20Hz des paramètres altimétriques avant et après débruitage par SVD sur le tronçon de données présenté **Figure 1-2**.

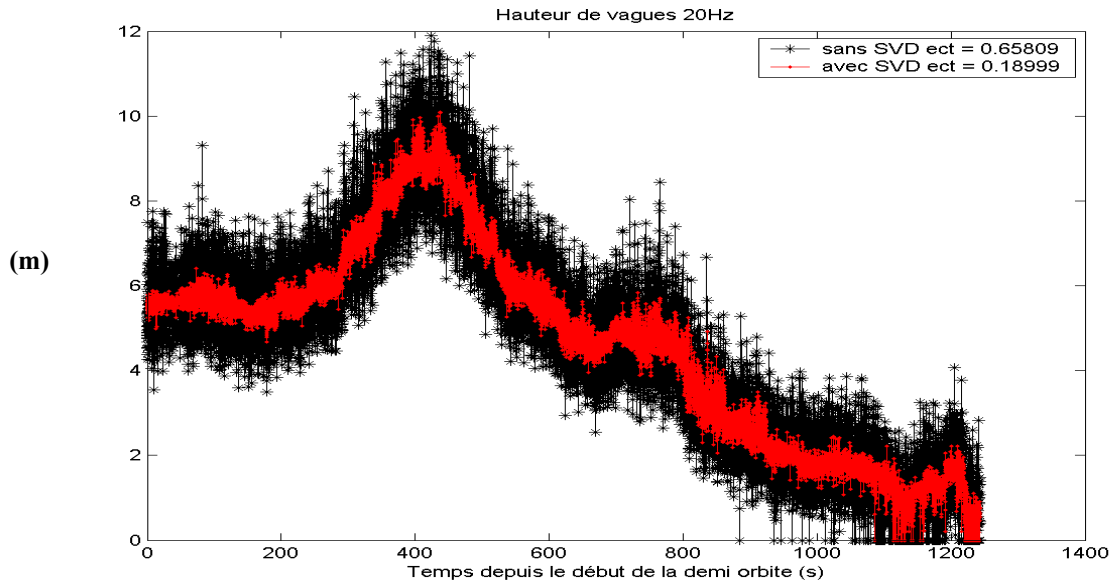


Figure 4-1 Estimation de la hauteur de vagues 20Hz à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges)

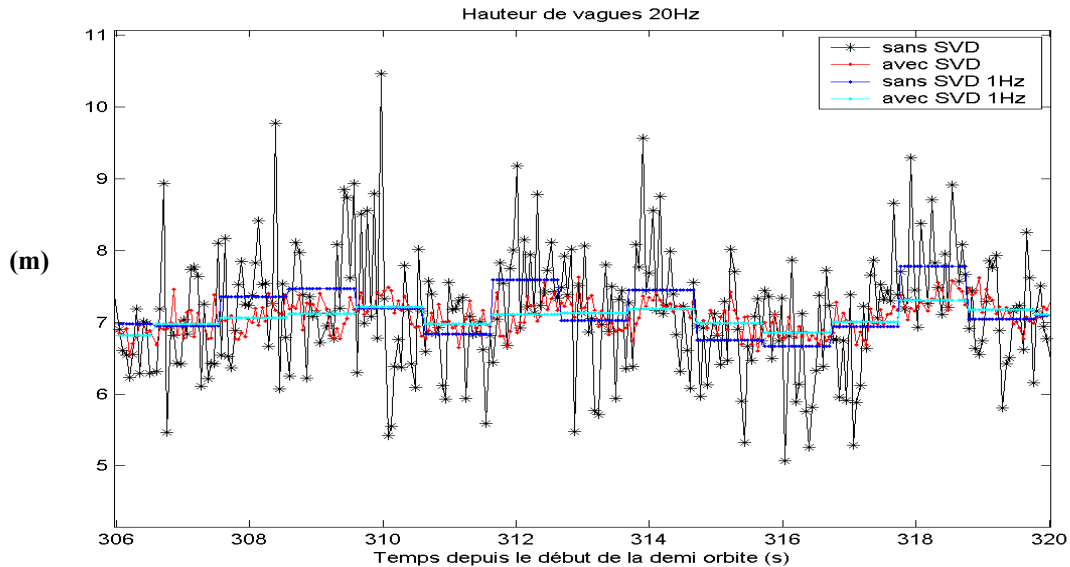
#### 4.1.1. Gain de précision sur la hauteur des vagues

La hauteur de vagues peut être considérée comme localement stationnaire sur plusieurs secondes de données. [Tournadre 1993] estime des distances de corrélation supérieure à 200 km. [Callahan 2005] affirme qu'elle est stationnaire sur 100 km (de l'ordre de 14 secondes). Une seconde de données c'est-à-dire 20 mesures successives de hauteurs de vagues peuvent donc être considérées comme stationnaire. Nous choisissons donc d'estimer l'espérance de ce paramètre par la moyenne à la seconde (équation (3-2)).

Sur ce jeu de données, l'écart type moyen (racine carrée de la moyenne des 1095 variances) de la hauteur de vagues avant SVD est de 65,8 centimètres. Cette valeur représentent 10% de la hauteur de vagues moyenne sur le jeu de données (6 mètres environ) ce qui correspond au niveau de bruit habituellement mesuré [CalVal 2002]). Après SVD, l'écart type moyen n'est plus que de 19 centimètres. Cette valeur correspond à une réduction d'écart type de l'ordre de 3,47 par rapport à l'écart type avant SVD. Ceci est cohérent avec le gain d'écart type calculé sur les échos simulés dans la partie 4.4. du Chapitre 3.

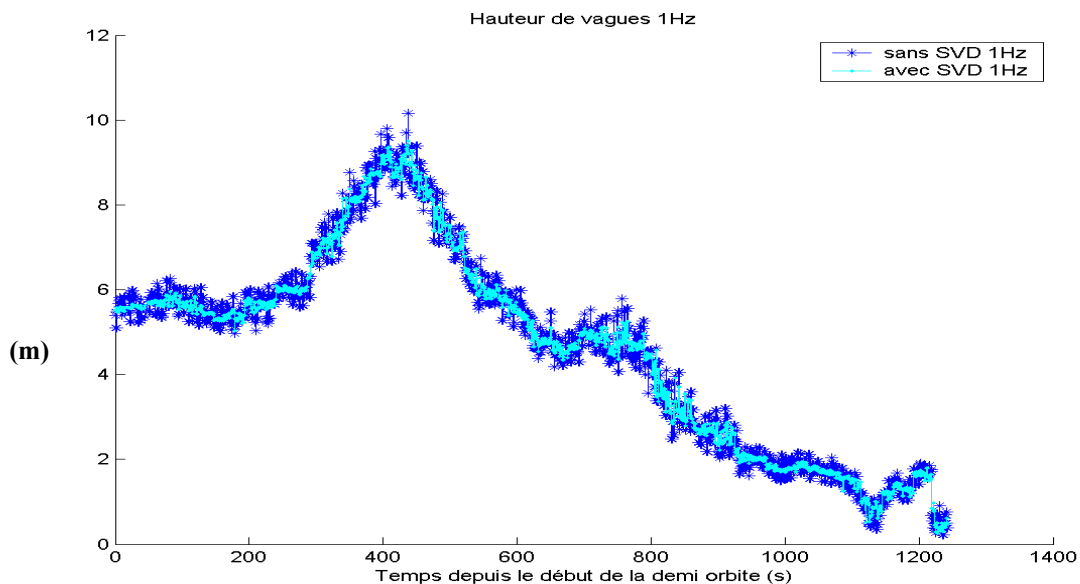
La **Figure 4-2** représente la hauteur de vague à 20Hz et la hauteur de vagues 1Hz répétée 20 fois dans la seconde. Nous voyons que la hauteur des vagues qui était considérée comme localement stationnaire présente des fluctuations que le

traitement par SVD permet d'identifier alors qu'une réduction de bruit par moyenne à la seconde ne le permet pas.



**Figure 4-2 Estimations 20Hz (en m) de la SWH à partir de d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges). Moyenne à la seconde sans SVD (points bleus) et avec SVD (points cyans).**

La **Figure 4-3** montre les estimations 1Hz (moyennées à la seconde) des paramètres altimétriques avant et après débruitage par SVD pour les données présentées **Figure 4-1**. Comme à 20Hz, les données 1Hz sont moins bruitées après SVD que sans SVD.



**Figure 4-3 Estimation de la hauteur de vagues 1Hz (moyenne des 20Hz à la seconde) à sans SVD (astérisques bleus) avec SVD (points cyans)**

Pour valider les résultats sur plus de données, nous calculons la moyenne à la seconde et la variance associée sur le jeu de données composé de 99 demi orbites (Figure 1-3). Sur la Figure 4-4, nous voyons que l'écart type estimé par le retracking sur les échos sans SVD est conforme aux valeurs présentées dans le Tableau 5. Il varie de 50 cm à 1 m selon la hauteur de vagues estimée. Le gain sur l'écart type est de l'ordre de 3,5 pour les vagues supérieures à 2 mètres (voir Tableau 6).

| SWH | Hauteur de vagues                  |                                    |                    |
|-----|------------------------------------|------------------------------------|--------------------|
|     | $\hat{\sigma}_{SWH}$ sans SVD (cm) | $\hat{\sigma}_{SWH}$ avec SVD (cm) | Gain en écart type |
| 1 m | 65                                 | 25                                 | 2,6                |
| 2 m | 52                                 | 15                                 | 3,5                |
| 4 m | 60                                 | 18                                 | 3,3                |
| 6 m | 65                                 | 19                                 | 3,4                |
| 8 m | 80                                 | 21                                 | 3,8                |

Tableau 5 Gain en écart type issu de la SVD pour la hauteur de vagues.

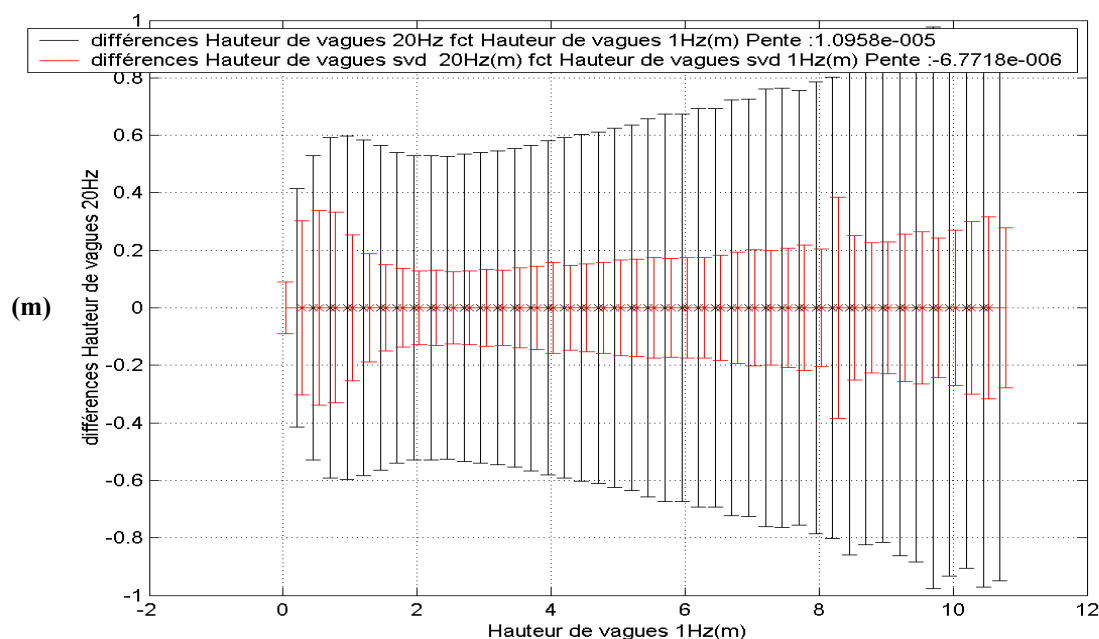


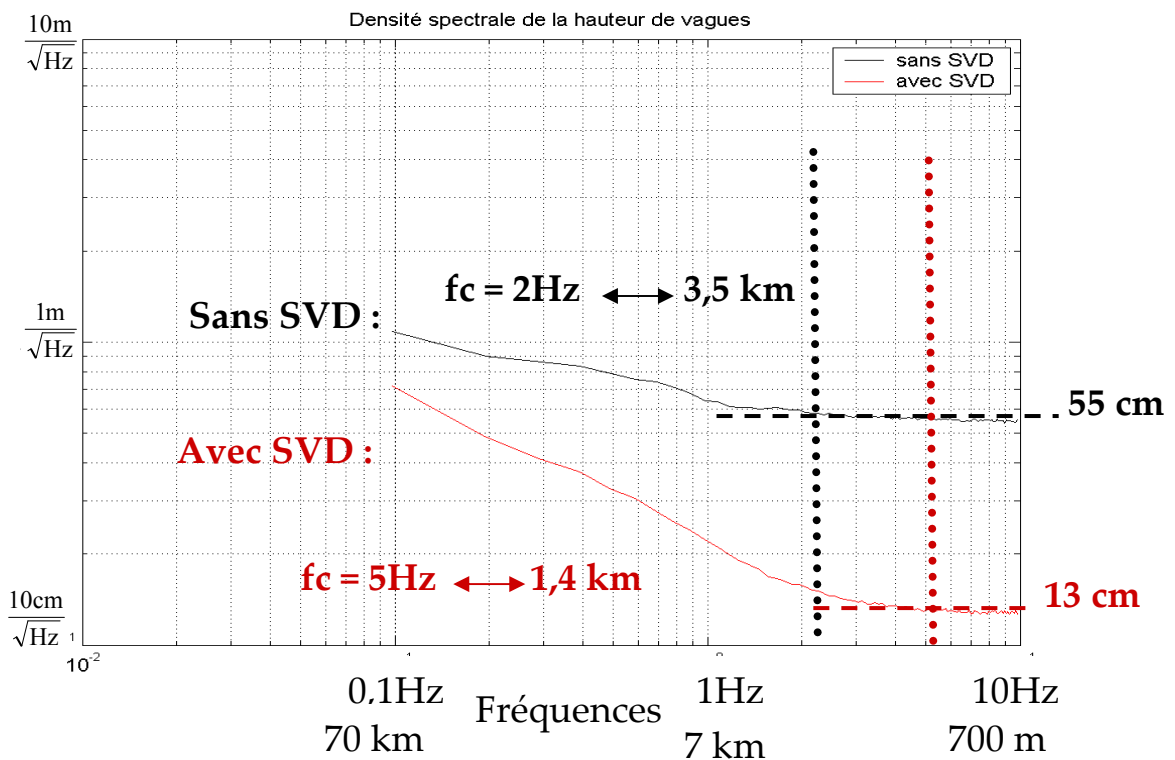
Figure 4-4 Erreur Hauteur de vagues 20Hz / valeur à la seconde en fonction de la hauteur des vagues 1Hz. Estimation à partir d'échos non débruités (noir) et débruités par SVD (rouge)

La méthode réduction par SVD permet d'augmenter la précision sur les données d'un facteur compris entre 3 et 4. L'écart type nominal de l'ordre de 10% sur la hauteur de vagues est réduit à une valeur de l'ordre de 3%. Ceci permet de mieux suivre les variations locales de la hauteur des vagues.

Le traitement appliqué permet donc d'améliorer considérablement la mesure des hauteurs de vagues y compris pour les plus faibles.

#### 4.1.2. Répartition fréquentielle de la hauteur des vagues

Une autre façon de constater la réduction de bruit sur les données est de tracer les périodogrammes des séries d'estimations des paramètres. La méthode est présentée dans la partie 3.3 de ce chapitre. La **Figure 4-5** représente la densité spectrale de puissance de la hauteur de vagues pour 56 des 99 demi-orbites JASON présentées **Figure 1-3**.

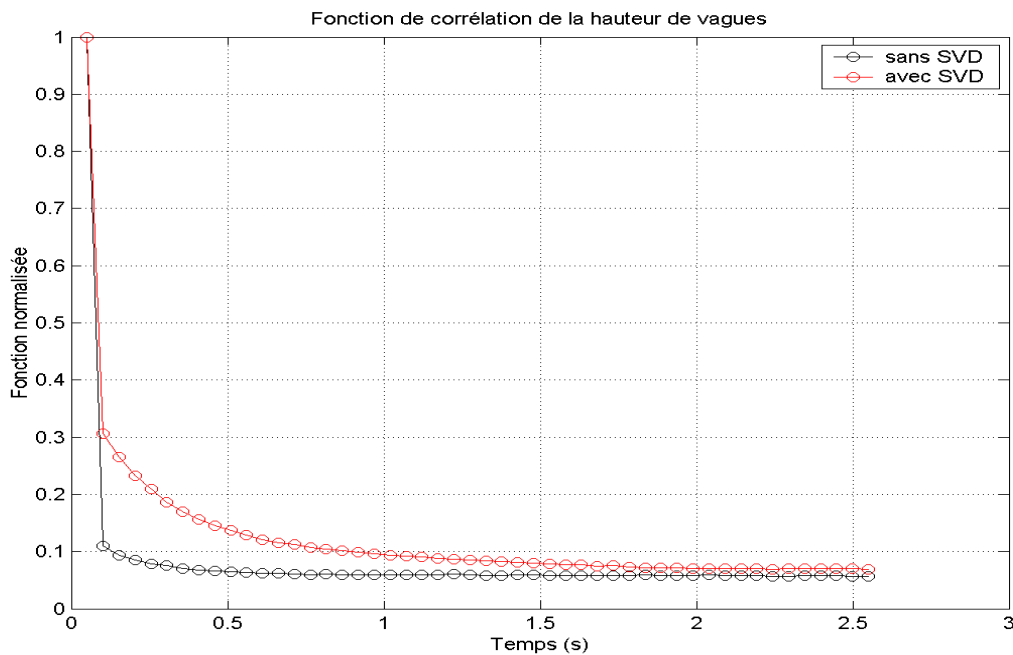


**Figure 4-5** Spectrogramme de la hauteur de vagues estimée en échelle logarithmique sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

La fréquence de coupure pour les données sans SVD se situe aux alentours de  $1\text{Hz}$ . Ceci justifie que les données de hauteurs de vagues soient généralement moyennées à la seconde. Le niveau de bruit moyen calculé sur le plateau au delà de la fréquence

de coupure est de 55 cm ce qui est cohérent avec les résultats obtenus par le calcul de variance ci-dessus. Pour les données obtenue avec SVD, la fréquence de coupure est décalée et commence vers 5 Hz ce qui signifie que la SVD permet d'observer des variations significatives de hauteur de vagues entre 3,5 kilomètres (2Hz) et 1,4 kilomètres (5 Hz) au sol qui ne sont plus noyées dans le bruit.

Le niveau de bruit moyen calculé au delà de la fréquence de coupure est de 13 cm soit 4 fois moins que pour les données sans SVD ce qui constitue un gain en variance plus important que celui obtenu par le calcul de variance ci-dessus. Ceci peut s'expliquer par le fait que la variance calculée dans la partie précédente était calculée par rapport à une valeur moyenne à la seconde. Grâce à la représentation en fréquences, nous voyons que la méthode de calcul de variance à la seconde surestime la variance du bruit car elle ne permet pas de retrancher tout le signal utile. Nous voyons également sur cette figure que la baisse d'énergie dans les hautes fréquences est aussi sensible à 1Hz. En effet, grâce à la baisse du niveau de bruit sur les données, les données 1Hz sont également un niveau de bruit plus faible ce qui est cohérent avec les observations des **Figure 4-2** et **Figure 4-3**.



**Figure 4-6** Fonction de corrélation  $\hat{\Gamma}_{SWH}(m)$  de la hauteur de vagues estimée sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

La **Figure 4-6** représente la fonction de corrélation associée à la représentation en fréquence de la **Figure 4-5**. Nous voyons qu'en dessous d'une seconde de données, il existe une faible corrélation entre les données avec SVD qui n'est pas visible avec les

données sans SVD car le bruit de mesure décorrèle les données. La corrélation mise en évidence par la SVD ne semble pas aberrante car elle correspond à un phénomène physique observable en mer : la hauteur des vagues en une zone est liée à celle des vagues autour [Tournadre 1993]. En effet, les vagues ne se forment pas en un point. Les énergies des vagues résultent de la croissance au cours du temps et de l'espace des vagues entretenues par les interactions entre les différentes longueurs d'onde de vagues.

Les résultats donnés par ces courbes confirment les résultats obtenus par calcul classique de variances. La diminution du bruit obtenu par SVD sur les échos diminue aussi le bruit sur la hauteur des vagues d'un facteur proportionnel à la hauteur de vagues moyenne et autour de 3,5 sur l'écart type des mesures. Cela permet de mettre en évidence des phénomènes de variation de la hauteur des vagues sur des distances inférieures à 7 kilomètres. Elle fait également apparaître une corrélation locale de la hauteur de vagues sur une seconde.

#### 4.1.3. Biais d'estimation de la hauteur des vagues

La Figure 4-6 représente en noir la différence d'estimation en fonction de la hauteur des vagues sans SVD et en rouge la même différence en fonction de la hauteur de vagues estimée avec SVD.

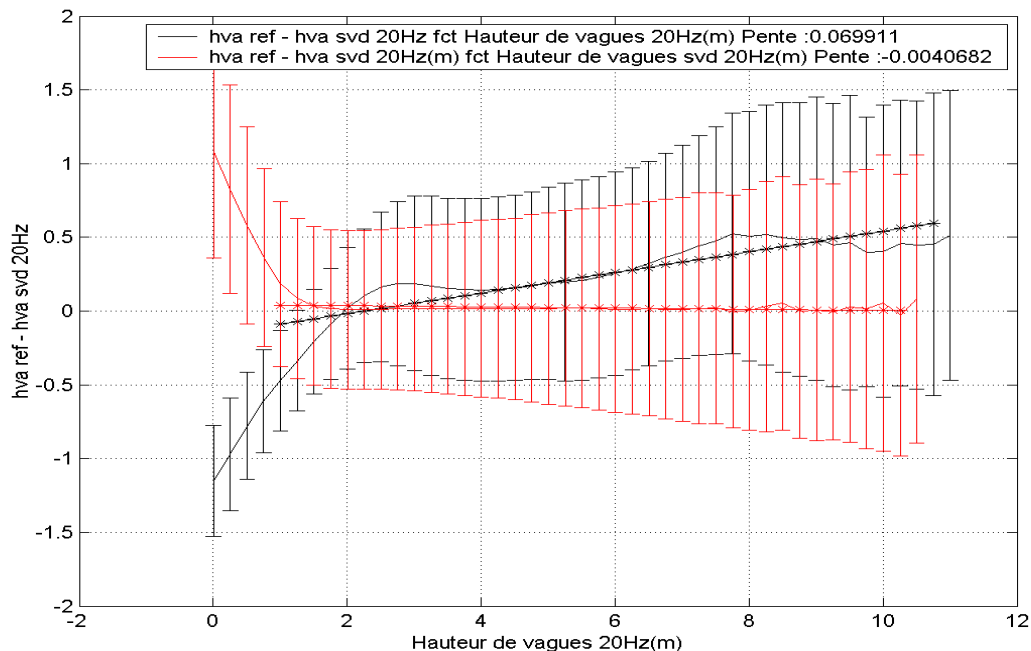


Figure 4-7 Biais sur la hauteur de vagues estimée en fonction de la hauteur des vagues sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

La différence d'estimation de la hauteur de vagues avec et sans SVD semble d'autant plus grande que la hauteur estimée est grande sur la courbe noire (pente de 7% correspondant à une différence d'estimation nulle pour 2 mètres et de 50 cm pour 10 mètres de vagues) mais nous voyons que cette dépendance est très diminuée pour la courbe rouge. La dépendance des données est représentée par pas de 25 cm. Ce pas est supérieur au niveau de bruit sur les vagues avec SVD (écart type inférieur à 25 centimètres (voir **Tableau 6**)) mais inférieur au niveau de bruit sur les hauteurs de vagues estimées sans SVD. L'abscisse correspond donc à des moyennes d'estimations avec un écart type trop grand dans le cas sans SVD ce qui explique cette pente très forte. La dépendance donnée par rapport à la hauteur de vagues avec SVD est donc a priori plus fiable. La pente très faible de la courbe en fonction de la hauteur de vagues estimée avec SVD montre que la hauteur des vagues estimée avec ou sans SVD est très similaire au delà de 2 mètres. Pour les faibles valeurs de hauteur de vagues, les estimations effectuées avec SVD sont plus fortes (jusqu'à 1 mètre) que sans réduction de bruit.

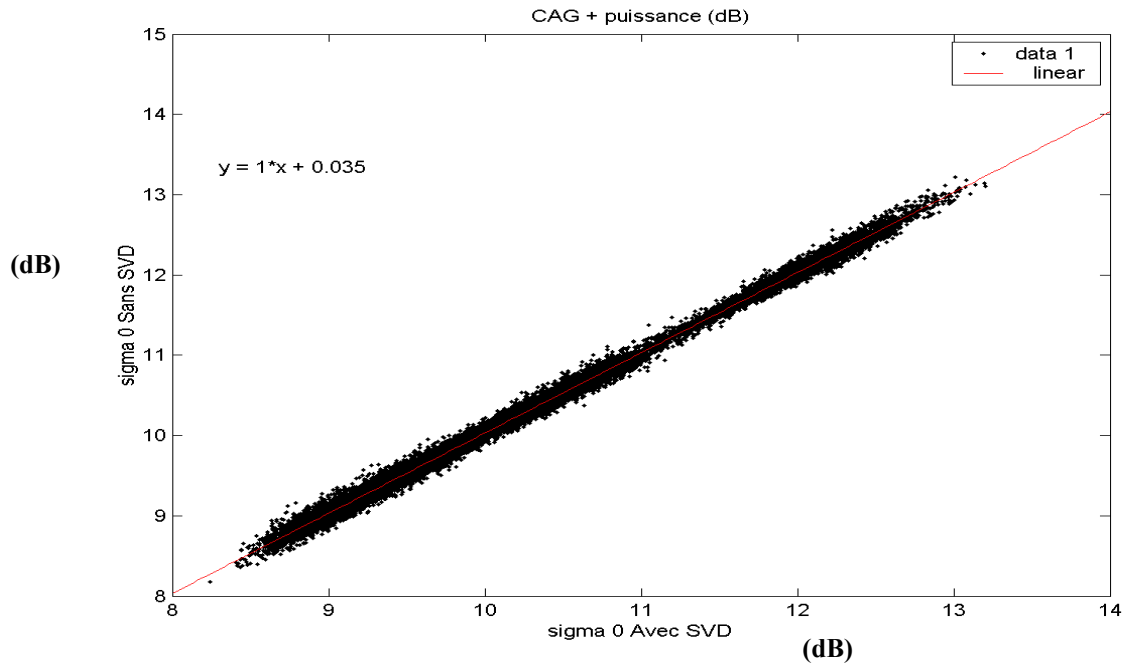
## 4.2. Puissance

L'information de puissance est liée au coefficient de rétrodiffusion, lui-même inversement proportionnel à la puissance du vent sur océan. Le coefficient de rétrodiffusion est estimé en deux étape (tracker plus retracking).

Comme cela a été vu en simulation (voir Chapitre 3), la SVD ne permet pas d'améliorer de façon significative l'écart type sur la puissance. Nous montrons les résultats sur l'estimation totale du coefficient de rétrodiffusion converti en décibels.

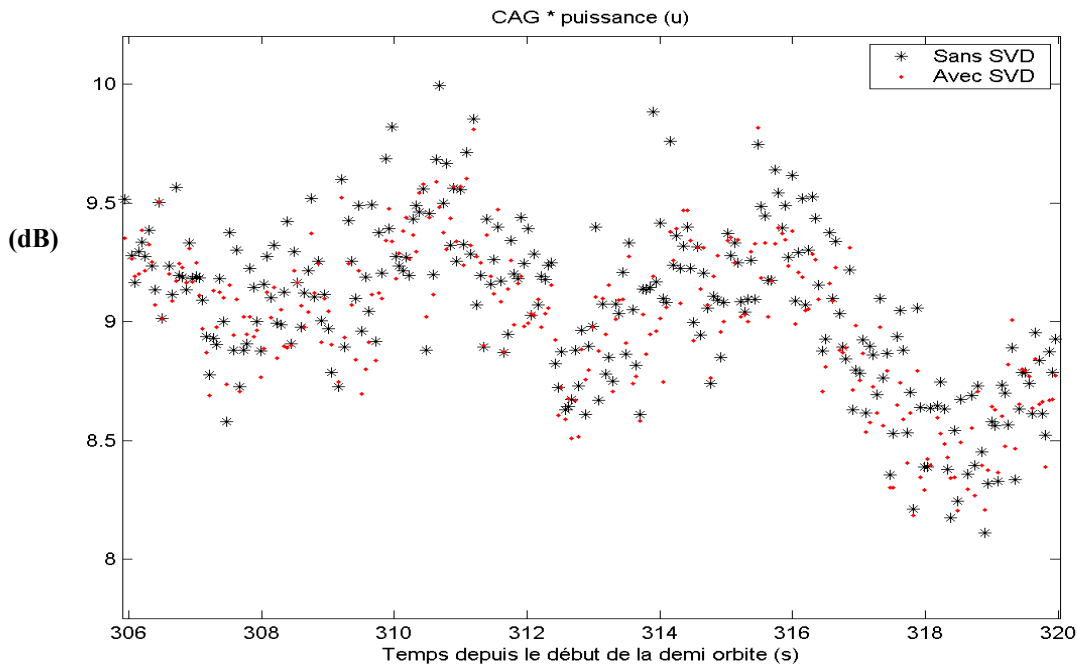
$$\hat{\sigma}_{\text{dB}} = \hat{C} \hat{A} G_{\text{tr}} + 10 \log \hat{P}$$

Le *diagramme de dispersion* de la Figure 4-8 montre la très bonne cohérence des deux estimations. Le coefficient directeur de la droite est égal à 1 avec une ordonnée à l'origine de 0,035 dB ce qui correspond à moins de 0,3% de la valeur estimée en dB.



**Figure 4-8 Diagramme de dispersion du coefficient de retrodiffusion 20Hz estimé à partir d'échos non débruités (ordonnée) en fonction des estimation à partir des échos débruités par SVD.**

La courbe Figure 4-9 représente le coefficient de rétrodiffusion pour 12 secondes de données (entre la 306<sup>ième</sup> seconde et la 320<sup>ième</sup> seconde) de la demi-orbite représentée Figure 1-2. Le nuage de points après SVD est légèrement plus réduit qu'avant SVD mais l'amélioration est très ténue. La moyenne de la différence des deux est centrée sur 0,03 dB soit un biais négligeable et l'écart type du coefficient avant retrodiffusion par rapport à des régression linéaires sur la seconde est de 0,1031 dB sans SVD et 0,1088 dB avec SVD, soit également une différence négligeable.



**Figure 4-9 Estimation du coefficient de retrodiffusion 20Hz à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges).**

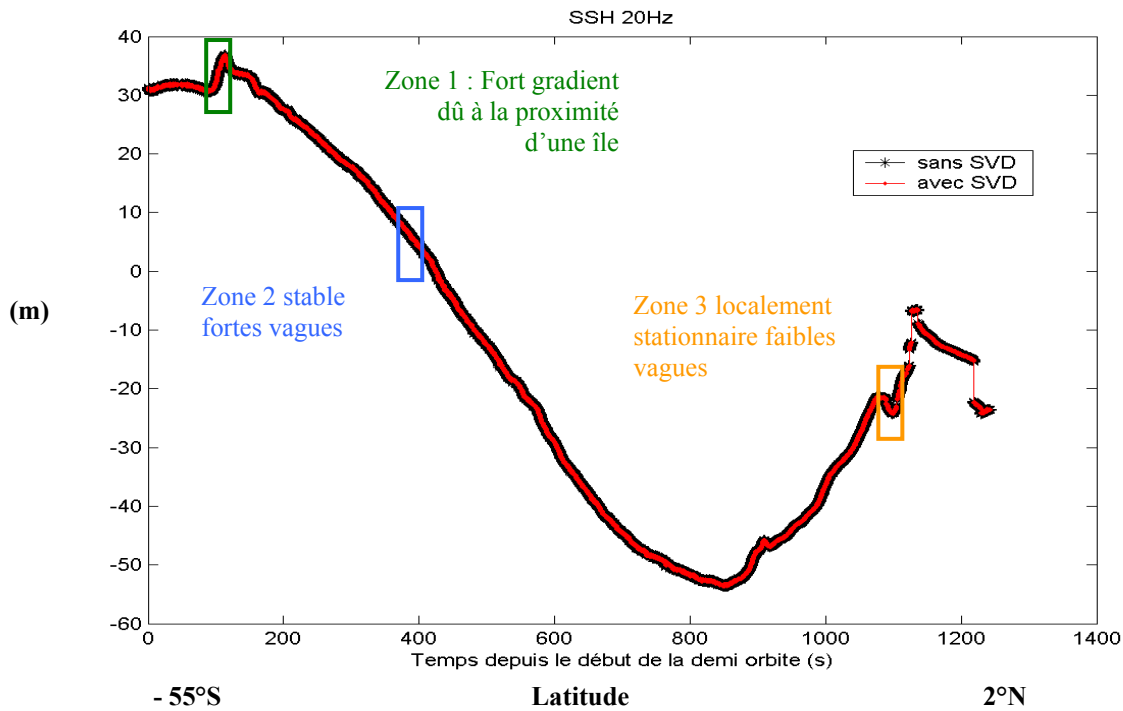
Nous venons de vérifier que la SVD n'améliore pas de façon significative la mesure de puissance, mais elle ne l'altère pas.

### 4.3. Information de distance

L'information de distance est l'information phare de l'altimétrie. Elle est composée d'une somme de plusieurs termes non indépendants entre eux.

L'effet de la réduction de bruit apparaît, comme nous allons le voir, dans la mesure des paramètres géophysiques que sont la Distance altimétrique et la SSH (Hauteur de mer).

La **Figure 4-10** représente la SSH sur le tronçon observé (**Figure 1-2**). Sa variabilité correspond aux variations du niveau de la mer dont la composante la plus basse fréquence (responsable des variations entre -60 m et 40 m) est la MSS (Mean Sea Surface) qui suit les oscillations du géoïde.



**Figure 4-10 Estimation de la hauteur de mer (SSH) 20Hz à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges)**

L'échelle des variations de la hauteur de mer (de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres) ne permet pas, sur cette figure, de voir une amélioration de l'ordre du centimètre. Un zoom sur certaines zones permet d'évaluer visuellement le gain de variance sur la SSH. Les **Figure 4-13**, **Figure 4-14** et **Figure 4-15** représentent la SSH calculée avec l'époque estimé sur échos bruts puis sur échos débruités sur les trois zones repérées sur la **Figure 4-10**. La première (entre 51,88°S / 70,29°E et 51,46°S / 70,82°E) correspond à un fort gradient de SSH car la hauteur de mer à cet endroit remonte rapidement à l'approche d'une île<sup>11</sup>. La deuxième (entre 43,07°S / 79,29°E et 42,39°S / 79,84°E) correspond à un gradient faible correspondant à la variabilité du géoïde en plein océan et en absence de courant de surface fort connu. La hauteur des vagues pour cette zone est très élevée (de l'ordre de 9 m voir **Figure 4-1**). La troisième (entre 3,17°S / 98,79°E et 2,63°S / 98,98°E) correspond à un changement de pente de la SSH ce qui correspond donc à une zone localement stationnaire de la SSH. La hauteur des vagues associée est plus clémente à l'approche des côtes équatoriales de l'Indonésie (inférieure à 2 m voir **Figure 4-1**).

<sup>11</sup> On rappelle que d'après le tri appliqué, les échos sont validés comme étant des retours océan et on suppose qu'ils n'ont pas été trop pollués par l'île puisque le retracking basé sur le modèle de Hayne donne des résultats plausibles.

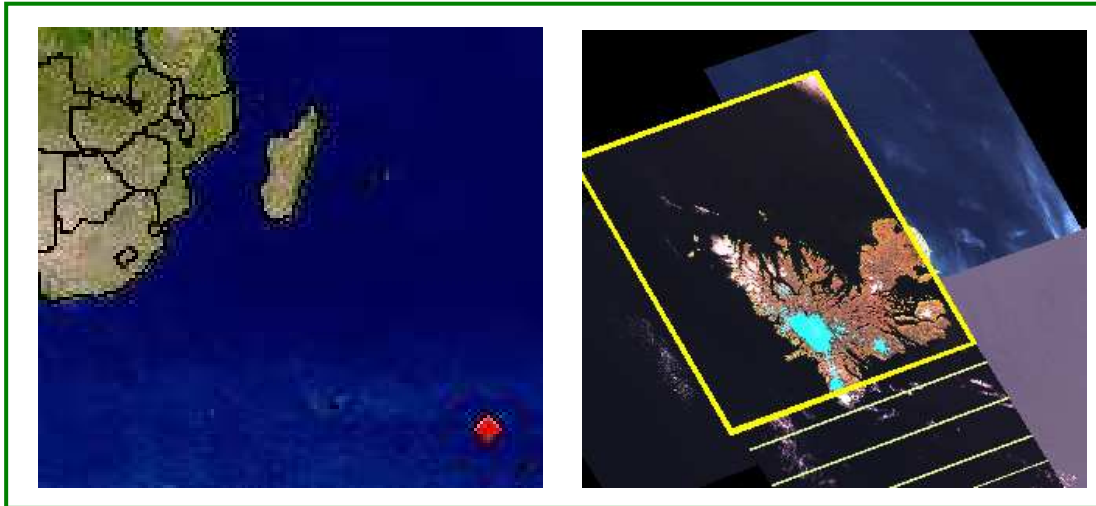


Figure 4-11 Première zone observée fort gradient proximité de l'île Kerguelen avec de fortes vagues (6 m) (site USG : zone 48,9 ° S/69,3 °E).

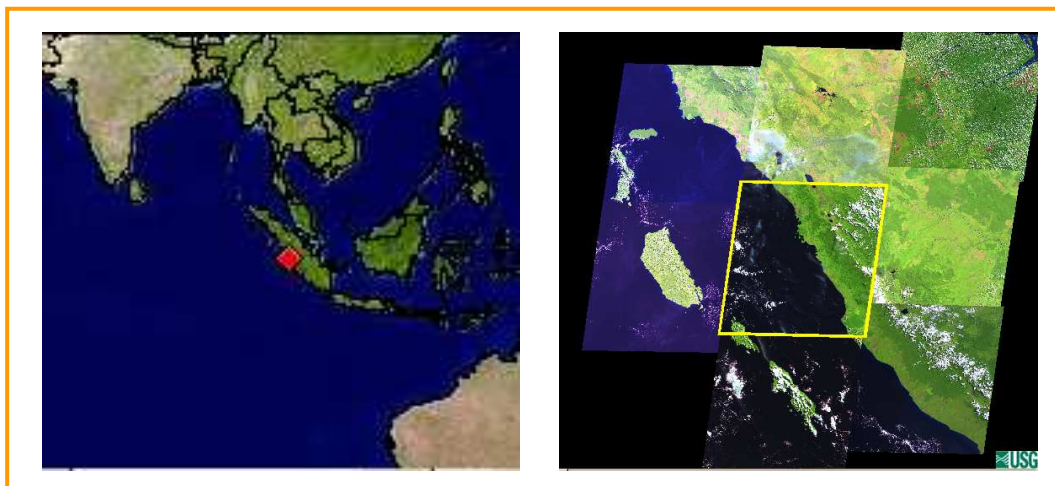


Figure 4-12 Troisième zone observée fort gradient proximité de l'île Indonésienne avec de faibles vagues (< 2m) (site USG: zone 1,4 ° S/100,4 °E).

En observant ces trois figures (Figure 4-13, Figure 4-14 et Figure 4-15) on voit que la SSH peut être localement approximée par des variations linéaires à la seconde. Ce n'est pas le cas de l'époque qui ne varie pas de façon linéaire sur une seconde. Nous estimons la moyenne de la SSH par une régression linéaire à la seconde pour évaluer la variance à la seconde de la mesure de SSH avant et après réduction de bruit.

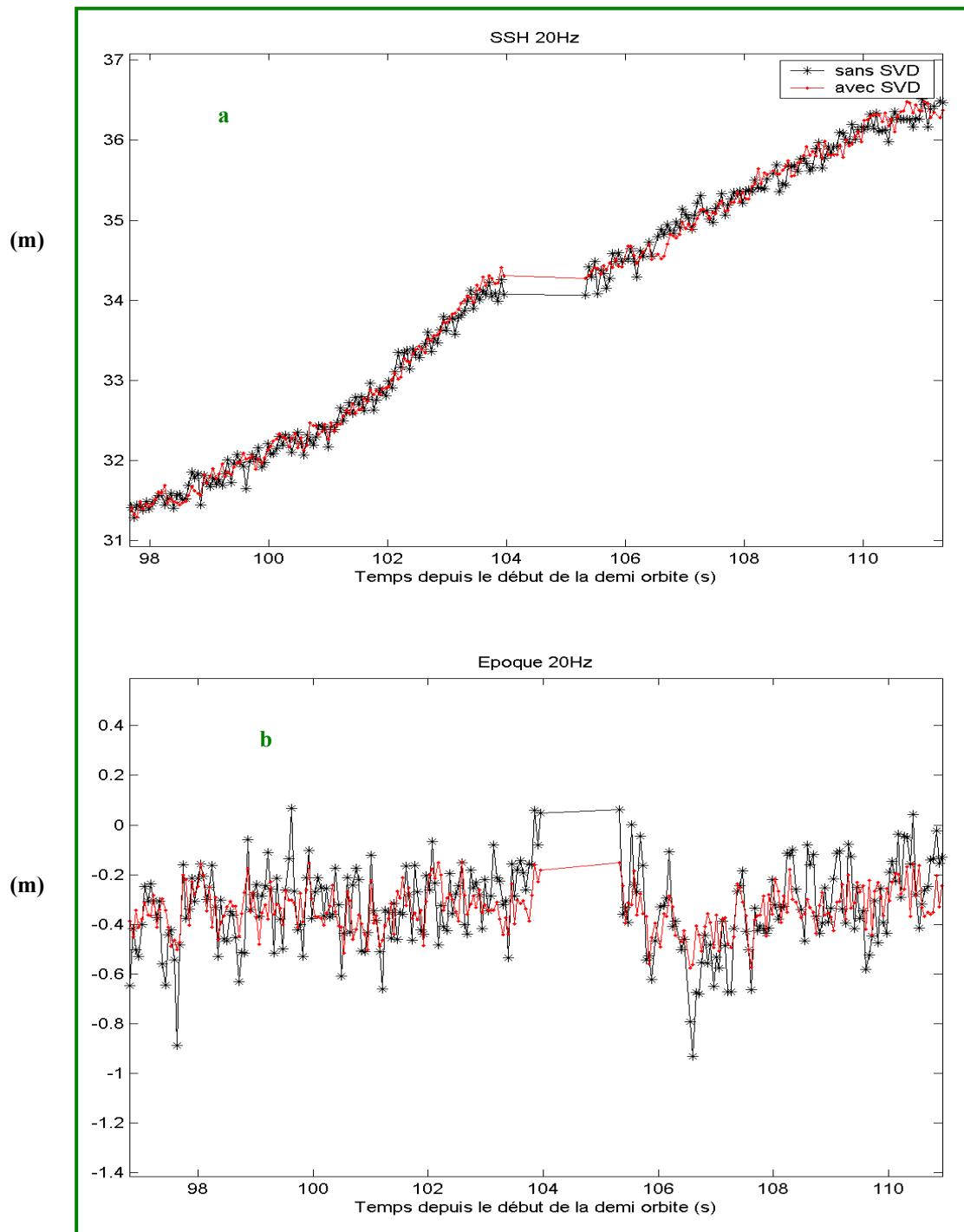


Figure 4-13 Estimations 20Hz (en m) de la SSH (a.) à partir de l'époque (b.) sur échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges).  
12 secondes sur Zone 1 à fort gradient.

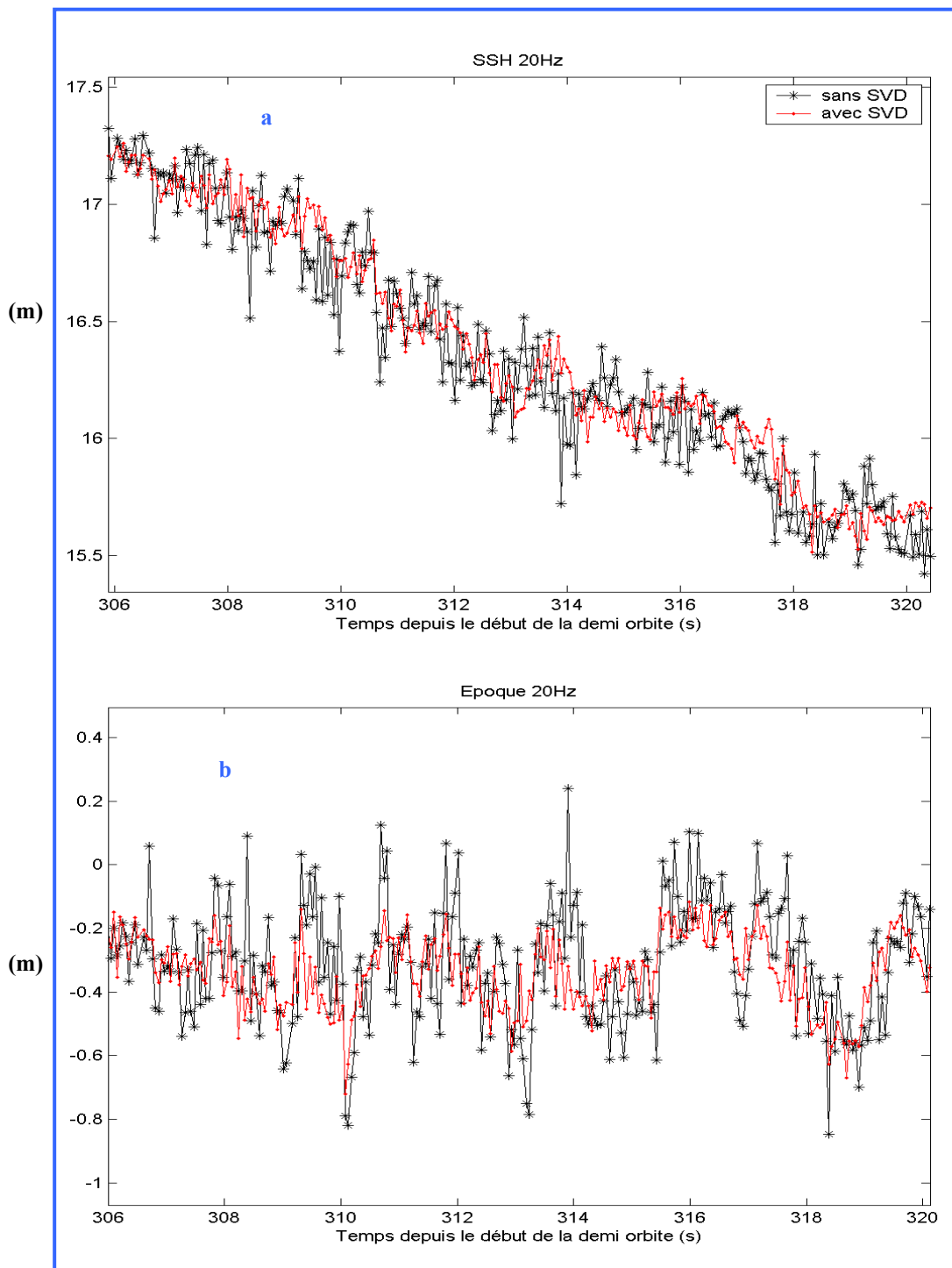


Figure 4-14 Estimations 20Hz (en m) de la SSH (a.) à partir de l'époque (b.) sur échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges).  
14 secondes sur **Zone 2 stationnaire fortes vagues**.

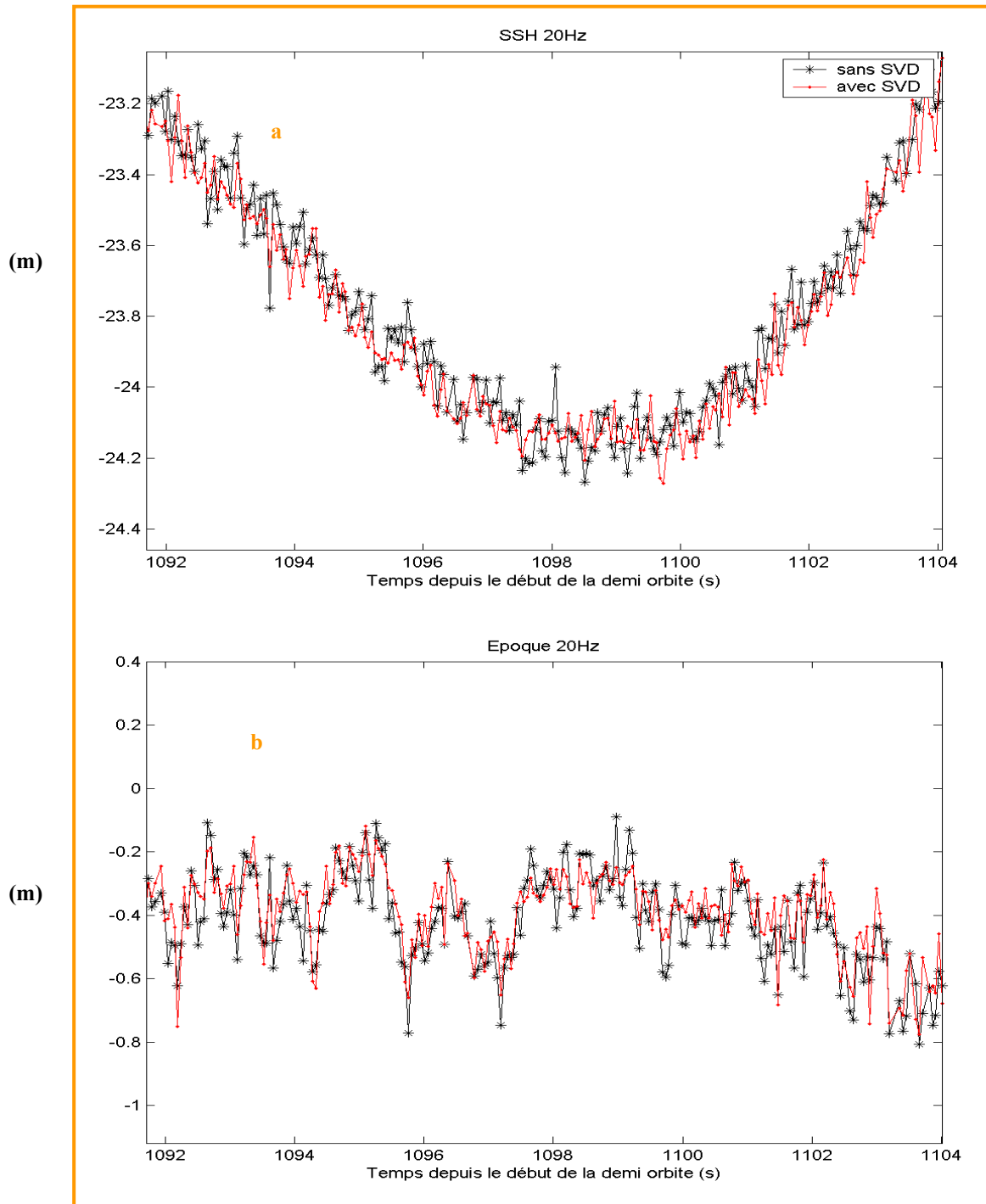


Figure 4-15 Estimations 20Hz (en m) de la SSH (a.) à partir de l'époque (b.) sur échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges).

12 secondes sur **Zone 3 non stationnaire faibles vagues.**

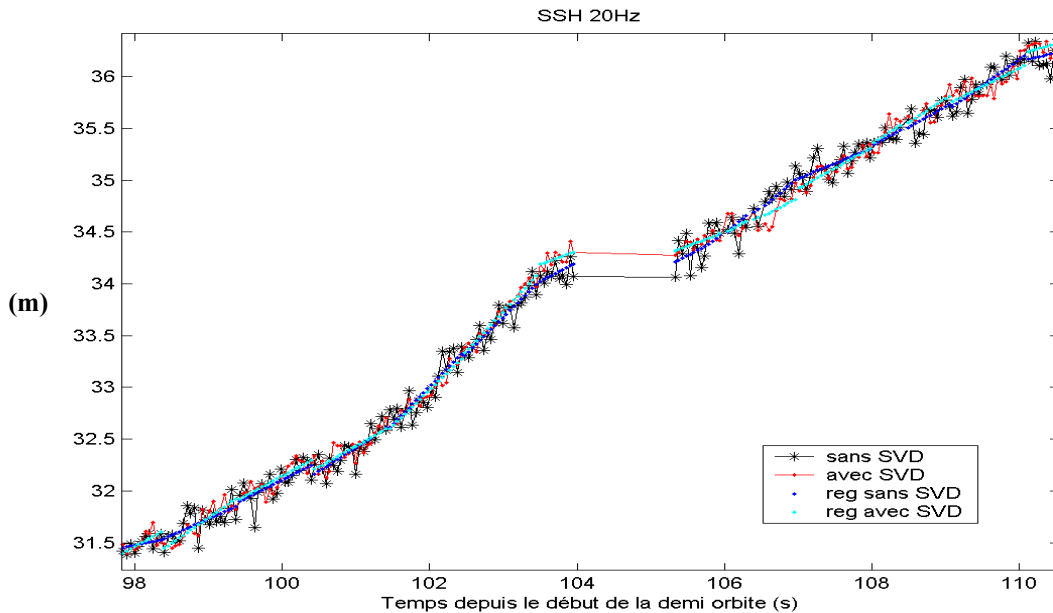
Localement, on peut voir que l'amélioration de la précision de la mesure permet de détecter des oscillations plus fines que les moyennes à la seconde. Nous allons

quantifier ce gain qui est, comme nous le verrons plus loin, d'autant meilleur que la hauteur de vagues est élevée.

#### 4.3.1. Quantification de la précision de la hauteur de mer

Les variations de la hauteur de mer sont relativement lentes ce qui autorise à faire une approximation linéaire locale. Nous quantifions donc la précision sur ce paramètre en utilisant pour la moyenne une régression linéaire (voir équation (3-4) p 126).

Les **Figure 4-16**, **Figure 4-17** et **Figure 4-18** représentent les données 20 Hz et les régressions linéaires calculées pour chaque seconde qui se révèlent relativement pertinentes pour estimer la moyenne notamment sur les données lissées par SVD.



**Figure 4-16** Estimations 20Hz (en m) de la SSH à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges). Régression linéaire à la seconde sans SVD (points bleus) et avec SVD (points cyans). **Zone 1.**

Sur la **Figure 4-16**, les régressions linéaires avant et après SVD sont similaires et suivent bien la tendance des mesures. Sur la **Figure 4-17**, les régressions linéaires associées aux données avec SVD suivent beaucoup mieux les variations des mesures qui semblent osciller avec une période de l'ordre de 5 secondes. Nous voyons que sur les données bruitées (sans SVD), les régressions linéaires sur les tronçons de une seconde sont plus continues que sans SVD. Sur la **Figure 4-18**, qui correspond à une zone à faibles vagues, nous voyons que les régressions linéaires par tronçon sont plus

continues pour les mesures avec SVD. Nous voyons aussi que l'effet de réduction de bruit est moins sensible que pour les fortes hauteurs de vagues.

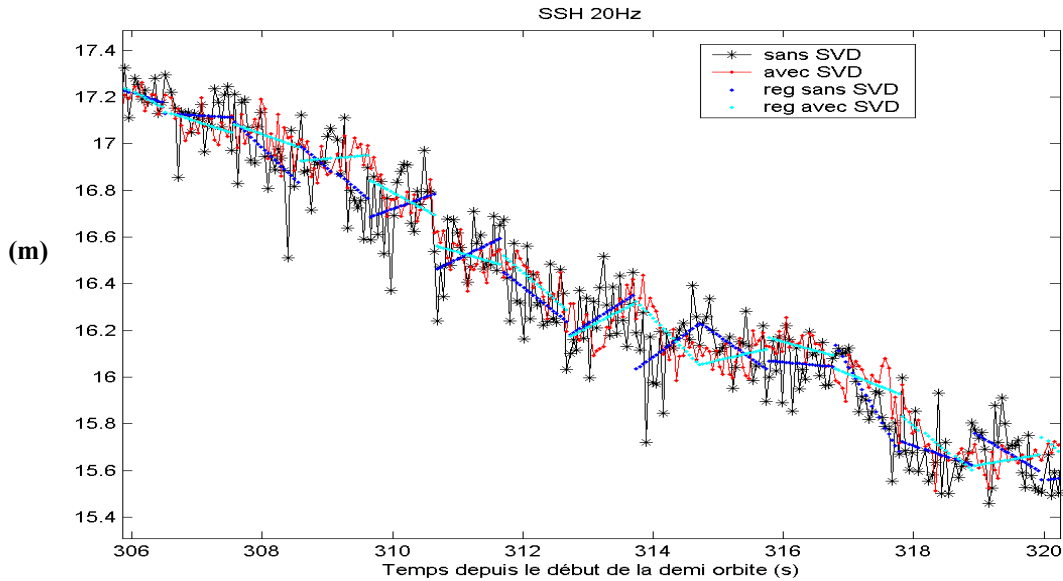


Figure 4-17 Estimations 20Hz (en m) de la SSH à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges). Régression linéaire à la seconde sans SVD (points bleus) et avec SVD (points cyans). **Zone 2.**

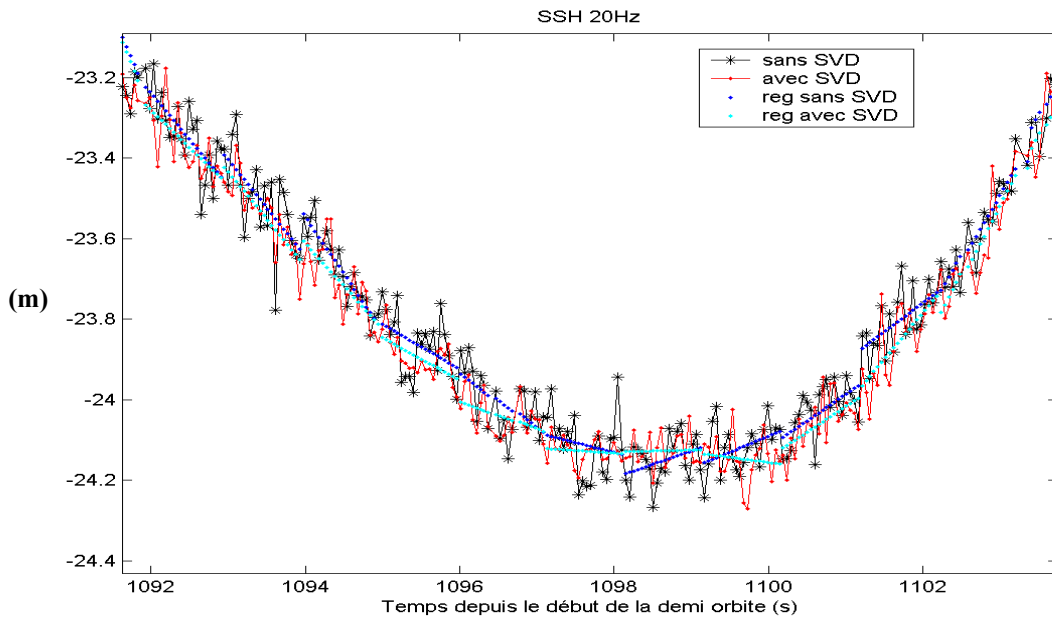
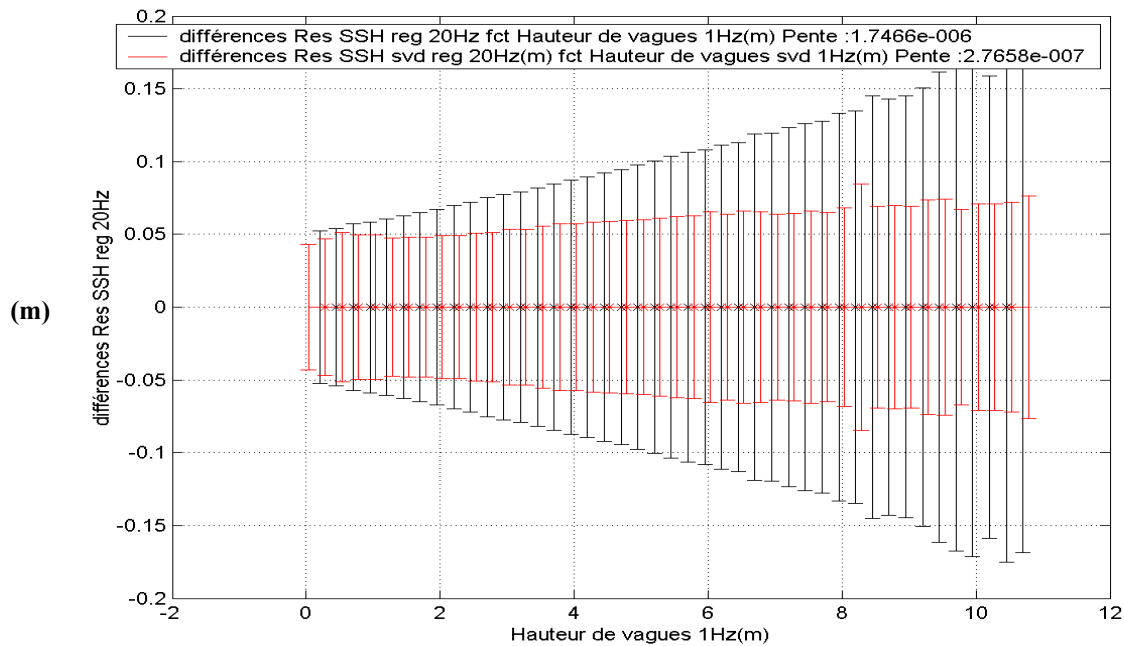


Figure 4-18 Estimations 20Hz (en m) de la SSH à partir d'échos non débruités (astérisques noires) et débruités par SVD (points rouges). Régression linéaire à la seconde sans SVD (points bleus) et avec SVD (points cyans). **Zone 3.**

Nous définissons un résidu de hauteur de mer 20Hz comme la différence entre la SSH 20Hz et l'estimation de la moyenne obtenue par régression linéaire à la seconde. Le résidu peut être représenté en fonction des hauteurs de vagues associées. Nous pouvons ainsi quantifier le gain de variance de la hauteur de mer en fonction de la hauteur de vagues. Pour obtenir des diagrammes significatifs, nous faisons les statistiques sur un ensemble plus grand de données de façon à balayer toutes les hauteurs de vagues et ceci par pas de 0,25 m. Le nouveau jeu de donnée correspond aux 99 demi-orbités de la **Figure 1-3**.

La **Figure 4-19** représente l'écart type du résidu de SSH par rapport aux régressions linéaires à 1Hz en fonction de la hauteur des vagues 1Hz sur les 99 premières demi-orbités du cycle 61 de JASON.



**Figure 4-19** Erreur de Résidu de hauteur de mer 20Hz / régression linéaire à la seconde en fonction de la hauteur des vagues 1Hz. Estimation à partir d'échos non débruités (noir) et débruités par SVD (rouge)

Le gain sur la précision de la hauteur de mer varie avec la hauteur des vagues. Des statistiques effectuées sur 99 demi orbites donnent les réduction d'écart types présentée dans le **Tableau 6**.

|     | SSH – régression linéaire à la seconde |                                    |                    |
|-----|----------------------------------------|------------------------------------|--------------------|
| SWH | $\hat{\sigma}_{SSH}$ sans SVD (cm)     | $\hat{\sigma}_{SSH}$ avec SVD (cm) | Gain en écart type |
| 1 m | 6                                      | 5                                  | 1,2                |
| 2 m | 7,5                                    | 5                                  | 1,5                |
| 4 m | 9                                      | 6                                  | 1,5                |
| 6 m | 12                                     | 6,5                                | 1,8                |
| 8 m | 14                                     | 7                                  | 2                  |

Tableau 6 Gain de rapport signal a bruit de la SVD pour hauteur de mer par rapport à des régressions linéaires à la seconde

#### 4.3.2. Quantification du biais de la hauteur de mer

Lorsqu'on s'intéresse au biais de mesure entre les estimations avec et sans SVD, on compare :

$$\hat{SSH} = \text{Orbite} - \hat{D}_{tr} - \hat{\tau} \quad \text{et} \quad \hat{SSH}_{SVD} = \text{Orbite} - \hat{D}_{tr} - \hat{\tau}_{SVD}$$

Donc la différence des époques est aussi égale à la différence des hauteurs de mer car le seul paramètre modifié entre l'une et l'autre configuration est l'époque :

$$\hat{SSH} - \hat{SSH}_{SVD} = -(\hat{\tau} - \hat{\tau}_{SVD})$$

La **Figure 4-20** représente cette différence en fonction de la hauteur de vagues sans SVD ( $\hat{SWH}$ ) et avec SVD ( $\hat{SWH}_{SVD}$ ).

La différence représentée en fonction de  $\hat{SWH}$  présente une pente de 1% et semble indiquer que la différence entre les estimations peut atteindre 8 cm pour des fortes hauteurs de vagues.

La différence représentée en fonction de  $\hat{SWH}_{SVD}$  ne présente pas de pente en fonction de la valeur mesurée. Elle présente néanmoins un biais de l'ordre de 1 cm qui est aussi observé sur les données simulées. Les données avec SVD étaient plus proches de la valeur simulée ce qui nous pousse à penser que le biais observé sur les données réelles va dans le sens d'une meilleure estimation.

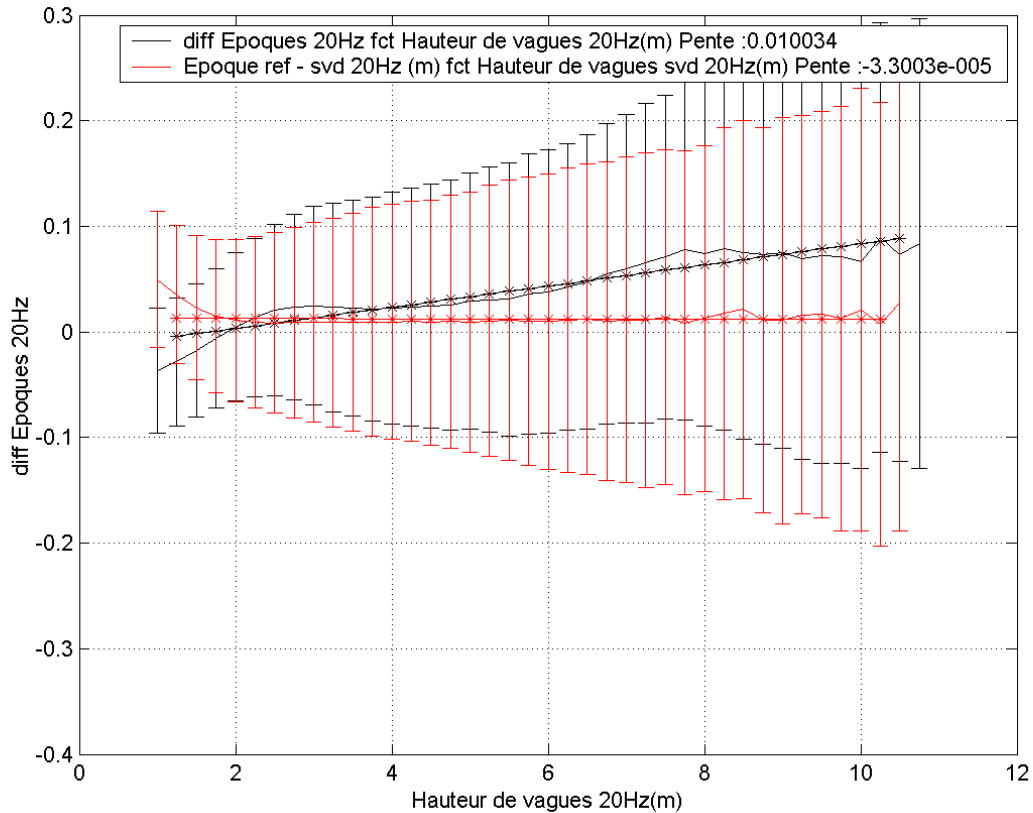


Figure 4-20 Biais sur la hauteur de vagues estimée en fonction de la hauteur des vagues sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

#### 4.3.3. Répartition fréquentielle de la hauteur de mer

Des périodogrammes (partie 3.3 de ce chapitre) sont tracées des séries d'estimations de l'époque et de la hauteur de mer (SSH).

##### Epoque

La Figure 4-21 représente la densité spectrale de l'époque pour 56 des 99 demi-orbités JASON présentées Figure 1-3. On rappelle que ce paramètre correspond à l'erreur du tracker. La représentation spectrale confirme que le bruit à la seconde est corrélé car sa représentation spectrale n'est pas plate. Sur un tel spectre, il n'y a pas de fréquence de coupure. La DSP correspondant aux données avec SVD est légèrement décalé dans les hautes fréquences mais les spectres avec et sans SVD se rejoignent vers 0,1 Hz. Le niveau final de puissance du spectre sans SVD est autour de 8 cm (ce qui est cohérent avec les résultats trouvés à 10Hz dans [Zanifié et al. 2003]). Après SVD, ce niveau est ramené à 5,5 cm. Ces résultats ne sont pas interprétables en terme de bruit de mesure car le paramètre d'époque n'est pas physique.

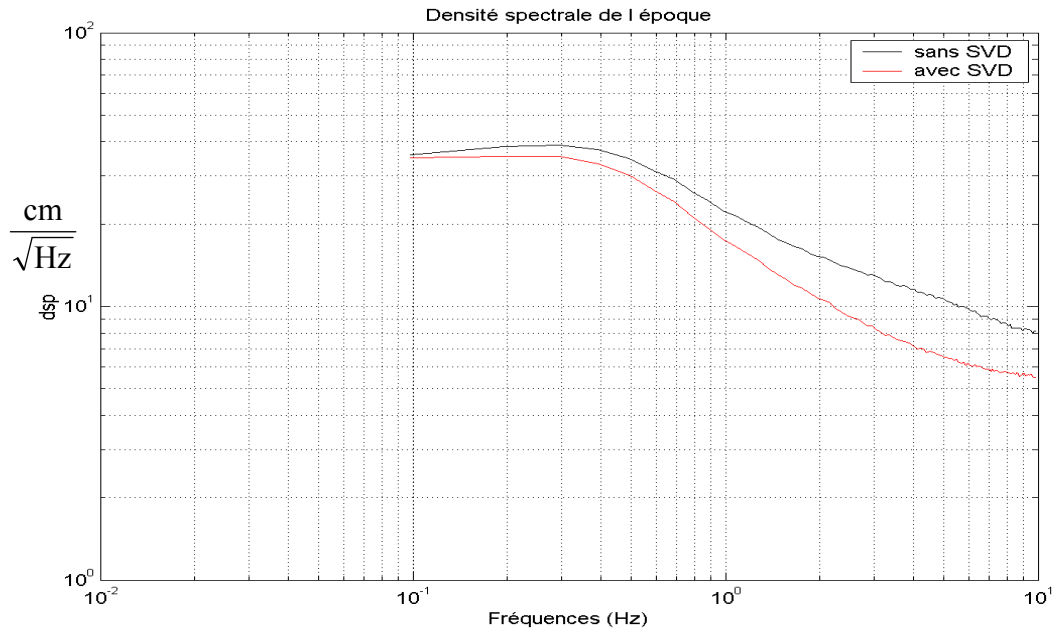


Figure 4-21 Spectrogramme de la hauteur de vagues estimée en échelle logarithmique sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

En termes de fonction de corrélation du tracker, la Figure 4-22 indique que la mesure du tracker est légèrement plus corrélée que ce qui est habituellement estimé avec les données sans SVD. Si l'on considère, comme dans [Zanifé et al. 2003], un seuil de décorrélation des mesures à 20%, le nombre de mesures corrélées sans SVD est de l'ordre de 5 échantillons (30 ms) et de 7 échantillons (40 ms) avec SVD.

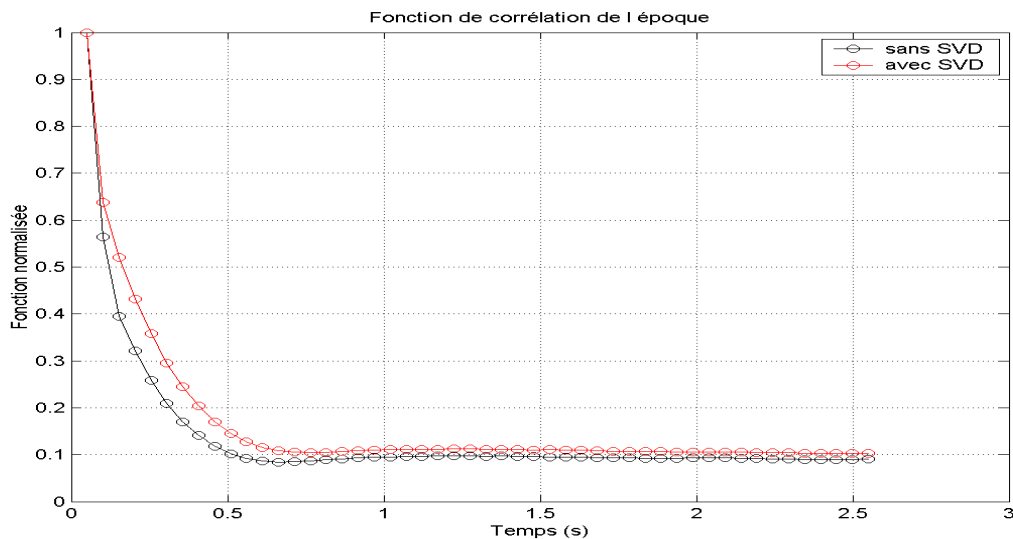


Figure 4-22 Fonction de corrélation  $\hat{\Gamma}_{\text{SWH}}(m)$  de la hauteur de vagues estimée sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

### Hauteur de mer

La distance altimétrique qui est la somme de l'erreur tracker et de l'époque possède des variations physiques qui peuvent se modéliser par le schéma de la Figure 3-1. Il nous est donc possible de déduire un niveau de bruit de mesure de la courbe de sa Densité Spectrale de Puissance. Pour la représentation en fréquence, nous travaillons directement sur la distance altimétrique totale sans retrancher de tendance basse fréquence. En effet, quelle que soit la tendance retranchée, elle fait appel à des opérations de linéarisation par paquet ou à des interpolations qui risquent d'altérer les informations portées aux hautes fréquences auxquelles on s'intéresse. Nous avons également tracé des spectres de résidu de hauteur de mer qui donnent des résultats très proches de ceux présenté ci-dessous en ce qui concerne les hautes fréquence mais dont les basses fréquences sont filtrées ce qui donne un aspect moins physique aux résultats.

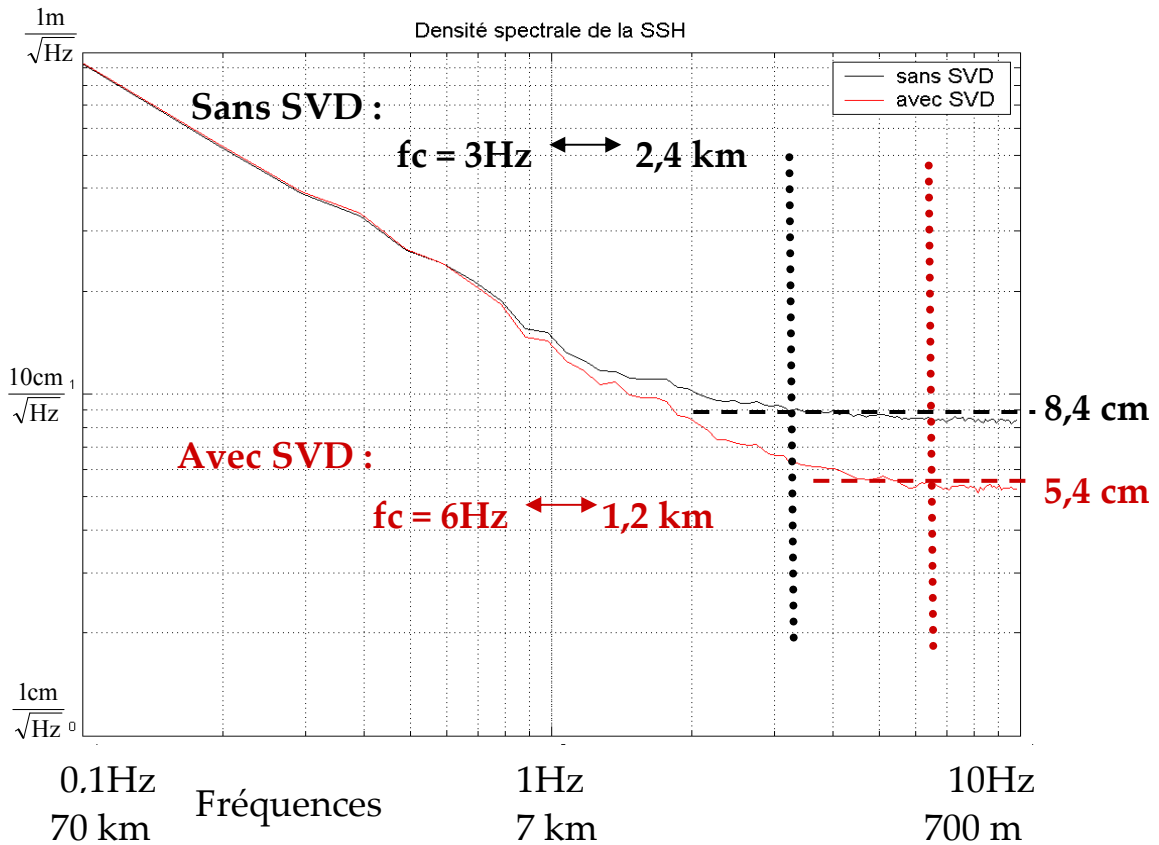
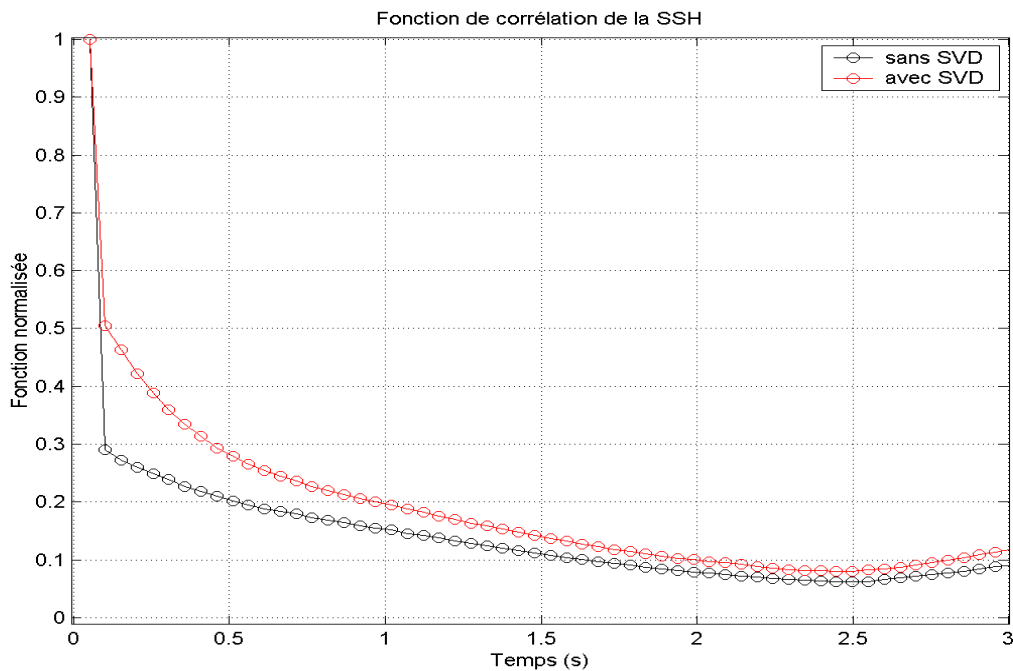


Figure 4-23 Spectrogramme de la hauteur de mer estimée en échelle logarithmique sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

La Figure 4-21 représente la densité spectrale de l'époque pour 56 des 99 demi-orbités JASON présentées Figure 1-3. La fréquence de coupure est positionnée autour de 3 Hz pour les données sans SVD (courbe noire) et le plateau de bruit correspondant est

situé à la valeur 8,4 cm. Les données avec SVD (courbe rouge) possèdent une fréquence de coupure autour de 6 Hz avec un niveau de bruit de l'ordre de 5,4 cm. Cela signifie que la mesure de hauteur de mer avec SVD possède un écart type en moyenne 1,5 fois meilleure que sans SVD soit une augmentation de la précision de 50%.

En terme de résolution, la baisse de la fréquence de coupure signifie que la SVD permet d'observer des phénomènes physiques à des échelles comprises entre 2,4 kilomètres (3 Hz) et 1,2 kilomètres (6 Hz) qui ne sont pas uniquement significatifs du bruit de mesure mais qui portent une information physique.



**Figure 4-24** Fonction de corrélation  $\hat{\Gamma}_{SSH}(m)$  de la distance altimétrique estimée sans SVD (courbe noire) et avec SVD (courbe rouge)

En terme de corrélation (Figure 4-24), le fait de calculer la DSP de la distance altimétrique totale provoque une forte corrélation des données par la composante basse fréquence des données. En effet, la SSH totale contient les variations grandes longueurs d'onde de la surface de l'océan dues au géoïde. Ces variations possèdent des distances de corrélation très grandes. En diminuant le bruit sur les données par SVD, on diminue l'effet de décorrélation du bruit et la courbe de corrélation de la SSH se rapproche de la courbe réelle de corrélation du géoïde.

#### **4.4. Conclusion**

Nous avons montré que la réduction de bruit par SVD permettait d'améliorer considérablement la précision des paramètres estimés avec une résolution inférieure à la seconde. Ceci est dû au fait que l'on exploite la statistique sur des paquets de données plutôt que celle des échos pris individuellement.

Comme cela avait été vu dans le chapitre précédant, l'écart type du bruit sur la hauteur de vagues est divisé par 3,5. La réduction de bruit sur la puissance n'est pas sensible mais son estimation n'est pas dégradée. Enfin, l'écart type du bruit sur la hauteur de mer est divisée par un facteur allant de 1,2 à 2 selon la hauteur de vagues.

Grâce à la réduction de bruit par SVD, nous constatons également un deuxième effet. L'écart type 20Hz de la SSH dépend de la hauteur de vagues et varie entre 6 cm et 14 cm sans SVD. Grâce à la SVD, cette différence est nettement diminuée : elle varie entre 5 cm et 7 cm.

Cette propriété nous incite à étudier l'impact de la réduction de bruit par SVD sur la mesure du biais d'état de mer, le plus fort poste d'erreur de la distance altimétrique actuellement, qui est directement lié à l'état de la mer au moment de la mesure. C'est ce que nous présentons dans la partie suivante.

### **5. Biais d'Etat de Mer, biais instrumental et bruit de mesure**

L'estimation de la hauteur de mer dépend de l'état de la mer au moment de la mesure et possède un biais d'autant plus fort que la mer est agitée. On considère que sa valeur est de l'ordre de 1,5 cm à 2 cm en moyenne et qu'elle peut dépasser 5 cm pour des mers fortes ([Chelton et al. 2000]). Ce biais est le *Biais d'Etat de mer* ou SSB pour *Sea State Bias*.

Il est actuellement corrigé dans la mesure altimétrique à partir de modèles calculés empiriquement en fonction de la hauteur des vagues et éventuellement du vent, les deux paramètres d'état de mer directement mesurés par l'altimètre [Gaspar et al. 2002].

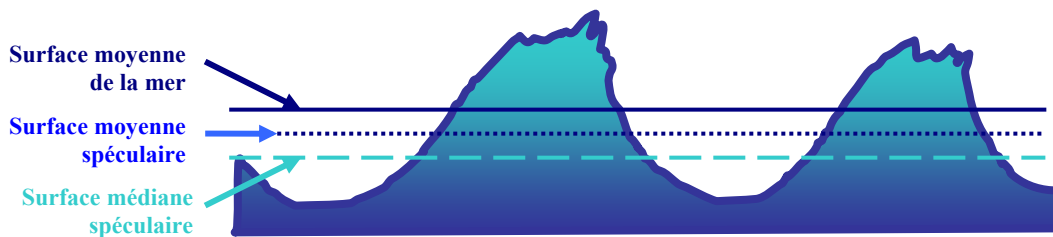
Nous venons de voir que la réduction de bruit par SVD permet d'obtenir des estimations de hauteur de mer et de hauteur de vagues plus précises et moins biaisées que les estimations actuelles. Puisque le SSB est calculé en utilisant les estimations de ces deux paramètres, nous allons vérifier si le biais d'état de mer calculé à partir des nouvelles estimations est modifié. Après avoir présenté la

physique de ce biais, nous étudierons l'impact de la réduction de bruit de mesure sur son estimation.

## 5.1. Définitions

Le *Biais d'Etat de mer* correspond à une dépendance physique entre la hauteur mesurée et la forme des vagues au moment de la mesure.

Le radar altimètre est étalonné pour mesurer, non pas le niveau moyen, mais la *médiane* de la distribution des hauteurs des *facettes spéculaires*<sup>12</sup>. En effet, la *médiane* est, par définition, la valeur pour laquelle la probabilité d'avoir des hauteurs inférieures (creux) est égale à la probabilité d'avoir des hauteurs supérieures (crêtes). Compte tenu de l'asymétrie des vagues, cette médiane est différente de la surface moyenne. Par ailleurs, puisque le creux des vagues renvoie plus d'énergie que leur crête, la mesure du niveau de la *hauteur moyenne spéculaire* de la mer est située sous la réelle surface moyenne de la mer (Figure 5-1).



**Figure 5-1 Représentation schématisée du biais d'état de mer.**

**La médiane est sous la moyenne car les crêtes des vagues sont plus pointues que leur creux. Les surfaces spéculaires sont sous les surfaces réelles car le coefficient de retrodiffusion des creux est plus fort que celui des crêtes.**

Le biais d'état de mer (SSB) est défini comme une somme de trois termes :

$$SSB = \text{Biais Skewness} + \text{Biais Electromagnétique} + \text{Biais Instrumental} \quad (5-1)$$

Les deux premiers sont dus à l'asymétrie des vagues :

- Le *Biais de Skewness* est dû à l'asymétrie géométrique des vagues : les crêtes sont plus pointues que les creux. Les creux renvoient donc plus d'énergie vers le radar que les crêtes car leur surface est plus étendue.
- Le *Biais Electromagnétique* est dû à l'asymétrie des propriétés de réflexion des vagues : les crêtes sont plus rugueuses que les creux. Les creux renvoient plus

<sup>12</sup> Les facettes spéculaires sont les facettes élémentaires considérées comme localement planes à la surface de l'océan et responsable du phénomène de scintillement.

d'énergie vers le radar que les crêtes car leur coefficient de rétrodiffusion est plus fort.

Le dernier terme n'est pas d'origine physique :

- Pour une même surface observée, la mesure du SSB est différente selon l'instrument utilisé. Ces différences sont contenues dans le *Biais Instrumental*. Il est parfois appelé *Biais Tracker* dans la littérature ([Gaspar et al. 1994], [Zanifé et al. 2003]) car une composante importante de ce biais semble (comme nous le préciserons plus loin) provenir du système de tracker des instruments.

De nombreuses études ont été consacrées à ce biais. Elles sont résumées dans [Amarouche 2001] et classées en trois catégories : les études théoriques, qui établissent des modèles mathématiques des biais, les études expérimentales qui estiment le biais à partir de radars embarqués sur des avions, plateformes offshore ou en laboratoires, enfin, les études empiriques, utilisées pour estimer le biais d'état de mer de façon opérationnelle.

Toutes ces études ont mis en évidence la dépendance du biais d'état de mer en fonction de nombreux paramètres (fréquence de l'onde altimétrique, hauteur de vagues, vitesse du vent, célérité des vagues...). De façon opérationnelle, il est estimé en fonction de la vitesse du vent et de la hauteur des vagues qui sont directement estimées par l'instrument. Au premier ordre ces études montrent que le SSB est une fonction linéaire de la hauteur des vagues. L'expression de cette modélisation du SSB est :

$$\text{SSB} \approx \alpha_x \text{ SWH}$$

où  $\alpha_x$  est estimé comme le coefficient directeur d'une régression du premier ordre entre une différence de hauteur de mer  $\Delta\text{SSH}_x$  (1Hz) et une différence de hauteur de vagues  $\Delta\text{SWH}_x$  (1Hz). Ces différences sont calculées de façon opérationnelles aux *points de croisement* des satellites c'est-à-dire sur les zones au-dessus desquelles le satellite passe sur deux demi-orbites différentes d'un même cycle, l'une ascendante l'autre descendante. La justification de cette méthode est donnée dans [Gaspar et al. 1994].

Le SSB peut être exprimé en cm ou en pourcentage de SWH si on ne considère que la valeur de  $\alpha_x$ .

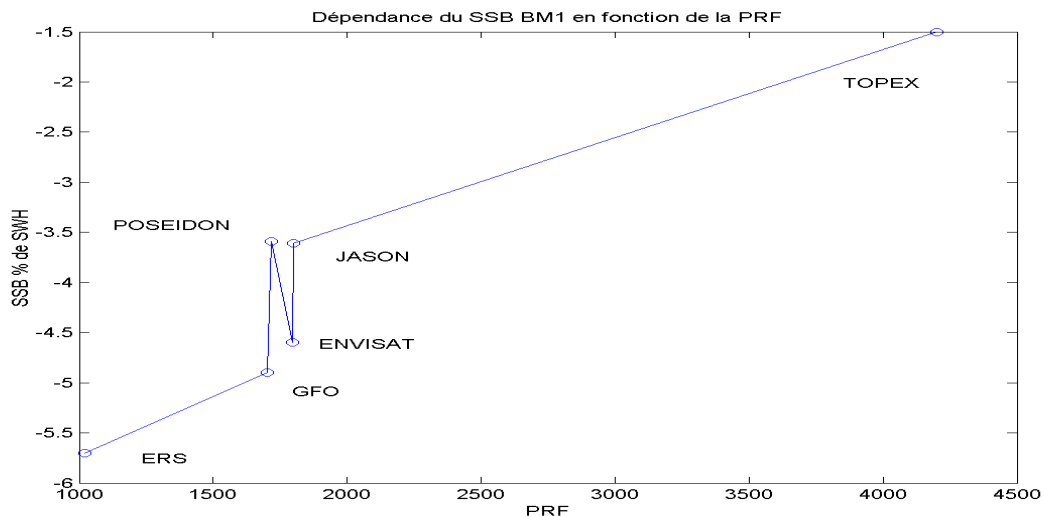
L'estimation de cette grandeur est très délicate et notamment, les études proposées jusqu'à présent n'ont pas éclairci définitivement les différences d'estimation selon les

altimètres. Nous continuons ici d'explorer la voie ouverte par [Zanifé et al. 2003] pour tenter d'expliquer le Biais Instrumental.

## 5.2. Biais d'état de mer selon les missions altimétriques

Nous nous intéressons au Biais Instrumental du SSB et donc aux différences observées d'un altimètre à l'autre. Nous allons voir quels sont les ordres de grandeurs de ces différences.

La **Figure 5-2** représente les SSB calculés suivant la méthode présentée plus haut (régression d'ordre 1 par rapport à la hauteur de vagues notée BEM1) pour l'année 2002 [CalVal 2002]. D'autres modélisations plus fines et plus complètes existent mais nous nous basons sur cette estimation car, contrairement aux autres, elle est disponible pour les 6 missions comparées dans les statistiques annuelles effectuées à CLS.



**Figure 5-2 Comparaison des biais d'état de mer en bande Ku calculés sur l'année 2002 pour différents altimètres en fonction de la PRF (Pulse Repetition Frequency)**

Les résultats de la **Figure 5-2** montrent que l'estimation du biais d'état de mer est très différente selon les missions. La valeur la plus faible est celle de TOPEX (- 1,5%) et la plus forte est celle d'ERS2 (- 5,6%). Nous avons choisi de représenter les valeurs en fonction de la fréquence de répétition des échos (PRF) qui fixe le nombre d'échos individuels moyennés entre eux pour réduire le niveau de bruit des échos contenus dans la télémessure. Dans la limite de décorrélation du bruit, nous avons vu que le niveau de bruit était inversement proportionnel à la PRF. Cette façon de représenter les SSB estimés fait apparaître une tendance. La valeur la plus faible (respectivement

la plus forte) de l'estimation du biais d'état de mer est également celle qui correspond à la PRF la plus forte (respectivement la plus faible). Les estimations du biais pour des valeurs de PRF intermédiaires (GFO, POSEIDON, JASON, ENVISAT) possèdent des valeurs comprises entre -3,5% et -5% de SWH.

Les estimations de SSB pour JASON et ENVISAT ont été faites récemment avec des modèles plus complets (type non paramétrique ou BEM4, régression d'ordre 4 en ajoutant l'influence du vent). Les valeurs obtenues sont, pour les deux missions de l'ordre de -5% de hauteur de vagues pour les valeurs moyennes de hauteur de vagues et de vitesse du vent. Ces chiffres tendent à conserver la tendance monotone croissante en fonction de la PRF et tendent même à la confirmer.

Le biais relatif entre les paramètres est de l'ordre de 1 à 2% entre les missions JASON et ERS et de 1 à 2% entre les missions JASON et TOPEX.

Les différences d'estimation de SSB sont à mettre en parallèle avec plusieurs caractéristiques des missions :

- les échos des différents altimètres ne sont pas acquis de la même façon avec les différents trackers.
- Les paramètres sont estimés avec un retracking sauf pour TOPEX dont les paramètres sont estimés dès l'étape de poursuite (tracker).
- Les PRF sont différentes, ainsi que les bruits sur les échos et les paramètres.

Les deux premiers points ont été étudiés dans [Zanifé et al. 2003]. Cette étude montre que le fait d'estimer les paramètres en appliquant le même retracking sur les échos TOPEX et JASON (lors de la *mission tandem*<sup>13</sup>) ne permettait pas de réduire la différence de biais estimée entre les deux missions. Il est également montré dans cette étude que la différence de dépendance entre les deux missions est observable dès les sorties du tracker.

Les trackers type TOPEX et GFO, lié à l'estimation de la hauteur des vagues ([Zieger et al. 1991]) sont les mêmes et pourtant, le SSB estimé est différent. De même, les trackers type ERS, et POSEIDON (1 ou 2) sont identiques (Chapitre 2) et les estimations de leur SSB sont différentes. Enfin, le tracker type ENVISAT est un *model free tracker* basé sur le positionnement du centre de gravité de la puissance reçue

---

<sup>13</sup> Entre Janvier et Août 2002, la mission TOPEX/POSEIDON en fin de vie et la jeune mission JASON ont fonctionné en même temps sur la même orbite et à 72 secondes d'écart. Cela permettait de s'assurer que l'information géophysique mesurée était la même pour les deux altimètres. Cette période appelée mission Tandem a été très utile pour l'inter-calibration des mesures ainsi que pour des études comparatives comme celle citée ici.

[ESA @4]) Il n'est identique au tracker d'aucune autre mission mais l'estimation de son SSB est du même ordre de grandeur que GFO ou les POSEIDON qui possèdent une même PRF similaire.

Il semble donc que le Biais Instrumental provienne d'une combinaison entre la différence de tracker et de la différence de PRF choisie.

Les différences de PRF (Chapitre 2, partie 3.2.3.) impliquent entre autre des niveaux de bruit différents sur les échos 20Hz. C'est à ce niveau de bruit que l'on choisit de s'intéresser ici.

### **5.3. But de l'étude du biais d'état de mer avec ou sans SVD**

Dans l'étude que nous proposons, le but est de poursuivre l'analyse des différences de biais entre les différents altimètres. Nous nous intéressons à l'impact du niveau de bruit des échos sur l'estimation du biais d'état de mer.

Nous avons vu que l'outil de réduction de bruit par SVD permet de réduire le bruit de mesure sans altérer la variance du tracker. Elle permet d'estimer plus précisément deux des paramètres intervenant dans l'estimation du SSB (la hauteur de mer et la hauteur de vagues). Nous allons donc vérifier si cela modifie l'estimation du biais d'état de mer.

Cela revient à simuler un bruit 10 fois plus faible en variance que le niveau de bruit de la mission JASON. Le bruit sur les échos JASON débruités est alors ramené en dessous du niveau de bruit des échos TOPEX.

### **5.4. Méthodes de comparaisons des biais d'état de mer**

Calculer le SSB avec les résidus aux points de croisement, comme cela est fait pour les traitements opérationnels, demande de traiter énormément de données (1 an typiquement). La lourdeur d'un tel traitement n'est pas justifiée dans notre cas car nous souhaitons comparer deux méthodes d'estimation et non déterminer une valeur absolue du SSB. D'autres méthodes ont été proposées pour estimer le SSB sans utiliser les points de croisements. Nous allons utiliser une d'entre elles pour comparer les SSB avec et sans SVD.

Nous utilisons la méthode présentée dans [Vandemark et al. 2002]. Après quelques hypothèses sur la moyenne du bruit et de la variabilité des différents termes sur un grand nombre de données les auteurs montrent que l'approximation suivante peut être utilisée :

$$SSB \approx Res = \alpha SWH \quad (5-2)$$

où  $Res$  est le résidu de hauteur de mer défini comme la différence entre la hauteur de mer (SSH) et sa surface moyenne (MSS définie au Chapitre 1):

$$Res = SSH - MSS \quad (5-3)$$

La SSH est composée du *Géoïde*, d'une topographie dynamique notée  $\eta$ , du biais d'état de mer (SSB), et des corrections décrites dans le Chapitre 2.

$$SSH = \text{Géoïde} + \eta + SSB + \text{corrections}$$

En notant  $\langle \rangle$  l'opérateur de moyenne sur une longue période, la MSS (moyennée sur 7 ans de données environ, voir Chapitre 2) s'écrit comme :

$$MSS = \langle SSH \rangle$$

Les auteurs montrent que cette méthode donne une bonne estimation du SSB et permet de considérer moins de points que la méthode classique (typiquement il est montré qu'un cycle TOPEX, soit 350 000 à 400 000 mesures à 1Hz, suffit).

C'est cette expression que nous allons utiliser. Pour estimer le SSB, nous faisons une régression linéaire entre le résidu et la hauteur de vagues 1Hz.

Dans notre étude, nous sommes conscients que la quantité de données que nous traitons (un demi cycle environ : 133 000 secondes) ne permet pas d'avoir une mesure très fiable de la valeur absolue estimée. Toutefois, nous soulignons que ce calcul est destiné à comparer deux méthodes sur les mêmes échos et donc les mêmes informations géophysiques. Si toute la dynamique océanique n'est pas exactement représentée dans notre échantillon de données, les erreurs de résidu de hauteur de mer ( $Res$ ) seront les mêmes dans les deux cas et ne devraient pas altérer nos conclusions.

## 5.5. Résultats

Les résultats sont présentés pour le jeu de données **Figure 1-3** qui correspond à 99 demi-orbites du cycle 61 de JASON. Les SSB sont calculés avec la méthode présentée ci dessus à partir des sorties du retracking sans SVD puis avec SVD. Les résultats sont d'abord étudiés à 1Hz (moyenne des données 20Hz à la seconde) pour être

cohérents avec les conditions d'estimation habituelles. Puis nous calculons les mêmes dépendances à 20Hz puisque l'apport de la SVD est surtout sensible pour les hautes fréquences (supérieures à 1Hz).

Nous allons donc calculer pour commencer, les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Res}_{1\text{Hz}} &= \alpha_{1\text{Hz}} \text{SWH}_{1\text{Hz}} \\ \text{Res}_{\text{SVD}1\text{Hz}} &= \alpha_{\text{SVD}1\text{Hz}} \text{SWH}_{\text{SVD}1\text{Hz}} \end{aligned}$$

qui sont les relations entre le résidu 1Hz sans SVD ( $\text{Res}_{1\text{Hz}}$ ) et la hauteur de vagues 1Hz sans SVD ( $\text{SWH}_{1\text{Hz}}$ ) puis avec SVD en reprenant des notations explicites ( $\text{Res}_{\text{SVD}1\text{Hz}}$  et  $\text{SWH}_{\text{SVD}1\text{Hz}}$ ).

Le biais calculé sur les données 1Hz (voir **Figure 5-3**) donne des résultats similaires pour les données avec ou sans SVD :

$$\alpha_{20\text{Hz}} \approx -4,66\% \text{ de } \text{SWH}_{20\text{Hz}} \text{ et } \alpha_{\text{SVD}20\text{Hz}} \approx -4,48\% \text{ de } \text{SWH}_{\text{SVD}20\text{Hz}}$$

La différence entre les biais estimés est de l'ordre de 0,18% de la hauteur des vagues. Cette valeur est très faible devant les différences de l'ordre de 1% qu'il existe entre les différents altimètres.



**Figure 5-3 Résidu 1Hz en fonction de la hauteur de vagues 1 Hz. En astérisques noires ( $\alpha \approx -4,66\%$  de  $\text{SWH}$ ). En points rouge avec la SVD ( $\alpha_{\text{SVD}} \approx -4,48\%$  de  $\text{SWH}_{\text{SVD}}$ ) (99 demi orbites du cycle 61 de JASON)**

Sur les données 20Hz (voir **Figure 5-4**), la différence d'estimation des paramètres avec ou sans SVD est moins négligeable mais reste faible. Les équations estimées sont :

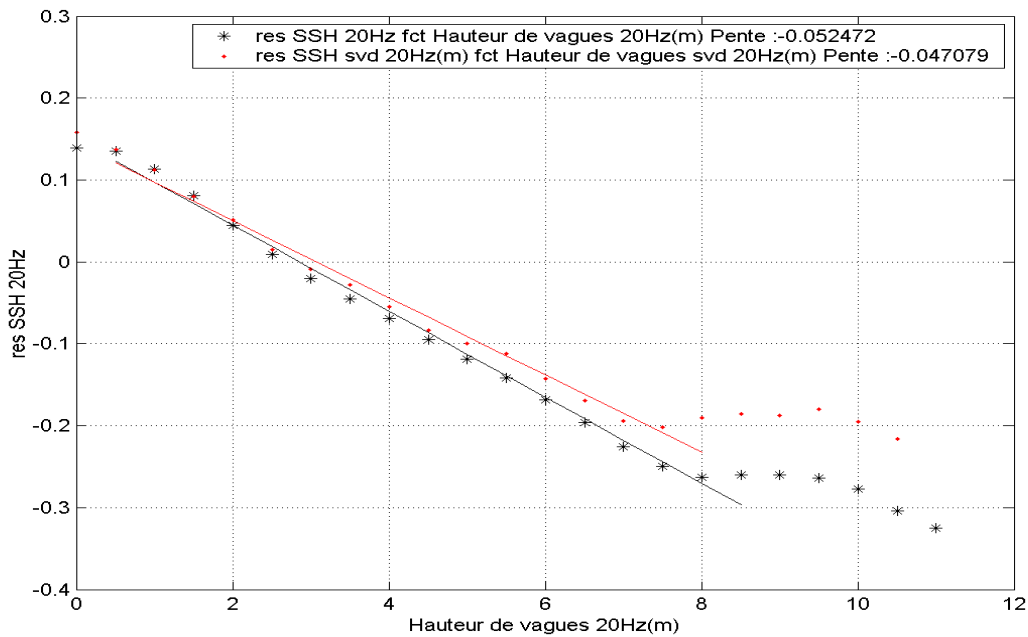
$$\begin{aligned} \text{Res}_{20\text{Hz}} &= \alpha_{20\text{Hz}} \text{SWH}_{20\text{Hz}} \\ \text{Res}_{\text{SVD } 20\text{Hz}} &= \alpha_{\text{SVD } 20\text{Hz}} \text{SWH}_{\text{SVD } 20\text{Hz}} \end{aligned}$$

où  $\text{Res}_{20\text{Hz}}$  est le résidu 20Hz et  $\text{SWH}_{20\text{Hz}}$  est la hauteur de vagues 20Hz sans SVD puis  $\text{Res}_{\text{SVD } 20\text{Hz}}$  et  $\text{SWH}_{\text{SVD } 20\text{Hz}}$ , les résidus et hauteur de vagues calculés avec réduction de bruit par SVD.

Dans ce cas, la différence entre les deux estimations de SSB est plus grande :

$$\alpha \approx -5,25\% \text{ de SWH et } \alpha_{\text{SVD}} \approx -4,71\% \text{ de SWH}_{\text{SVD}}$$

La différence de biais estimé est cette fois de l'ordre de 0,54% de la hauteur des vagues.



**Figure 5-4 Résidu 20Hz en fonction de la hauteur de vagues 20 Hz. En astérisques noires ( $\alpha \approx -5,25\%$  de SWH ). En points rouge avec la SVD ( $\alpha_{\text{SVD}} \approx -4,71\%$  de  $\text{SWH}_{\text{SVD}}$ ) (99 demi orbites du cycle 61 de JASON)**

Le **Tableau 7** synthétise les résultats obtenus par la méthode directe pour l'estimation des SSB avec les données estimées à 20Hz, 1Hz, avec et sans SVD.

| Equation du résidu                                  | Valeur de la pente de régression |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------|
| $Res_{20Hz} = \alpha_{20Hz} SWH_{20Hz}$             | $\alpha_{20Hz} = - 5,25\%$       |
| $Res_{SVD 20Hz} = \alpha_{SVD 20Hz} SWH_{SVD 20Hz}$ | $\alpha_{SVD 20Hz} = - 4,71\%$   |
| $Res_{1Hz} = \alpha_{1Hz} SWH_{1Hz}$                | $\alpha_{1Hz} = - 4,66\%$        |
| $Res_{SVD 1Hz} = \alpha_{SVD 1Hz} SWH_{SVD 1Hz}$    | $\alpha_{SVD 1Hz} = - 4,48\%$    |

**Tableau 7 SSB calculé à 20Hz, 1Hz avec et sans SVD**

Les résultats sur les données 1Hz et 20Hz montrent que la SVD ne modifie pas l'estimation du SSB de façon nette car tous ces chiffres sont assez proches. Néanmoins, nous remarquons que l'estimation absolue du SSB en fonction des hauteurs de vagues estimées à 20Hz (avec un fort niveau de bruit) donne une estimation plus forte à 20Hz (5,24%) qu'à 1Hz (4,66%) pour les données sans SVD. De même pour les données avec SVD, elles sont plus fortes à 20Hz (4,71%) qu'à 1Hz (4,48%).

La comparaison des quatre estimations met en évidence une variabilité de l'estimation selon le niveau de bruit sur l'estimation des paramètres. On observe une tendance selon laquelle l'estimation du SSB semble d'autant plus forte que l'estimation des paramètres est bruitée.

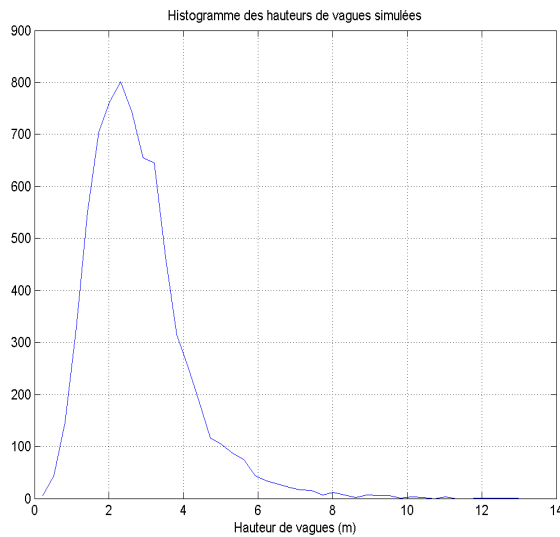
En effet, le bruit à 20Hz sur les paramètres est plus fort avec SVD que sans SVD (bruit à 20Hz divisé par 3,5 en moyenne pour la hauteur des vagues), et par 1,2 pour le résidu) et le bruit à 20Hz avec SVD reste légèrement plus fort que celui à 1Hz sans SVD (bruit à 20Hz divisé par environ  $\sqrt{18}$  où 18 est le nombre d'échantillons décorrélés dans la seconde (légèrement inférieur à 20)) et on a :

$$\alpha_{20Hz} > \alpha_{SVD 20Hz} > \alpha_{1Hz} > \alpha_{SVD 1Hz}$$

La valeur du SSB mesuré semble donc modifiée par la précision avec laquelle on estime les paramètres.

## 5.6. Discussion

Nous avons mené une étude pour expliquer et quantifier cette dépendance entre le niveau de bruit sur les paramètres estimés et le SSB déduit. Les simulations confirment la tendance observée sur les données réelles. Elles semblent montrer, en plus, que c'est surtout la précision sur la hauteur des vagues (l'abscisse) qui modifie l'estimation du SSB.



**Figure 5-5 Histogramme des hauteurs de vagues simulées.**

Nous avons simulé des échos avec un histogramme de hauteur de vagues représenté **Figure 5-5**. Cet histogramme modélise la répartition réelle des valeurs de hauteurs de vagues représentatives de tous les états de mer. La valeur moyenne est autour de 2,3 mètres et l'écart type de la variabilité physique est de 1,8 m autour de la moyenne. Puis nous avons simulé une dépendance entre l'époque ( $\tau$ ) et la hauteur des vagues (SWH) de façon à ce que :

$$\tau = 3\% \text{ SWH}$$

Nous avons ensuite simulé différents niveaux de bruit sur les échos. Nous avons vu (Chapitre 2 partie 4.1.) qu'augmenter le bruit sur les échos augmente aussi le bruit d'estimation sur les paramètres. Nous avons ainsi simulé des écarts type sur l'estimation de la hauteur de vagues allant de 7 cm (pour simuler le bruit 1Hz avec SVD pour une PRF de 2000 Hz), à 1,2 m (pour simuler le bruit 20Hz sans SVD pour une PRF de 300Hz).

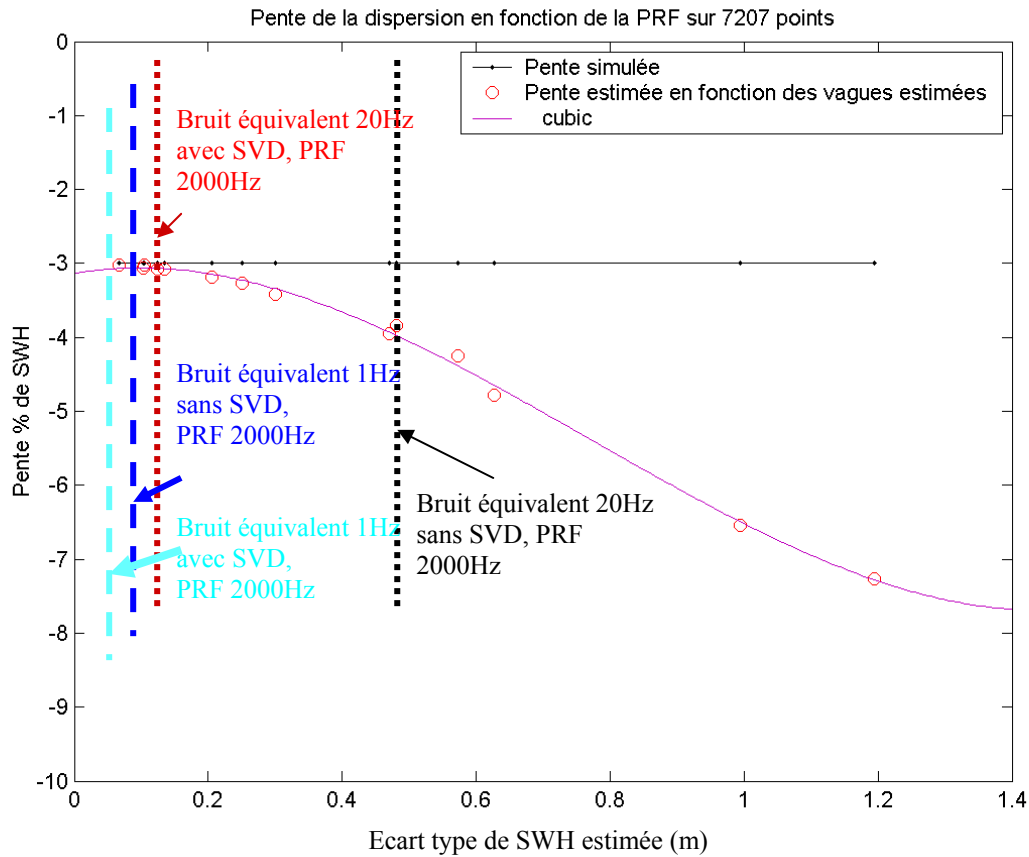
La pente  $\hat{\alpha}$  de régression linéaire est alors calculée entre l'époque estimée ( $\hat{\tau}$ ) et la hauteur de vagues estimée ( $\hat{\text{SWH}}$ ) :

$$\hat{\tau} = \hat{\alpha} \hat{\text{SWH}}$$

La courbe des estimations de  $\hat{\alpha}$  est représentée en cercles rouges sur la **Figure 5-6**. Nous constatons que la courbe tend asymptotiquement vers la valeur de dépendance effectivement mesurée. L'écart type limite en dessous duquel l'impact de la réduction de bruit peut être considéré comme négligeable (inférieur à 0,5% de la hauteur des vagues) lorsqu'il devient inférieur à 40 cm.

Pour des bruits très forts sur la hauteur de vagues, la dépendance estimée présente jusqu'à 4,3% de biais relatif pour un bruit de 1,2 m sur la hauteur des vagues.

En pratique, l'écart type sur la hauteur de vagues à 1Hz qui est utilisée pour les calculs de SSB est aux alentours de 50 cm à 2 mètres. L'erreur d'estimation associée est inférieure à 1% de SWH.



**Figure 5-6 Pente calculées sur des diagrammes de dispersion pour des données simulées avec différents niveaux de bruit sur la hauteur de vagues**

Pour les données réelles sur lesquelles nous avons calculé les biais d'état de mer, seul l'écart type de la hauteur des vagues estimée sans SVD à 20Hz possède un biais supérieur à 40 cm. Les estimations à 1Hz ou à 20Hz avec la SVD se situent dans la partie de la courbe où l'erreur d'estimation est faible. Ceci montre qu'en ce qui concerne les données JASON, il n'est pas judicieux de faire l'estimation du biais d'état de mer à 20Hz car les simulations montrent que le bruit sur les vagues tend à surestimer (en valeur absolue) la pente de régression. La valeur de la pente sur les données réelles sans SVD est de -5,25% à 20Hz au lieu de - 4,66% à 1Hz soit une différence de 0,6%.

Par contre, la SVD permet de diminuer l'écart type de la hauteur des vagues de 52 cm à 15 cm pour 2 m de vagues (voir **Tableau 5**) et de minimiser l'erreur d'estimation du biais du à ce facteur.

Sur les données réelles, la comparaison des données 1Hz et 20Hz montre que la SVD permet d'estimer un SSB à 20Hz a une valeur proche de la valeur 1Hz (0,11% de biais relatif entre -4,71% à 20Hz avec SVD et -4,66% à 1Hz sans SVD).

Nous avons également calculé les pentes des régressions linéaires  $\hat{\alpha}'$  entre l'époque estimée ( $\hat{\tau}$ ) et la hauteur de vagues simulée (SWH) :

$$\hat{\tau} = \hat{\alpha}' \text{ SWH}$$

La courbe des estimations de  $\hat{\alpha}'$  est représentée en astérisques bleus sur la **Figure 5-6**. En ce qui concerne l'estimation  $\hat{\alpha}'$ , nous constatons que l'erreur d'estimation associée à  $\hat{\alpha}'$  est inférieure à 1% de SWH quelque soit le bruit de mesure. Cela semble montrer que c'est le bruit sur la hauteur des vagues plus que celui sur l'information de distance qui fait surestimer la valeur du SSB.

Ces courbes semblent confirmer que l'estimation du SSB doit donc toujours être faite en fonction des hauteurs de vagues les moins bruitées possible. C'est déjà ce qui est fait par exemple pour calculer les SSB en bandes S ou C. Les estimations de paramètres pour ces bandes de fréquences sont, en effet très bruitées car les PRF associées sont respectivement 450Hz et 300Hz et seulement 25 et 15 échos individuels sont moyennés pour réduire le bruit sur les échos. Pour estimer ces biais les hauteurs de vagues estimées en bandes Ku sont utilisées.

## 5.7. Conclusions

Finalement, cette étude nous permet de conclure trois choses.

Premièrement : le bruit sur la hauteur des vagues utilisée en abscisse de la régression linéaire modifie l'estimation du SSB lorsqu'il est trop fort. En dessous de 40 cm de bruit, l'erreur qu'elle introduit devient négligeable. Cet effet inclus dans le biais instrumental du SSB semble donc négligeable pour expliquer les différences observées entre les différents altimètres.

Deuxièmement : la hauteur des vagues estimée à 1Hz par la méthode actuelle est suffisamment lissée pour que le bruit sur l'abscisse de la régression linéaire ne modifie pas la pente de la régression. Ceci est cohérent avec les travaux de [Labroue 2005] qui montrent également que réduire le bruit sur la hauteur de vagues des mesures à 1Hz provoque une modification du SSB plus sensible pour les faibles hauteurs de vagues que pour les fortes vagues mais que globalement la modification est relativement négligeable. La mesure du SSB effectuée avec les paramètres estimés

après réduction de bruit par SVD n'est donc pas modifiée de façon significative sur les données 1Hz.

Troisièmement : à 20Hz, en revanche, le fait de débruiter les données permet de faire une estimation du SSB équivalente à l'estimation faite à 1Hz ce qui n'est pas envisageable sans SVD car la hauteur de vagues en fonction de laquelle est faite la régression est trop bruitée. Ceci présente un intérêt majeur pour les études très locales effectuées sur un nombre faible de données car la SVD permet d'avoir 20 fois plus de données avec une qualité de mesures 20Hz comparable en terme de bruit aux données 1Hz. On pourrait alors créer une correction de biais d'état de mer haute résolution. Cela signifie que les paramètres estimés à haute résolution grâce à la réduction de bruit par SVD pourront être corrigés du biais d'état de mer au même rythme.

L'étude proposée sur les simulations est un premier pas pour montrer qu'une partie du biais instrumental entre les différentes missions peut provenir du niveau de bruit sur la hauteur des vagues estimées mais que cette différence est très faible lorsqu'on s'intéresse aux données moyennées à 1Hz. Cette étude mériterait d'être approfondie et quantifiée plus précisément notamment en menant l'étude par tranche de hauteur de vagues et en utilisant des données réelles.

## **6. Conclusion**

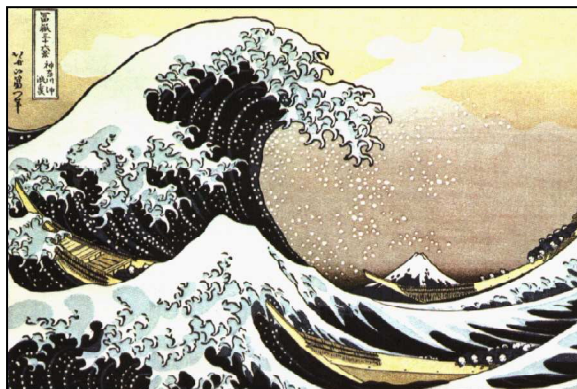
Dans ce chapitre, nous avons montré que la réduction de bruit par SVD permet d'estimer les paramètres altimétriques haute fréquence (20Hz) avec une meilleure précision que sans SVD. L'écart type est réduit d'un facteur 1,2 à 2 par rapport aux estimations classiques de la distance altimétrique et d'un facteur 3,5 pour la hauteur des vagues. L'information sur le coefficient de rétrodiffusion est améliorée de façon négligeable mais elle n'est pas dégradée. Par ailleurs, nous avons vu que le traitement de réduction de bruit appliqué aux échos dépend de la hauteur des vagues au moment de la mesure. Il est d'autant meilleur que la hauteur des vagues est grande.

Nous avons montré que grâce à l'amélioration de la précision sur les données 20Hz, nous pouvons avoir un meilleur échantillonnage des données le long de la trace des satellites. Alors que l'information haute fréquence (supérieures à 2Hz) des paramètres estimés classiquement est considérée comme du bruit blanc, la SVD fait ressortir de l'information utile plus fine échelle. Cela signifie que, en ce qui concerne

la mesure du niveau de la mer, la SVD permet d'observer des phénomènes à des échelles comprises entre 2,4 kilomètres (3 Hz) et 1,2 kilomètre (6 Hz) qui ne sont pas uniquement significatifs du bruit de mesure mais qui portent une information physique. Pour la hauteur des vagues, la SVD permet aussi d'augmenter la résolution des mesures à niveau de bruit constant. Elle permet d'observer des variations significatives de hauteur de vagues entre 3,5 kilomètres (2Hz) et 1,4 kilomètres (5 Hz) au sol qui ne sont plus noyées dans le bruit.

Enfin, le fait que les paramètres estimés avec la SVD soient légèrement différents des estimations sans SVD nous a incité à nous intéresser à la correction de biais d'état de mer, actuellement calculée de façon empirique à partir des paramètres estimées. Nous avons constaté que la SVD ne modifie pas son estimation de façon significative. Nous avons néanmoins mis en évidence une dépendance entre l'estimation du biais et le niveau de bruit sur la hauteur des vagues. Cette observation complétée par une étude basée sur des simulations nous permet de proposer une source possible de la composante instrumentale du biais d'état de mer. Cette partie nous a, par ailleurs, permis de vérifier que la réduction de bruit par SVD permettait de faire des estimations de biais d'état de mer avec les données 20Hz équivalentes à celles effectuées à 1Hz.

Ce chapitre nous a finalement permis de quantifier l'apport de la réduction de bruit par SVD sur les paramètres géophysiques et de conclure que cette méthode permettait, en ce qui concerne la distance altimétrique et la hauteur des vagues, de réduire le bruit sur les mesures à résolution égale ou bien d'améliorer la résolution des mesures à bruit équivalent selon les applications recherchées.



## *Chapitre 5. Conclusions et perspectives*

### *Conclusions*

L'objectif de cette thèse était de proposer une nouvelle approche de l'extraction des paramètres géophysiques en altimétrie radar.

Depuis 15 ans, les paramètres estimés à partir de l'altimétrie radar n'ont cessé d'être améliorés et ont permis de nombreuses études dont l'intérêt scientifique aussi bien que les impacts écologique et économique ne sont plus à prouver.

Aujourd'hui, l'altimétrie arrive à un stade de maturité pour les études de l'océan global et on commence à se tourner vers des applications de plus en plus locales et précises. Des niveaux de précision de 2 cm sur le niveau de la mer sont possibles en global et grâce à de nombreux traitements et lissages des données. Ces traitements ne sont pas toujours pertinents lorsque les zones observées sont très locales et les données moins nombreuses. En effet, les lissages habituellement appliqués sont basés sur des moyennes entre plusieurs valeurs qui réduisent le nombre de données.

Cette thèse est située très en amont de l'utilisation qui est faite par les océanographes des données altimétriques. Elle propose d'améliorer la précision et la résolution des mesures. Pour cela, nous proposons d'améliorer la précision des signaux à partir desquels les paramètres sont estimés. Cette approche est originale car elle considère le problème de précision de la mesure à sa source. La méthode utilisée est efficace mais elle doit être appliquée avec d'autant plus de prudence qu'elle est appliquée en

amont et que ces effets sont propagés sur toute la chaîne de traitement jusqu'aux utilisations océanographiques.

Dans un premier temps, nous avons défini précisément le modèle de l'écho altimétrique tel qu'il est acquis par le radar ainsi que les paramètres qu'on souhaite estimer. Les modèles de bruit sur les échos et le bruit de mesures sur les paramètres estimés sont également présentés et détaillés. Nous proposons aussi une étude sur le lien existant entre ces deux bruits.

Nous avons ensuite présenté la méthode de traitement proposée dans la thèse. Elle consiste à exploiter la statistique du bruit sur les échos en même temps que la cohérence de l'information utile enregistrée par l'altimètre le long de sa trace. La Décomposition en Valeur Singulière utilisée pour décomposer le signal en un sous-espace utile et un sous-espace bruit est présentée et adaptée aux signaux altimétriques. Le point sensible de la décomposition est le choix de la limite choisie pour isoler d'une part l'information considérée comme du bruit et d'autre part la composante utile du signal. Ce choix est basé sur un compromis entre la minimisation de la déformation de l'écho et la maximisation de la réduction de bruit. Dans toute l'étude, nous vérifions que la réduction de bruit se fait de façon à déformer le moins possible l'information. L'étude est appliquée sur des simulations réalistes pour quantifier l'apport de la méthode dans le cas où on sait quel est le « vrai » signal utile. Cette étude permet d'aboutir à un réglage optimal de la méthode adapté à l'utilisation que l'on souhaite faire des échos débruités. Ce réglage est adaptatif en fonction de la hauteur des vagues et permet de mieux débruiter les mesures correspondant à de fortes hauteurs de vagues que celles correspondant à des hauteurs de vagues faibles.

Le réglage optimal développé est ensuite appliqué aux échos altimétriques réels et nous quantifions l'apport de la méthode sur les paramètres estimés en terme de biais et de bruit de mesure. Ainsi, nous réduisons le bruit haute fréquence et nous mettons en évidence une variabilité plus fine échelle que la variabilité à la seconde. L'écart type est réduit d'un facteur 1,2 à 2 par rapport aux estimations classiques de la distance altimétrique à 20Hz et d'un facteur 3,5 pour la hauteur des vagues. L'information sur le coefficient de retrodiffusion est améliorée de façon négligeable mais elle n'est pas dégradée.

Nous avons montré que grâce à l'amélioration de la précision sur les données 20Hz, nous pouvons avoir un meilleur échantillonnage des données le long de la trace des satellites. En ce qui concerne la mesure du niveau de la mer, la SVD permet d'améliorer la résolution avec un pas de 1,2 km le long de la trace avec un niveau de

bruit équivalent à la résolution actuelle qui est de 7 km. En ce qui concerne la hauteur de vagues, la résolution est ramenée à un point significatif tous les 1,4 km.

Enfin, le fait que les paramètres estimés avec la SVD soient légèrement différents des estimations sans SVD nous a incité à nous intéresser à la correction de biais d'état de mer, actuellement calculée de façon empirique à partir des paramètres estimés. Nous avons constaté que la SVD ne modifie pas son estimation de façon significative. Nous avons néanmoins mis en évidence une dépendance entre l'estimation du biais et le niveau de bruit sur la hauteur des vagues. Cette observation complétée par une étude basée sur des simulations nous permet de proposer une source possible de la composante instrumentale du biais d'état de mer. Cette partie nous a, par ailleurs, permis de vérifier que la réduction de bruit par SVD permettait de faire des estimations de biais d'état de mer avec les données 20Hz équivalentes à celles effectuées à 1Hz.

Ce chapitre nous a finalement permis de quantifier l'apport de la réduction de bruit par SVD sur les paramètres géophysiques et de conclure que cette méthode permettait, en ce qui concerne la distance altimétrique et la hauteur des vagues, de réduire le bruit sur les mesures à résolution égale ou bien d'améliorer la résolution des mesures à bruit équivalent selon les applications recherchées.

## *Perspectives*

Les résultats de cette thèse permettent de proposer quelques perspectives d'études pour compléter ce travail dans l'avenir. Nous pouvons envisager des applications directes des données obtenues par la méthode (au niveau des paramètres estimés ou au niveau des échos débruités). Nous pouvons également continuer les études que cette thèse a initiées et qu'il serait intéressant de développer par d'autres approches (notamment l'étude sur le biais instrumental du biais d'état de mer). Enfin, nous avons déjà commencé à envisager des extensions de la méthode à d'autres problématiques par exemple l'amélioration des données au-dessus des zones non océaniques. Nous détaillons nos propos dans les paragraphes suivants.

### **Applications directes : utilisation des nouveaux paramètres haute résolution**

La nature de cette thèse très en amont des applications océanographiques ouvre un large champ d'applications possibles. Grâce à notre méthode, nous mettons à portée de main des océanographes des produits plus précis. Nous avons montré que ces produits permettaient un échantillonnage des mesures le long des traces avec une plus haute résolution. Il serait intéressant de quantifier l'apport d'une telle

amélioration sur les études océanographiques. Notamment, nous pourrions proposer un produit à niveau de bruit égal au bruit 1Hz avec un pas de résolution différent selon les paramètres considéré :

- un produit à 6 Hz, soit une résolution de 1,2 km pour la distance altimétrique.
- un produit à 5 Hz, soit une résolution de 1,4 km pour la hauteur de vagues.
- un produit à 1 Hz, soit une résolution de 7 km pour le coefficient de retrodiffusion.

Avec un tel échantillonnage, la blancheur du bruit sur les paramètres serait assurée (voir les spectres de paramètres donnés dans le Chapitre 4).

De telles mesures permettraient de mieux caractériser des phénomènes très locaux et également d'augmenter le nombre de données avec lesquelles on travaille ce qui présente un intérêt pour augmenter la pertinence de certains calculs statistiques.

### **Applications directes : utilisation des nouveaux échos sans bruit**

Les applications de la réduction de bruit proposée peuvent également se faire au niveau des échos. Puisque les estimations des paramètres se font à partir des échos altimétriques, cette méthode pourrait être un prétraitement utile pour envisager de nouvelles méthodes d'estimations qui nécessitent de travailler sur des échos très peu bruités. Par exemple, les méthodes de détection de maxima par calcul de gradient, nécessitent des échos très peu bruités pour éviter les effets de fausses alarmes dus au bruit de mesure. Nous pouvons citer également la méthode d'estimation de paramètres par décorrélation des échos décrite dans [Rodriguez et Chapman 1989]. Ces méthodes sont à nouveau envisagées dans le cadre d'un projet CNES développé à CLS.

On peut également envisager de s'intéresser grâce à cette méthode à l'information portée par les échos dans d'autres bandes de fréquences. Actuellement, les échos altimétriques sont étudiés sur la bande Ku qui est celle que nous avons considérée ici. Certains altimètres émettent également une impulsion en bande S (ENVISAT) ou C (JASON, TOPEX). Cette double émission permet de corriger la mesure des effets de la ionosphère sur le temps de parcours (voir Chapitre 2 partie 1.4.). Les échos reçus sur ces bandes secondaires ne sont pas exploitables en l'état à cause de leur bruit de mesure. La SVD pourrait permettre d'exploiter leur information actuellement sous exploitée.

### **Prolongation de l'étude de la relation entre le biais instrumental du SSB et le bruit sur les échos**

Enfin, nous aurions aimé poursuivre l'étude de la dépendance entre le biais instrumental du biais d'état de mer et le bruit sur les échos. En effet, il aurait été intéressant de montrer les résultats apporté par la réduction de bruit par SVD sur les autres missions ou dans d'autres bandes de fréquence (C ou S). Une analyse des

comportements par classe de SWH aurait également pu apporter d'autres éléments de compréhension de ce biais. La SVD permet de quantifier l'impact de la réduction de bruit sur les échos lorsque celui-ci est réduit par rapport à la PRF de JASON (2000Hz). D'autres investigations pourraient être proposées en ce qui concerne l'augmentation du bruit sur les échos en simulant d'autre PRF. Cela est rendu possible par la récente disponibilité des échos individuels d'ENVISAT. L'aboutissement de cette étude (que nous avons déjà débutée) permettrait d'explorer les niveaux de bruit plus forts sur les échos en simulant des PRF différentes à partir des données ENVISAT. La méthodologie envisagée est de simuler une PRF deux, trois et quatre fois plus faible en créant des échos moyennés avec 50, 30 et 25 échos individuels au lieu de 100 et de calculer des SSB sur ces données pour voir si cela induit des différences d'estimations.

### **Extension de la méthode à d'autres problématiques**

Enfin, nous avons montré que la méthode présentée donnait de très bons résultats en ce qui concerne les mesures sur océan, les plus nombreuses en altimétrie spatiale. Néanmoins la méthode de réduction de bruit ne présuppose pas d'un modèle a priori pour les échos ce qui présente un grand intérêt pour les études sur d'autres surfaces et en général, dans le cas où l'écho n'est pas modélisable par le modèle de Hayne. Des résultats prometteurs montrent que cette méthode est adaptable à d'autres surfaces à condition de régler les paramètres autrement que sur océan. Dans ce cas, il est plus délicat de trouver le réglage optimal du seuillage car les modèles de bruit et de signal utile sont plus complexes et moins bien connus mais, pris cas par cas, nous montrons qu'un compromis est possible.

Une étude a été menée dans ce sens sur des eaux continentales. La **Figure 6-1 a/** montre les échos tels qu'ils peuvent être enregistrés sur une zone continentale (ici, au dessus du fleuve Amazone voir figure **b/**). Nous voyons que sur ce type de zones, les échos possèdent des formes très irrégulières. La **Figure 6-2** montre 4 échos extraits de cette zone et choisis pour illustrer la diversité des formes qu'ils peuvent prendre (en noir).

Nous montrons que même dans le cas où les échos sont très peu semblables, le choix d'un bon couple de réglage sur la taille des paquets considérés et le nombre de directions conservées permet de réduire le bruit de mesure. Ici nous avons conservé 85% de l'information sur des paquets de 60 échos. Les échos superposés en rouge aux échos bruités montrent que la méthode SVD permet de réduire le bruit de mesure et de lisser les échos sans pour autant déformer l'information physique qu'ils véhiculent.

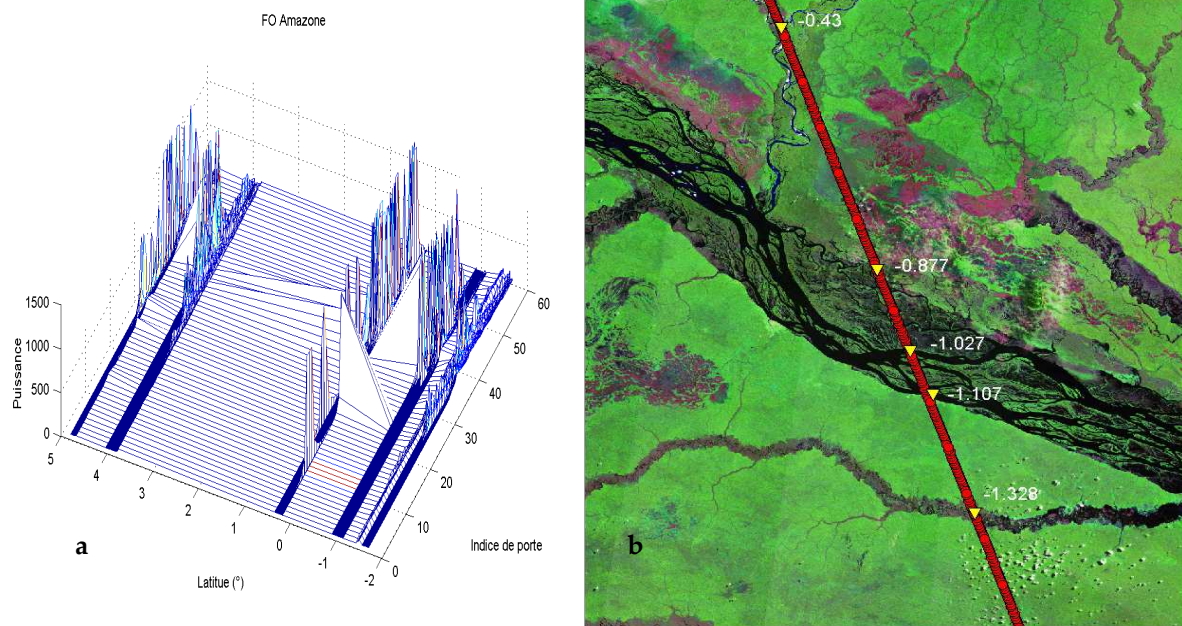


Figure 6-1 a/ Echos ENVISAT acquis au-dessus de l'Amazone entre les latitudes  $-1,5^{\circ}\text{S}$  et  $0,5^{\circ}\text{N}$ . b/ Image satellite superposée avec la trace de TOPEX/POSEIDON (communication personnelle F. Mercier)

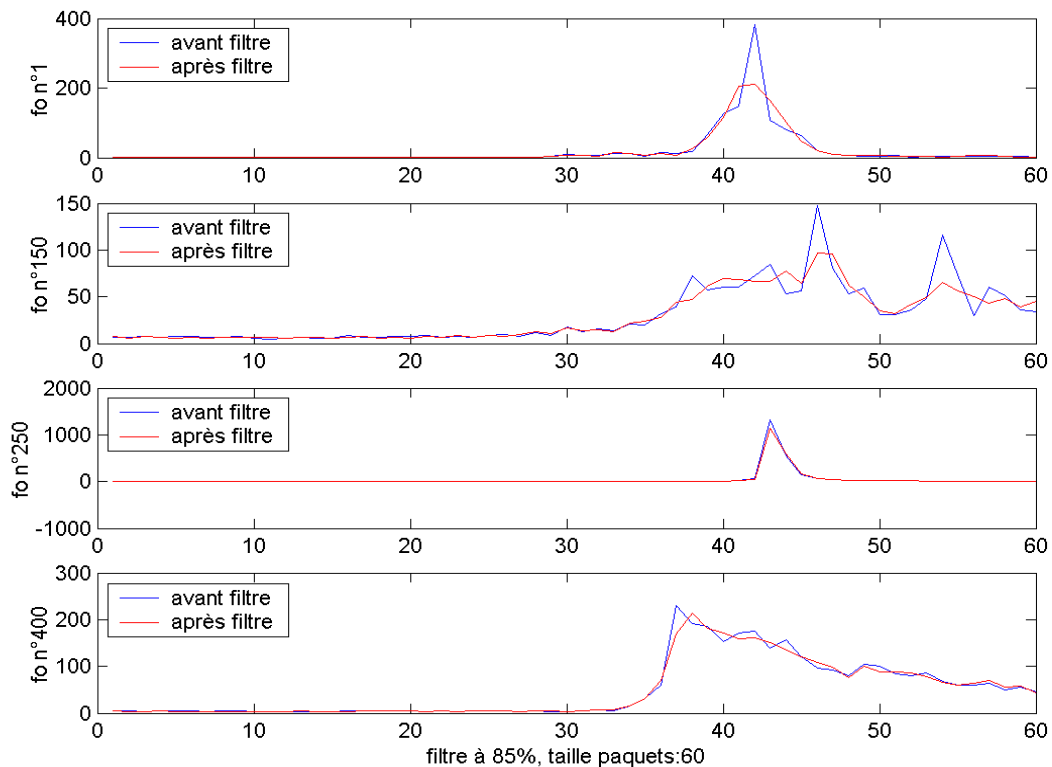
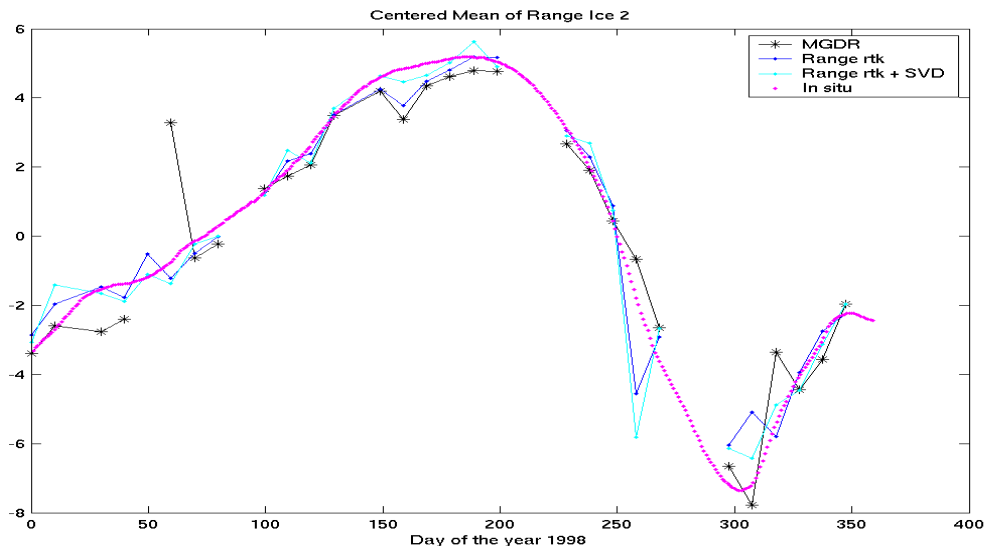


Figure 6-2 Echos ENVISAT acquis au-dessus de l'Amazone entre les latitudes  $-1,5^{\circ}\text{S}$  et  $0,5^{\circ}\text{N}$ . En noir, nous avons représenté les échos 20Hz tels qu'ils sont acquis et en rouge les échos filtrés par SVD.

Ces résultats sont encourageants et nous avons poursuivi l'étude en traitant plusieurs cycle de données de façon à pouvoir tracer des profils de hauteur d'eau sur une zone où des mesures in situ sont présentes. La **Figure 6-3** montre les résultats obtenus en comparant les données TOPEX issues du tracker (produits américains MGDR), les données TOPEX estimées avec le retracking par moindres carrés et les données in situ sur une zone située près de Manaus, près du rio Négro sur la trace 63 de TOPEX POSEIDON. On l'observe sur 35 cycles de la latitude 3.2°S à 3.14°S.



**Figure 6-3 Profil de hauteur d'eau à partir des données in situ (points magenta), produit TOPEX issu du tracker seul (étoiles noires), TOPEX et estimation par moindres carrés avec et sans SVD (points bleus et cyan).**

Cette figure montre une meilleure coïncidence entre les données in situ et les données avec SVD que sans SVD. Notons que ces estimations ont été faites à partir des cinq retrackings opérationnels sur la mission ENVISAT (voir le détail dans [Dumont et al. 2003]). Les résultats montrés ici sont les plus probants des cinq retracking (en terme de cohérence avec les données in situ) et correspondent aux sorties du retracking Ice2 [Legresy 1995]. Avec cette méthode d'estimation, le niveau de bruit sur les données estimées sur les surfaces non océaniques n'est pas la préoccupation principale car l'incertitude sur l'extraction des paramètres reste une plus grosse source d'erreur que l'impact du bruit sur ces mesures ([Frappart 2006]).

Les résultats encourageants présentés ici montrent que cette méthode est adaptable à d'autres surfaces à condition de régler les paramètres autrement que sur océan.

## Références Bibliographiques

### Chapitre 1

Chelton D.B., DeSzoeko R.A., Schlax M.G., El Naggar K. and N. Siwertz, **1998**, "Geographical variability of the first baroclinic Rossby radius of deformation", Journal of Physical Oceanography, N°28, pp. 433-460.

Cazenave A- Kurt Feigl, **1994**, "Formes et mouvements de la Terre, satellites et géodésie", CNRS éditions, Belin.

Fu Lee-L et Cazenave A., **2001**, "Satellite Altimetry and Earth Sciences. A handbook of Techniques and Applications", Ed Academic Press, International Geophysics Series, Vol. 69, San Diego, USA

Geistdoerfer P., **2002**, "Océanographie générale", Bibliothèque de l'Institut Français d'aide à la Formation Professionnelle Maritime.(IFPM), InfoMer.

Minster J-F, **1997**, "Les océans", Flammarion, Collection dominos, 2<sup>ième</sup> édition.

### Chapitre 2

Amarouche L., **2001**, "Contribution à l'Etude du Biais d'Etat de Mer", Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

Amarouche L., **1994**, "Analyse des Logiciels des Altimètres TOPEX et POSEIDON", Rapport de stage de DEA de l'école Sup'Aéro.

Barrick D.E., **1972**, "Remote Sensing of the sea State by Radar", Remote Sensing of the troposphere, V.E. Der, ed., Ch. 12, U.S. Govt. Printing Office, Washington, D. C.

Barrick D.E. and Lipa B.J., **1985**, "Analysis and interpretation of Altimeter sea echo", Adv. Geophys., 27, Chapter 3, pp. 61-100.

Berry P. A. M., Bracke H., Jasper, **1997**, "Retracking ERS-1 Altimeter Waveforms Over Land for Topographic Height Determination: an Expert Systems Approach", 3rd ERS Symposium Florence 97

Bevington , **1969**, *"Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences"* Mc. Graw-Hill Book Company.

Brenner A.C., Koblinski C. J., Zwally H.L., **1993**, *"Postprocessing of satellite altimetry return signal for improved sea surface topography accuracy"*, Journal of Geophysical Research, Vol. 98, C1, pp. 933-944.

Brown G. S., **1977**, *"Average impulse response of a rough Surfaces and its applications"*, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 25

Chelton D. B., **1988**, *"WOCE/NASA Altimeter Algorithm Workshop, US WOCE Technical Report"*, N°2, November.

Chelton D. B., Walsh E. J., MacArthur J. L., **1989**, *"Pulse Compression and sea level tracking in Satellite Altimetry"*, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol. 6, N°3, pp. 407-438

CNES, **1998**, *« Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux »*, Cours de Technologie Spatiale, Charges Utiles, Volume 2. Cepadues Editions.

Dorrer M., **1983**, *"Traitement du signal d'un altimètre"*, Exposé du 01/02/1983 Communication interne au CNES.

Dumont J.P., **1985**, *"Estimation optimale des paramètres altimétriques des signaux radar POSEIDON"*, Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Toulouse.

Dumont J.P. and Zanifé O.Z., **1996**, *"RA-2 retracking comparisons over ocean surface by CLS"*, CLS.OC/NT/95.028, Issue 3.1

Francis C.R., Graf G., Edwards P.G., McCaig, McCarthyC., Levebvre A., Pieper B., Pouvreau P.-Y., Wall R., Welsher F., Louet J., Schumann W., Zobl R., **1995**, *"The ERS-2 Space craft and its Payload"*, ESA Bulletin N°83.

Gaspar P., Ogor F., Le Traon P.Y., and Zanifé O.Z., **1994**, *"Estimating the sea state bias of the TOPEX and POSEIDON altimeters from crossover differences"*, Journal of Geophysical Research, 99, 24,981-24,994.

Gaspar P., and Florens J.P., **1998**, "*Estimation of the Sea State Bias in radar altimeter measurements of sea level: Results from a new nonparametric method*", Journal of Geophysical Research, vol. 103, n° C8

Hayne G. S., **1980**, "*Radar Altimeter Mean return Waveforms from Near Normal Incidence Ocean Surface Scattering*", IEEE Trans. Antennas Propag. AP-28, pp. 687-692.

Hayne G. S. and Hancock D. W., **1990**, "*Correction of the effects of Significant Wave Height and Attitude on Geosat radar measurements*", Journal of Geophysical Research, Vol. 95, C3, pp. 2 837-2 842.

Kay S., **1998**, "*Fundamentals of Statistical Signal Processing – Detection theory*", Vol.II, Prentice-Hall PTR, N.J.

Kerbaol V. et Chapron B., **1999**, "*Analysis of the asymmetric distribution of altimeter return signals*", Rapport Technique, IFREMER.

Legresy B., **1995**, "*Etude du retracking des formes d'ondes altimétriques au dessus des calottes polaires*". CNES report CT/ED/TU/UD/96.188, CNES contract 856/2/95/CNES/0060.

Marth P.C., Jensen J.R., Kilgus C.C., Perschy J.A., MacArthur J.L., Hancock D.W., Hayne G.S., Purdy G. L, Rossi L.C., Koblinsky C.J., **1993**, "*Prelaunch Performance of the NASA Altimeter for the TOPEX/ POSEIDON Project*", IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 31, N°2

Moore R.K. and Williams J., **1957**, "*Radar terrain return at near-vertical incidence*", Proceedinds Institute of Radio Engineers, Vol. 45, N°2, pp. 228-238

Resti A., Benveniste J., Roca M., Levrini G., Johannessen J., **1999**, "*The Envisat Radar Altimeter System (RA-2)*", Bulletin 98 ESA.

Rodriguez E., **1988**, "*Altimetry for Non-Gaussian Oceans : Height Biases and Estimation of Parameters*", Journal of Geophysical Research, Vol. 93, N° C11, pp.14 107- 14 120.

Rodriguez E. and Martin J. M., **1994**, "*Assessment of the TOPEX altimeter performance using waveform retracking*", Journal of Geophysical Research, Vol. 99, N° C12, pp.24 957-24 969.

Ulaby F. T., Moore R. K., Fung A. K., **1982**, *"Measurement and discrimination. Microwave Remote Sensing, Active and Passive"*, Vol.II, D.S. Simonett Ed., Addison-Wesley Publishing company, pp. 457-561.

Walsh E.J., **1982**, *"Pulse-to-pulse correlation in radar altimeters"*, Radio Science, Vol. 17; N°4, pp. 786-800.

Zanife O.Z., Demmou M.C., **1998**, *"Spécification des algorithmes de la chaîne de traitement des données altimétriques RETRACKING"*, Document CLS., CLS/DOS/NT/97.172.

Zanifé O.Z., Vincent P., Amarouche L., Dumont J.P., Thibaut P., Labroue S., **2003**, *"Comparison of the Ku-Band Range Noise Level and the relative Sea-State Bias of the Jason-1, TOPEX, and the Poseidon-1 Radar Altimeter"*, Marine Geodesy, 26, pp. 201-238

Zieger A.R., Hancock D.W., Hayne G.S., Purdy G. L., **1991**, *"NASA Radar Altimeter for the TOPEX/ POSEIDON Project"*, Proceedings of IEEE, Vol. 79, N°6

### *Chapitre 3*

Amarouche L., **1994**, *"Analyse des Logiciels des Altimètres TOPEX et POSEIDON"*, Rapport de stage de DEA de l'école Sup'Aéro.

Armand N., **1998**, *"Définition de l'algorithme de décompression des échos de l'altimètre POSEIDON-2"*, Document CNES Réf. TP2-JALT-NT-704-CNES Edition 1.

Bienvenu G. et Kopp L., **1979**, *"Principe de la goniométrie passive adaptative"*, Septième colloque GRETSI sur le Traitement du signal et ses applications, Nice, pp.106/1-106/5.

Dorrer M., **1983**, *"Information de différents estimateurs du coefficient de retrodiffusion – Application à la quantification du signal altimétrique"*, diffusion CNES

Golub G.H. et Van Loan C.F., **1996**, *"Matrix Computation "*, Third Edition, John Hopkins Ed.

Kerbaol V. et Chapron B., **1999**, *"Analysis of the asymmetric distribution of altimeter return signals"*, Rapport Technique, IFREMER.

Lacoume J.L., **1988**, *"Modèles et traitements de signaux multidimensionnels"*, Traitement du Signal, Vol.5, N°2

Mari J.L., Glangeaud F., Coppens F., **2001**, *“Traitement du signal pour géologues et géophysiciens”*, Ed. Technip, Vol. 2.

Ouamri A., Tressens S., Clergeot H., **1985**, *“Séparation de sources corrélées voisines par les méthodes spectrales à haute résolution”*, Dixième colloque GRETSI sur le Traitement du signal et ses applications, Nice, pp.345-350.

Quartly G.D., Srokosz M.A., McMillan A.C., **2001**, *“Analysing Altimeter Artifacts: statistical properties of ocean waveforms”*, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol. 18, pp. 2 074 - 2 091.

Scharf L. L., **1991**, *“The SVD and reduced rank signal processing”*, Signal Processing 25, pp. 113-133, Elsevier Science Publisher

Tas I. et Latombe C., **1986**, *“Détection multiple par les valeurs propres de la matrice spectrale”*, Traitement du Signal, Vol.3, N°2

Walsh E.J., **1982**, *“Pulse-to-pulse correlation in radar altimeters”*, Radio Science, Vol. 17; N°4, pp. 786-800.

Zanifé O.Z., Vincent P., Amarouche L., Dumont J.P., Thibaut P., Labroue S., **2003**, *“Comparison of the Ku-Band Range Noise Level and the relative Sea-State Bias of the Jason-1, TOPEX, and the Poseidon-1 Radar Altimeter”*, Marine Geodesy, 26, pp. 201-238

## ***Chapitre 4***

Amarouche L., **2001**, « Contribution à l'Etude du Biais d'Etat de Mer », Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

Callahan P., Rodriguez E., **2005**, *“TOPEX Retracking”*, Nasa OSTST review JPL, 8 June.

CalVal, **2002**, *“Long term monitoring of the altimeter data quality”*, Rapports CalVal.

Chelton D. B., Ries J.C., Haines B.J., Fu L.-L., Callahan P.S., **2000** in [Fu Lee-L et Cazenave A., 2001]

Faugère Y., Dorandeu J., Lefevre F., Picot N., Feminias P., **2006**, *“Envisat ocean altimetry performance assessment and cross- calibration”*, SENSORS Special Issue on satellite altimetry: new sensors and new applications (submitted).

Gaspar P., Ogor F., Le Traon P.Y., and Zanifé O.Z., **1994**, "Estimating the sea state bias of the TOPEX and POSEIDON altimeters from crossover differences", *Journal of Geophysical Research*, 99, 24,981-24,994.

Gaspar, P., Labroue, S., Ogor, F., Lafitte, G., Marchal, L., Rafanel, M., **2002**, "Improving nonparametric estimates of the sea state bias in radar altimeter measurements of sea level", *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 19, N°10, pp. 1690-1707

Labroue S., **2005**, "Etudes et actions pour l'expertise altimétrique BC 4500014385 Estimation du Biais d'Etat de Mer", Rapport technique SSALTO 2005, Ref. SALP-RP-MA-EA-21296-CLS.

Tournadre J., **1993**, "Time and space scales of significant wave heights", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, N° C3, pp.4727-4738.

Vandemark D., Tran N., Beckley B. D., Chapron B., Gaspar P., **2002**, "Direct estimation of sea impacts on radar altimeter sea level measurements", *Geophysical Research Letters*, Vol. 29, N°24, 2148.

Zanifé O.Z., Vincent P., Amarouche L., Dumont J.P., Thibaut P., Labroue S., **2003**, "Comparison of the Ku-Band Range Noise Level and the relative Sea-State Bias of the Jason-1, TOPEX, and the Poseidon-1 Radar Altimeter", *Marine Geodesy*, 26, pp. 201-238

Zieger A.R., Hancock D.W., Hayne G.S., Purdy G. L., **1991**, "NASA Radar Altimeter for the TOPEX/ POSEIDON Project", *Proceedings of IEEE*, Vol. 79, N°6

## ***Chapitre 5***

Birkett C.M., **1995**: "The contribution of TOPEX/POSEIDON to the global monitoring of climatically sensitive lakes", *Journal of Geophysical Research -Oceans*, Vol.100, C12, pp.25, 179-25, 204

Dumont J.P., Sicard P., Stum J., Zanifé O.Z., **2003**, "Algorithm definition, accuracy and specification volume 4: CMA altimeter level2 processing", Rapport SSALTO SMM-ST-M2-EA-11005-CN.

Frappart F., **2005**, "Hydrologie spatiale: Développement d'applications pour l'utilisation de la télédétection sur les grands bassins fluviaux", Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse III.

Legresy B., **1995**, "Etude du retracking des formes d'ondes altimétriques au dessus des calottes polaires". CNES report CT/ED/TU/UD/96.188, CNES contract 856/2/95/CNES/0060.

Mercier F., **2001**, « Altimétrie spatiale sur les eaux continentales : apport des missions TOPEX/POSEIDON et ERS-1&2 à l'étude des lacs, mers intérieures et bassins fluviaux », Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse III.

Rodriguez E. and Chapman B., **1989**, "Extracting Ocean Surface Information From Altimeter Returns : The Deconvolution Method", Journal of Geophysical Research, Vol. 94, N° C7, pp.9 761-9 778.

### *Références électroniques sur Internet :*

[ESA @1] <http://envisat.esa.int>

[ESA @2] : <http://earth.esa.int/ers>

[ESA @3] : <http://envisat.esa.int/dataproducts/ra2/>

[ESA @4] : <http://envisat.esa.int/instruments/ra2/descr/tracking.html>

## Annexe : Article accepté pour la conférence PSIP 2005 -Toulouse

### IMPROVING SPECKLE FILTERING WITH SVD TO EXTRACT OCEAN PARAMETERS FROM ALTIMETER RADAR ECHOES

OLLIVIER Annabelle<sup>(1)</sup>, LE BIHAN Nicolas<sup>(2)</sup>, LACOUME Jean-Louis<sup>(2)</sup>, ZANIFE Ouan Zan<sup>(1)</sup>

(1): Collecte Localisation Satellites, 8-10 rue Hermès 31526 RAMONVILLE (France)

Email: [ollivier@cls.fr](mailto:ollivier@cls.fr), [zanife@cls.fr](mailto:zanife@cls.fr)

(2): Laboratoire des Images et des Signaux, ENSIEG, 961 Rue de la Houille Blanche, Domaine Universitaire, BP 46, 38402 SAINT MARTIN D'HERES (France)

Email: [Nicolas.Le-Bihan@lis.inpg.fr](mailto:Nicolas.Le-Bihan@lis.inpg.fr), [Jean-Louis.Lacoume@lis.inpg.fr](mailto:Jean-Louis.Lacoume@lis.inpg.fr)

#### Abstract

A method of noise reduction is developed to improve the results of a mean square fitting of radar altimeter echoes above sea surface. Results are presented for the estimation of sea parameters (sea surface height, wind speed, wave height...) from altimeter radar echoes over oceans. It is shown that the estimation of the parameters is sensitive to noise and that the noise reduction stabilises the convergence of the fitting and enables to extract other parameters than the ones usually estimated. Furthermore, all parameters extracted with this improved mean square fitting present a smaller standard deviation which enables physical analyses of the sea surface with a sampling on the satellite track of 350m instead of the current 7km which can be relevant for some wave breaking zones or near coasts.

#### 1. INTRODUCTION

Spatial altimetry provides global and periodic maps of the sea surface elevation. These measurements are performed using radar altimeters and can be interpreted in terms of ocean circulation and currents all over the Earth. Sea surface elevation is deduced from the travel time of a pulse between the radar and the sea surface, knowing the position of the satellite on its orbit. In addition to the travel time, the shape of the echo after reflection gives information on local sea state (wind speed, wave height...).

This paper deals with the estimation of these parameters. The current estimation method is presented in the first part where the limitation by noise is explained mainly for the estimation of sensitive parameters. Then the method to improve the estimation by reducing the impact of noise is presented. The specificity in our application and the

parameters to be tuned are also précised there. Finally, outputs of the parameters estimation are presented to validate the method on simulated and on real echoes.

#### 2. EXISTING METHOD AND LIMITATION BY NOISE

##### 2.1. Mean square fitting on a mathematical model

Today, the method used to extract the ocean parameters from the altimeter radar echoes is based on a physical model of retrodiffusion on ocean developed by Brown as a function of sea state parameters [1]. The processing of the echoes is derived from the Maximum Likelihood Estimator [2]. It is a mean square fitting between the measured echo and the theoretic model of the echo. Up to now, this technique has allowed the estimation of three parameters: sea surface height (SSH), wind speed and wave height.

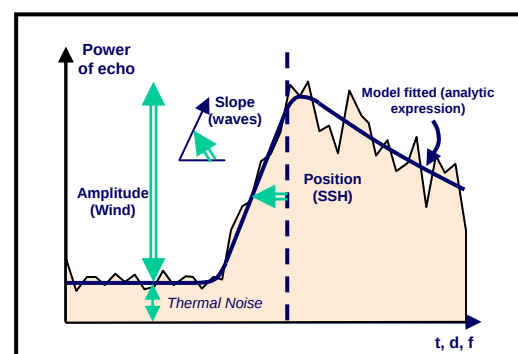


Figure 1 : Parameters to find on each echo (broken line: measured echo, continuous line: model fitted)

Figure 1 shows schematically how the signal depends on the oceanographic parameters. Geophysically, the crest

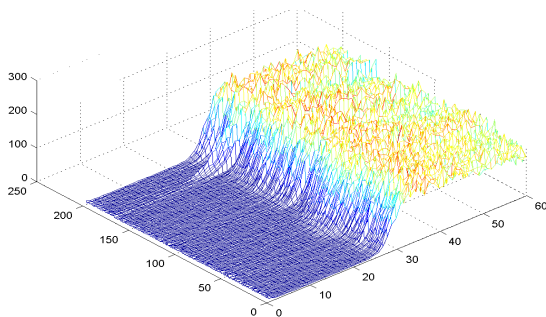
of a wave reflects energy before its through. Therefore, the time needed for the echo to be reflected totally by the whole wave surface is proportional to the wave height. The position of the echo is calculated at the point of mid power, that is when half of the total energy is reflected. The maximum of amplitude of the echo is inversely proportional to the wind speed which scatters the energy and reduces the received magnitude on the radar antenna.

Besides the three parameters presented above, a fourth parameter detailed in the next part can be estimated:

- The skewness (Skew) of the statistical density of the sea height measurement, linked to the asymmetry of the waves (crests are sharper than trough).

## 2.2. Estimating the fourth parameter

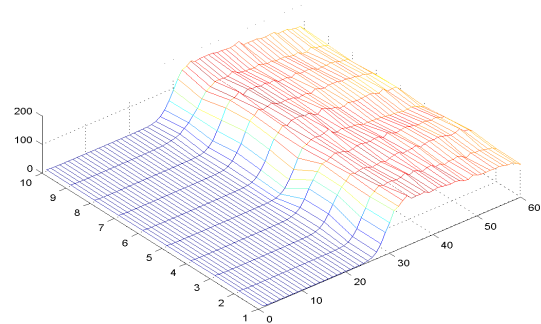
The model used for the fitting is a convolution of two functions (flat surface impulse response and point-target response) with the statistical distribution of the sea height measurement. Currently, this density is supposed to be Gaussian and only the three first parameters can be estimated with this model. In 1980 [3], the model was sharpened and the third order moment (or skewness) was introduced in the distribution of the sea height. It is known that its impact on the analytical model is to change the inflection point of the leading edge and it was shown to be one of the components of the “sea state bias” which is today the strongest error made on the ocean level estimation [4]. Therefore there is a need to estimate it as a fourth parameter. Recent studies [6] have shown that the noise on the echoes induces instabilities in the mean square fitting when the skewness estimation is added to the three other parameters. They also showed that the estimation is possible on the echoes averaged 20 by 20, with a level of noise divided by  $\sqrt{20}$ . The problem with this method is that it loses the variability of the parameters and calculates a value every 7km instead of having a value every 350m which can be relevant for some wave breaking zones or near costs.



**Figure 2: Example of 200 real raw echoes above ocean.**

Figures 2 and 3 show a sequence of 200 real echoes over a distance of 70km. Figure 2 represents the raw echoes

and Figure 3 represents the echoes averaged 20 by 20 on which the estimation of the four parameters is usually done.



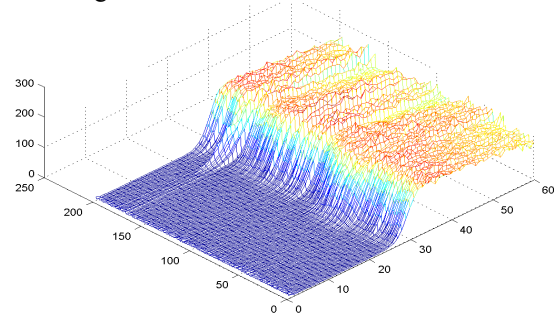
**Figure 3: Same echoes averaged 20 by 20.**

It is seen that this averaging deprives of the dynamic of variability and modifies the echoes. We show in this paper that reducing the noise on the echoes with a SVD allows the estimation of the skewness at the sampling rate of the radar altimeter.

## 3. IMPROVEMENTS ON THE MEAN SQUARE ESTIMATION

### 3.1. Denoising using SVD

The purpose is to enhance the signal to noise ratio without changing the shape properties of the echoes. The skewness is a parameter very sensitive to small fluctuations of the leading edge and it is therefore important not to cancel its variability while denoising. An idea is to consider matrices made of echoes recorded along a satellite track in order to separate the noise impact from the parameters variability impact on the echoes. The measurement matrices considered are noisy versions of a signal weakly distorted by the parameters to be estimated. Therefore, one can expect the subspace containing the signal information to be of a lower rank than the initial matrix. Following L. Scharf [7], the rank reduction by Singular Value Decomposition (SVD) is particularly well adapted to such matrices. Figure 4 represents the same echoes than Figures 2 and 3 after a SVD filtering on 300 echoes.



**Figure 4: Same echoes after SVD filtering.**

It is seen that the filtered echoes have, like the averaged ones, a higher signal to noise ratio than the raw echoes but the sampling remains as high as on the raw echoes whereas it is divided by 20 on the averaged ones.

### 3.2 The rank reduced method

#### 3.2.1 Presentation of the SVD rank reduction method

In the general case, the matrix formed of N measured signals each composed of M samples admits a SVD given by:

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \Delta \mathbf{V} = \sum_{k=1}^P \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad (1)$$

Where:

- $P = \min\{M, N\}$  and  $\mathbf{U}$  and  $\mathbf{V}$  are two orthonormal matrix.
- $\Delta$  is a pseudo diagonal matrix from  $\mathbb{R}^{N \times M}$  constituted of singular values  $\lambda_k$  for  $k \in [1:P]$  and sorted in the decreasing order.

The SVD rank reduction method consists in truncating the sum to consider r elements out of P under the sum. The approximated matrix resulting is defined by:

$$\mathbf{F}_{Filtered} = \sum_{k=1}^r \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad (2)$$

Where  $r < \min(M, N)$ .

This approximation tends to denoise the matrix of echoes and the resulting matrix will now be called the filtered matrix.

#### 3.2.2 Model of the signal to process

In our case, we name  $\mathbf{f}$  each radar echo. It can be modelled as a function of m samples as follow:

$$\mathbf{f}_{mn} = (\mathbf{s}_{mn} + \mathbf{tn}) (1 + \mathbf{sp}_{mn}) \quad (3)$$

Where  $\mathbf{s}$  is the useful signal,  $\mathbf{sp}$  is the speckle noise due to the random repartition of the scattering surfaces of the sea, and  $\mathbf{tn}$  is the thermal noise onboard the satellite [5].

#### 3.2.3 Specificity of this application

The theory of the rank reduction using SVD presented by Sharf [7] was established on signals perturbed by additive Gaussian noise.

In our case, the noise is multiplicative but taking the logarithm of the echoes converts the multiplicative noise into an additive one. The signal processed for the rank reduction is therefore:

$$\ln(\mathbf{f}_{mn}) = \ln(\mathbf{s}_{mn} + \mathbf{tn}) + \ln(1 + \mathbf{sp}_{mn})$$

We note:

$$\mathbf{f}_{mn} = \mathbf{g}(m, \mathbf{a}_n) + \mathbf{b}_{mn} \quad (4)$$

Where  $\mathbf{g}$  is the useful signal, function of the sample m and of the three (or four) parameters  $\mathbf{a}_n$  and  $\mathbf{b}_{mn} = \ln(1 + \mathbf{sp}_{mn})$  is the logarithm of a Gaussian noise centred on 1.

The log of the signals are put in a matrix  $\mathbf{F} = (\mathbf{f}_{mn})_{m=1:M, n=1:N}$

on which the rank reduction filter is applied.

The filtered echoes are then converted back into the linear scale by applying on them an exponential function before being mean square fitted by the model.

The alignment of the signals in a SVD is known to be important and the better the echoes are aligned, the smaller the rank of the signal subspace. In our case, the alignment of the echoes is insured by the tracker of the altimeter echoes onboard the satellite. This tracker is a looped automatic control which centres the signal in a window of analyse with a standard deviation of less than a quarter of sample, that is a maximum variability of three standard deviation equal to less than one sample. We consider that this precision is sufficient if the chosen rank is high enough. A special study could be intended to realign the echoes without changing the other parameters and thereby the physical information. Making the SVD on the realigned echoes would help decrease the signal subspace rank and therefore improve the filtering process.

#### 3.2.4 The choice of sequence length

The criteria that characterise the signal space from the noise space are their statistical properties from one echo to the other. One recurrence of noise is uncorrelated with the others as well as with the signal part. On the other hand, two recurrences of a signal part are highly correlated.

The SVD of the matrix  $\mathbf{F} = (\mathbf{f}_{mn})_{m=1:M, n=1:N}$  comes down to the

diagonalisation of the following term:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^T \mathbf{F} = & \sum_{n=1}^N \mathbf{g}^T(m_1, \mathbf{a}_n) \mathbf{g}(m_2, \mathbf{a}_n) \\ & + \sum_{n=1}^N \mathbf{b}_n(m_1)^T \mathbf{b}_n(m_2) \\ & + \sum_{n=1}^N \mathbf{b}_n(m_1)^T \mathbf{g}(m_1, \mathbf{a}_n) + \mathbf{g}(m_2, \mathbf{a}_n)^T \mathbf{b}_n(m_2) \end{aligned} \quad (5)$$

Following the text above, for a high number of recurrences, the third term of equation (5) gets null and the second one tends to  $P_\beta \mathbf{I}_n$  because the noise follows a Gaussian distribution centred on  $P_\beta$ . Equation (5) can then be written as:

$$\mathbf{F}^T \mathbf{F} = \sum_{n=1}^N \mathbf{g}^T(m_1, \mathbf{a}_n) \mathbf{g}(m_2, \mathbf{a}_n) + P_\beta \mathbf{I}_n \quad (6)$$

In this case, the first term generates the signal subspace whose dimension depends on the variability of the parameters  $\mathbf{a}_n$  throughout the pack of  $N$  echoes. The second term which represents the noise subspace is diagonal.

Therefore, the choice of the sequences length has to be a compromise. The length must be high enough to reduce the noise and small enough to avoid introducing a distortion on the echoes.

Depending on the surface observed the parameters can have different distance of correlation and to be efficient, the processing should be applied without strong a priori on the surface observed. This is possible because a certain variability of the parameters can be accepted on the sequence chosen as far as the rank chosen for the truncation is high enough to restore all the variability. Empirically, a compromise of 300 echoes sequence length was chosen and gives good results with the truncation rank chosen as explained in the next part. Further studies could conclude in a more optimal value.

### 3.2.5 The choice of the truncation rank

The literature shows how hard it is to find an absolute way of choosing the truncation rank [8]. We chose to apply a test on the singular values increment. The rank of the matrices was chosen as the higher subscript for which  $\lambda_{i+1} - \lambda_i$  is smaller than a threshold chosen empirically.

## 4. ESTIMATION OF FOUR PARAMETERS WITH AND WITHOUT FILTER

This part validates the hypothesis that if the ratio truncation rank / sequence length is properly chosen, the noise is reduced and the useful geophysical information is kept. Therefore, comparisons are made on the parameters estimated with the Mean Square fitting on the echoes whether they are considered before or after the SVD filtering. The results of the method are shown, in a first part on simulations and in a second part, for a data set of real echoes.

### 4.1. Simulation

#### 4.1.1. Inputs of the simulation

Echoes are simulated with the analytical model of ocean return [3] with chosen parameters in input. They are noised by a multiplicative Gaussian noise which standard deviation is chosen as  $1/\sqrt{86}$  [5]. We make this choice because the echoes we study result from an onboard sum

of 86 independent individual echoes noised with an exponential rule. The central limit theorem enables us to consider that the noise is Gaussian, around a mean echo with a standard deviation of  $1/\sqrt{86}$ . Figure 5 shows the parameters input in the simulation (12000 echoes). The power ( $P$ ) is constant and equal to 160fft unit. The distance (Dist) is a Gaussian noise of standard deviation 1.5 samples that is 0.67m. The significant wave height (SWH) is one period of a cosine variation around 4m from 2 to 6m and the skewness, (skew) is constant and fixed to -0.2.

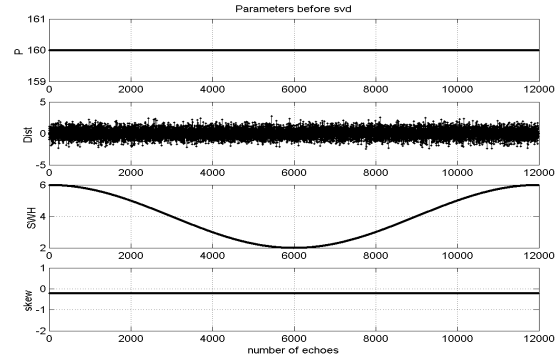


Figure 5: Parameters input in the simulation of echoes

#### 4.1.2. Outputs of the simulation

The mean square estimation of the four parameters is performed on raw echoes (noisy), on averaged echoes (20 by 20) and on SVD filtered echoes. For the SVD tuning, sequences of 300 echoes are chosen. This choice is shown in the next part to be made in order to be consistent with the real case. Tables 1 to 3 gives the bias and standard deviation of the difference “output – input” of the three simulations.

| RAW     | P             | Dist          | SWH          | skew        |
|---------|---------------|---------------|--------------|-------------|
| Biais   | <b>-.010u</b> | <b>0.024m</b> | <b>0.08m</b> | <b>0.04</b> |
| Std dev | <b>3.2u</b>   | <b>0.137m</b> | <b>0.60m</b> | <b>1.12</b> |

Table 1: Difference of estimation on raw simulated echoes

Results in Table 1 show that estimating the parameters on raw echoes enables to conclude on the value of the skewness because the standard deviation around the mean value is much too high compared to the real value.

| AVERAGE | P             | Dist          | SWH          | skew        |
|---------|---------------|---------------|--------------|-------------|
| Biais   | <b>0.004u</b> | <b>0.001m</b> | <b>0.93m</b> | <b>0.1</b>  |
| Std dev | <b>0.64u</b>  | <b>0.16m</b>  | <b>0.29m</b> | <b>0.21</b> |

Table 2: Difference of estimation on averaged simulated echoes

Table 2 show that averaging the echoes 20 by 20 its effects on the estimations are:

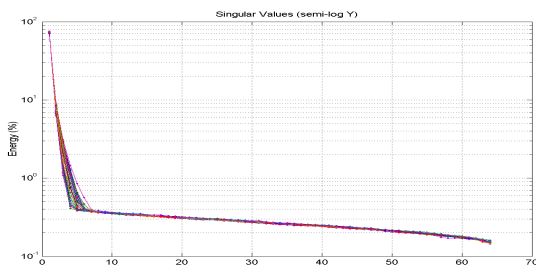
- It reduces the noise on SWH and skew compared to the estimations on raw echoes (Table 1).
- It tends to overestimate significantly SWH and to minimize the skewness.
- The bias on the power (P) is decreased from 0.1 to 0.004. This is, in both case a weak and negligible bias.
- The relatively high standard deviation of the "Averaged results" is due to the way it is calculated and modelled. The distance performed on averaged echoes is compared to the average of the input distance 20 by 20.

| SVD FILTER | P                 | Dist          | SWH          | skew        |
|------------|-------------------|---------------|--------------|-------------|
| Biais      | -<br><b>.088u</b> | <b>0.002m</b> | <b>0.02m</b> | <b>0.02</b> |
| Std dev    | <b>3.0u</b>       | <b>0.078m</b> | <b>0.23m</b> | <b>0.37</b> |

**Table 3: Difference of estimation on SVD filtered simulated echoes taken by pack of 300 echoes**

The result issue from the filtered echoes out of a sequence of 300 echoes (Table 3) are now compared to the results issue from the averaged ones (Table 2):

- The noise on Distance, SWH and skewness are of the same order as the results issue from averaged echoes and therefore smaller than the estimations on raw echoes.
- It introduces much smaller biases on SWH and on skweness estimations.
- A bias of 0.88/160 is also introduced on the estimation of the power. This is a week and negligible bias

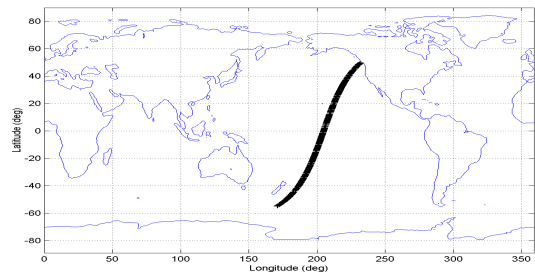


**Figure 6 Repartition of the 64 singular values for the simulated echoes subdivided by 300 echoes sequences.**

Figure 6 shows the repartition of the 64 singular values for the simulated echoes set. Forty repartitions are superposed. Each of them corresponds to a sequence of filtered echoes. The elbow changes of position from one sequence to the other and the rank of the signal part is chosen between 3 and 7 following the mean SWH.

#### 4.2. Results on real data

We now present the impact of filtering on the estimation of parameters on real echoes recorded by POSEIDON on a pass of data over Pacific Ocean and plotted Figure 7.



**Figure 7: Track of POSEIDON n°19, cycle 361, used for the study (22470 echoes).**

The reference is a set of parameters estimated on real echoes with and without averaging 20 by 20. For each parameter, mean and standard deviation every 20 samples are calculated. This is performed and compared on:

- Raw echoes
- Averaged echoes
- SVD denoised echoes

The latest are filtered by packets of 300 echoes (or 15 seconds of data that is a distance on the ground of 105km).

| RAW     | P            | Dist          | SWH         | skew         |
|---------|--------------|---------------|-------------|--------------|
| Mean    | <b>166,8</b> | <b>-0.338</b> | <b>2.87</b> | <b>-0.39</b> |
| Std dev | <b>17,5</b>  | <b>0.15</b>   | <b>0.56</b> | <b>7.64</b>  |

**Table 4 Mean and standard deviation of the 4 parameters estimated on raw echoes**

| AVG     | P            | Dist          | SWH          | skew         |
|---------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| Mean    | <b>166.4</b> | <b>-0.369</b> | <b>2.64</b>  | <b>-0.23</b> |
| Std dev | <b>2.08</b>  | <b>0.08</b>   | <b>0.207</b> | <b>0.39</b>  |

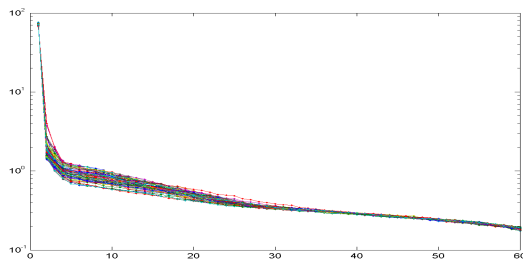
**Table 5 Mean and standard deviation of the 4 parameters estimated on echoes averaged (20 by 20)**

| SVD FILTER | P            | Dist          | SWH         | skew         |
|------------|--------------|---------------|-------------|--------------|
| Mean       | <b>165.5</b> | <b>-0.366</b> | <b>2.56</b> | <b>-0.27</b> |
| Std dev    | <b>17.53</b> | <b>0.10</b>   | <b>0.25</b> | <b>0.67</b>  |

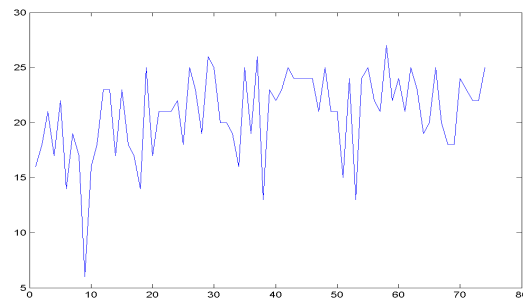
**Table 6 Mean and standard deviation of the 4 parameters estimated on filtered echoes**

Like in the simulation example, we see that the estimation of the significant wave height is smoother (noise of 25cm instead of 56cm). The skewness is also smoother and the standard deviation of the estimation on filtered echoes makes the statistics significant.

In the real case also the problem of truncation rank is posed. Figure 8 shows the repartition of the 64 singular values for the simulated echoes set. 72 repartitions are superposed. Each of them corresponds to a sequence of filtered echoes.

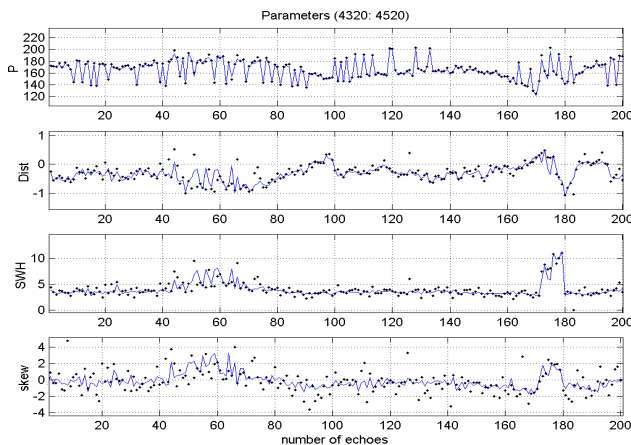


**Figure 8** Repartition of the 64 singular values for the real echoes subdivided by sequences of 300 echoes.



**Figure 9** Level of rank truncation for the real echoes subdivided by sequences of 300 echoes.

Two elbows can be seen on these real data (against one on simulated data) the rank of the signal part is chosen between 15 and 25 following the sequence considered as shown Figure 9.



**Figure 10** Validation on real data of the 4 parameters estimation without (dot) and with SVD filter (line).

Figure 10 shows the four parameters estimated before and after SVD filtering on 300 echoes for the echoes represented Figures 2 and 4 and with the truncation rank showed Figure 9.

We can see a good coherence between the parameters before and after filtering. After filtering the parameters are smoother but the dynamic is kept.

## 5. CONCLUSION

The method presented reduces significantly the noise on the measured echoes. Providing a good compromise between the noise reduction and the variability of the parameters, we show that this method enables to estimate the altimetric parameters with a sampling along the satellite track of 350m instead of the current 7km. This can be relevant for some wave breaking zones or near coasts.

## 6. REFERENCES

- [1] Brown G.S.: "The average response of a rough surface and its applications", IEEE Trans. Antennas and Propag., Vol. 25, 1977.
- [2] Dumont J.P., "Estimation Optimale des parametres altimetriques des signaux radar POSEIDON", PhD Thesis, INPT, 1985.
- [3] Hayne G. S: "Radar altimeter return waveforms from near normal incidence ocean surface scattering", IEEE Trans. Antennas and Propag., Vol. 28, n°5, pp. 687-692, 1980.
- [4] Amarouche L.: "Contribution à l'étude du biais d'état de mer", PhD Thesis, CNES, 2001.
- [5] Ulaby FT, Moore RK and Fung AK, "Measurement and discrimination. Microwave remote sensing, active and passive". Vol. II, DS Simonett Ed., Addison-Wesley Publishingcompany, 457-561, 1982.
- [6] Zanifé OZ, Vincent P., Thibaut P., Amarouche L.: "Estimation of the skewness coefficient in Jason-1 Altimeter Data", Proceedings IGARSS 2004.
- [7] Scharf L.L: "The SVD and reduced rank signal processing" Signal proc., Vol. 25, n°2, pp. 113-133, Elsevier, 1991.
- [8] Akaike H. A new look at the statistical model identification IEEE trans. Autom. Control Vol. 19 p 716,723, 1974.
- [9] Mari JL, Glangeaud F, Coppens F.: "Traitement du Signal pour géologues et géophysiciens", Techniques de base 2 Ed. Technip, 2001.

# Index

## A

|                 |        |
|-----------------|--------|
| <i>AltiKa</i>   | p. 20  |
| <i>Altitude</i> | p. 29  |
| <i>Amazonie</i> | p. 172 |

## B

|                                |                      |
|--------------------------------|----------------------|
| <i>Bandes Ku, C, S</i>         | p. 31, 163, 171      |
| <i>Biais d'état de mer</i>     | p. 31, 152, 158, 171 |
| <i>Biais Electromagnétique</i> | p. 153               |
| <i>Biais Instrumental</i>      | p. 153               |
| <i>Biais Skewness</i>          | p. 153               |
| <i>Bruit thermique</i>         | p. 45                |

## C

|                                                            |                                              |
|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <i>CAG : Consigne automatique de Gain</i>                  | p. 36, 41, 43, 50, 83, 85, 89, 124, 153, 156 |
| <i>Circulation permanente</i>                              | p. 15                                        |
| <i>CLS : Collecte Localisation Satellites</i>              | p. 4, 190, 192                               |
| <i>CNRS : Centre National de le Recherche Scientifique</i> | p. 4                                         |
| <i>CNES : Centre National des Etudes Spatiales</i>         | p. 4                                         |
| <i>Compression d'impulsion</i>                             | p. 33                                        |
| <i>Covariance / Variance</i>                               | p. 56, 104, 122, 126, 132, 146               |
| <i>Cycle</i>                                               | p. 18                                        |

## D

|                                             |                    |
|---------------------------------------------|--------------------|
| <i>dB (échos en décibels)</i>               | p. 67              |
| <i>Décorrélation du bruit</i>               | p. 49, 74, 95, 129 |
| <i>Dépointage</i>                           | p. 39              |
| <i>Distance altimétrique</i>                | p. 29              |
| <i>Doppler (effet)</i>                      | p. 29              |
| <i>DSP : Densité spectrale de Puissance</i> | p. 127             |

## E

|                                            |                                |
|--------------------------------------------|--------------------------------|
| <i>Ecarts types</i>                        | p. 56, 104, 122, 126, 132, 146 |
| <i>Echantillonnage temporel et spatial</i> | p. 18, 35                      |
| <i>Echos Individuels</i>                   | p. 47, 75, 172                 |
| <i>Effet stérique</i>                      | p. 15                          |
| <i>ENVISAT</i>                             | p. 19, 51, 71, 87, 100, 157    |
| <i>Epoque</i>                              | p. 39, 52, 124, 148            |
| <i>ERS</i>                                 | p. 19, 51, 71, 87, 100, 157    |
| <i>ESA : European Spatial Agency</i>       | p. 4                           |

**F**

|                             |                |
|-----------------------------|----------------|
| <i>Facettes spéculaires</i> | p. 41, 46, 153 |
| <i>Fréquence de coupure</i> | p. 128         |
| <i>Full deramp</i>          | p. 33          |

**G**

|                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| <i>Gain de compression</i>    | p. 34                       |
| <i>Géoïde</i>                 | p. 14, 15, 28, 158          |
| <i>GFO : Geosat Follow on</i> | p. 19, 51, 71, 87, 100, 157 |
| <i>GMES</i>                   | p. 20                       |
| <i>GODAE</i>                  | p. 20                       |

**I**

|                                                                               |                |
|-------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <i>IFREMER : Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la MER</i> | p. 4           |
| <i>Individual Echos</i>                                                       | p. 47, 75, 172 |
| <i>IRIT : Institut de Recherche en Informatique de Toulouse</i>               |                |

**J**

|              |                             |
|--------------|-----------------------------|
| <i>JASON</i> | p. 19, 51, 71, 87, 100, 157 |
|--------------|-----------------------------|

**L**

|                                                    |                |
|----------------------------------------------------|----------------|
| <i>LIS : Laboratoire des Images et des Signaux</i> | p. 4, 190, 192 |
|----------------------------------------------------|----------------|

**M**

|                                          |                             |
|------------------------------------------|-----------------------------|
| <i>Marées</i>                            | p. 16, 31                   |
| <i>Mercator</i>                          | p. 20                       |
| <i>Mission tandem</i>                    | p. 156                      |
| <i>Missions altimétriques</i>            | p. 19, 51, 71, 87, 100, 157 |
| <i>Missions futures</i>                  | p. 20                       |
| <i>MLE :Maximum Likelihood Estimator</i> | p. 52                       |
| <i>MQE : Erreur Quadratique Moyenne</i>  | p. 92, 120                  |
| <i>MSS : Mean Sea Surface</i>            | p. 14, 28                   |

**N**

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| <i>Niveau de la mer</i> | p. 14 |
|-------------------------|-------|

**O**

|                   |                |
|-------------------|----------------|
| <i>Ondelettes</i> | p. 86          |
| <i>Orbites</i>    | p. 18, 29, 124 |

**P**

|                                               |                                              |
|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <i>Points de croisements</i>                  | p. 154                                       |
| <i>Poursuite distance / puissance</i>         | p. 36, 41, 43, 50, 83, 85, 89, 124, 153, 156 |
| <i>Points DFT : Discret Fourier Transform</i> | p. 73                                        |
| <i>PRF : Pulse Repetition Frequency</i>       | p. 50, 69, 121, 155, 163, 171                |
| <i>Puissance (paramètre)</i>                  | p. 39, 124, 136                              |

**R**

*Rang d'une matrice* p. 72

*Réponse impulsionnelle du Radar* p. 34, 41

*Retracking* p. 52

**S**

*Seuil de troncature* p. 89

*Skewness (asymétrie)* p. 39, 183

*SLA : Sea Level Anomaly* p. 14

*Speckle* p. 45, 54

*Spectre* p. 127

*SSB : Sea State Bias* p. 31, 152, 158, 171

*SSH : Sea Surface Height* p. 29, 124, 138, 158

*Stationnarité* p. 63, 73

*SVD : Singular Value Decomposition* p. 77

*SWH : Significant Wave Height* p. 39, 44, 122, 129

**T**

*Tâche au sol* p. 38

*TOPEX/POSEIDON* p. 19, 51, 71, 87, 100, 157

*Topographie dynamique* p. 14, 28

*Tracker* p. 36, 41, 43, 50, 83, 85, 89, 124, 153, 156

*Tri de données* p. 114

*Troncature de rang* p. 77

**V**

*Valeur singulière* p. 78, 82, 118

*Variance / Covariance* p. 56, 104, 122, 126, 132, 146

**W**

*WSOA : Wide Swath Ocean Altimeter* p. 20

## **Abstract**

Radar altimeter echoes have a significant shape related to the surface that reflects them. In spatial oceanography, the processing of this shape enables to estimate the sea surface height, wind speed and significant wave height.

We propose here to reduce the noise level on the parameters estimated by taking advantage of the spatial correlation of data along the satellite tracks. This noise reduction is applied on the echoes themselves before the estimation of the parameters thanks to a multidimensional approach. Packets of echoes are considered in order to build matrices of measures instead of considering each measure independently. The main advantage of this method is to create different subspaces which enable to isolate the useful signal from the noise. Echoes rebuilt from the useful signal have a much lower noise although their geophysical information is conserved. A special attention is given to the optimal choice of the dimension of the signal subspace. It is found with an empirical method on realist simulations and validated on real data from several altimeters.

Geophysical parameters are then estimated from the noise reduced echoes. Their precision is enhanced as high frequency noise is reduced. This enables to follow higher frequency variability along the satellite track. This participates to the new orientation of altimetry heading towards local studies.

## **Key Words**

Radar Altimetry, SVD, Noise Réduction, Waveforms, Estimation, Retracking, Speckle, Oceanography, Significant Wave Height, Sea Level, Sea State Bias.

### **Laboratoire des Images et des Signaux**

Domaine Universitaire  
961 rue de Houille Blanche - BP 46  
38402 SAINT MARTIN d'HERES Cedex  
FRANCE

### **Collecte Localisation Satellites**

Parc Technologique du Canal  
8-10 rue Hermès  
31520 RAMONVILLE Cedex  
FRANCE



## Résumé

Les radars altimètres embarqués à bord de satellites à plus de 800 km d'altitude permettent d'étudier des variations du niveau de la mer de l'ordre du centimètre ! Ils permettent aussi d'estimer la hauteur des vagues et la vitesse du vent le long des traces des satellites. Ces paramètres sont estimés à partir des échos radar qui possèdent une forme caractéristique de la surface sur laquelle ils se réfléchissent. La précision, la résolution et la qualité d'estimation de ces paramètres (hauteur de mer, hauteur des vagues, vitesse du vent...) sont des préoccupations permanentes pour l'exploitation et l'interprétation des mesures altimétriques.

Nous proposons dans cette thèse de réduire le niveau de bruit des mesures avant l'étape d'estimation c'est-à-dire sur les échos altimétriques. Pour cela, nous exploitons leur corrélation spatiale en travaillant sur des matrices formées d'échos consécutifs. Cette approche matricielle constitue une nouveauté dans le traitement du signal altimétrique. Son principal atout est de définir des sous-espaces vectoriels permettant de séparer l'information utile du bruit qui altère le signal. Elle permet de définir des échos très peu bruités sans perdre l'information géophysique et avec une résolution maximale. Nous établissons un traitement optimal au sens des moindres carrés s'appuyant sur des simulations et appliqué sur les données réelles de plusieurs altimètres.

Grâce aux échos débruités obtenus, les paramètres géophysiques sont extraits avec une précision accrue. En réduisant le bruit haute fréquence, nous mettons en évidence une variabilité spatiale plus fine échelle, jusqu'à présent noyée dans le bruit de mesure. Cette méthode simple et efficace permet d'affiner la précision et la résolution des hauteurs de mer et des vagues estimées le long des traces des satellites.

En affinant la précision et la résolution des mesures le long des traces, on participe à la nouvelle orientation opérationnelle de l'altimétrie, tournée vers des utilisateurs et vers des études de plus en plus locales.

## Mots clés

Altimétrie radar, SVD, Réduction de bruit, Formes d'ondes, Estimation, Retracking, Speckle, Océanographie, Hauteur de vagues, Hauteur de mer, Biais d'Etat de Mer.

## Laboratoire des Images et des Signaux

Domaine Universitaire

961 rue de Houille Blanche - BP 46

38402 SAINT MARTIN d'HERES Cedex

## Collecte Localisation Satellites

Parc Technologique du Canal

8-10 rue Hermès

31520 RAMONVILLE Cedex