

**UNIVERSITE TOULOUSE III - PAUL SABATIER**

**THESE**

présentée par

**Fabien LEFEVRE**

Ingénieur de  
l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE TOULOUSE III**

Discipline : Océanographie

Titre :

**Modélisation des marées océaniques  
à l'échelle globale :  
assimilation de données in situ et altimétriques**

---

Directeur de thèse :

M. Christian LE PROVOST

Date de soutenance : 22 septembre 2000

---

JURY

MM.	R. ROSSET	Président
	M. CREPON O. FRANCIS	Rapporteurs
	C. LE PROVOST F. LYARD P. GASPAR E. BARTHELEMY	Examineurs



## Remerciements

---

Les travaux présentés dans cette thèse ne sont pas le fruit d'un unique auteur mais d'une collaboration active entre le LEGOS (Laboratoire d'Etudes en Géophysique et Océanographie Spatiales de l'Observatoire) et CLS (Collecte Localisation Satellite), avec l'aide du SHOM (Service Hydrographique et Océanographique de la Marine).

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Christian Le Provost (LEGOS, Toulouse) qui m'a transmis un vif intérêt pour le travail scientifique sur les marées océaniques. Depuis 5 années déjà son soutien fut sans faille et son contact, la source d'un enrichissement constant. Ce travail n'aurait pu se dérouler dans les meilleures conditions sans l'aide précieuse et nécessaire de Florent Lyard (LEGOS, Toulouse) qui m'a fait partager son savoir et son enthousiasme.

Robert Rosset (LA, Toulouse) est vivement remercié pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Mes remerciements vont également à Michel Crépon (LODYC, Paris) et à Olivier Francis (IST, Luxembourg) qui ont accepté d'être les rapporteurs de mon jury. Leurs commentaires m'ont permis de finaliser ce manuscrit. Je remercie cordialement Eric Barthélémy (LEGI, Toulouse) d'avoir accepté d'être un des membres du jury. Enfin, je n'oublierai pas Philippe Gaspar (CLS, Ramonville Saint-Agne) qui fut aussi un des membres de mon jury, et qui maintenant m'intègre au sein de son équipe de la Division Océanographie Spatiale de CLS.

C'est au LEGI et plus particulièrement dans l'équipe du MEOM que j'ai fait mes premiers pas dans le domaine de la modélisation. Que les Grenoblois soient ici remerciés. Puis le LEGOS m'a accueilli pour continuer mon travail. Que les Toulousains reçoivent mes sincères remerciements. La collaboration avec CLS m'a permis de mettre un pied dans le monde de l'entreprise pour ensuite le rejoindre. Que les Ramonvillois acceptent mes plus vifs remerciements. N'oublions pas non plus les Bretons de l'IFRTP, de l'INSU/DT de Brest et de l'EPSHOM, les Parisiens de l'IDRIS et les expatriés dans les TAAF.

Je remercie plus nominativement Pierre-Yves Le Traon, Joël Dorandeu, Ejo Schrama, Pierre Bahurel, Frédérique Ponchaut, Philippe Téchiné, Martine Ména, Nadine Lacroux, Sylvie d'Alessio, Monique Gasc, Richard Coleman et tous les thésards du LEGOS.

Mes parents et mes frérots savent toute l'importance de leur présence à mes côtés durant mes joyeuses années...d'études. Grands mercis à ma petite famille.

Enfin, Véro, je te suis reconnaissant pour tes conseils, ton soutien, pour tout, quoi !



## **Modélisation des marées océaniques à l'échelle globale : assimilation de données in situ et altimétriques**

---

Les marées océaniques représentent plus de 80% de la variabilité de la surface libre en plein océan. Les variations du niveau de la mer et des courants qu'elles engendrent le long des côtes sont complexes. La modélisation des marées en zone pélagique et en zone côtière s'avère donc primordiale pour accroître notre connaissance du phénomène. Un modèle hydrodynamique original initialement formulé pour l'étude des marées littorales puis étendu au plein océan, a été adapté à la résolution des ondes de marées à l'échelle globale [Le Provost *et al.*, 1994]. Les équations elliptiques spectrales de ce modèle quasi linéarisé sont résolues pour les principales ondes de marée par une méthode éléments finis permettant de moduler la précision du maillage suivant les caractéristiques du milieu. Dans le cadre de la mission satellitale TOPEX/Poséidon et de la future mission Jason, la précision demandée pour la détermination des marées en plein océan est de l'ordre du centimètre. Dans cette thèse, une méthode d'assimilation de données d'observations permettant de compenser les imprécisions du modèle hydrodynamique [Lyard, 1999] a été mise en œuvre. Deux solutions ont été produites : FES98 (assimilation de données in situ) et FES99 (assimilation de données in situ et altimétriques) dont la précision est effectivement centimétrique et considérablement améliorée près des côtes. L'étude d'un modèle local sur les Mers de Chine a permis de déterminer une stratégie afin d'améliorer le modèle global dans les zones littorales d'intérêts. S'appuyant sur un nouveau maillage haute résolution, une version purement hydrodynamique a été produite : FES2000. De cette solution, une étude du bilan énergétique des marées océaniques a été réalisée, permettant de quantifier l'apport des forces génératrices luni-solaires et les puits de dissipation par le frottement de fond et les ondes internes.

*Mots clés :* Marées, Marées océaniques, Modélisation, Eléments finis, Assimilation, Bilan énergétique, Altimétrie, Marégraphe

## **Global oceanic tides modelling : in situ and altimetric data assimilation**

---

Ocean tides contribute to more than 80% of the sea surface variability in the deep ocean. Along the world coastlines, the sea level variability and the associated currents are complex. Tide modelling in deep ocean and shallow water is of prime necessity to extend our knowledge of tides. An hydrodynamic model, formulated to study shallow water tides and extended to deep ocean, was adapted to solve tide wave equations at the global scale [*Le Provost et al.*, 1994]. The main components of the tidal spectrum are solved with the spectral elliptic equations of this quasi linearized model by applying a finite element method. The calculations are made upon a variable grid mesh adapted to solve the better local dynamics. In the context of the TOPEX/Poseidon satellite mission and the future Jason mission, the accuracy needed in the deep ocean is about 1 centimetre. In this thesis, a data assimilation method which compensates the hydrodynamic model inaccuracies [*Lyard*, 1999] is developed. Two solutions are produced : FES98 (in situ data assimilation) and FES99 (tide gauge and altimetric data assimilation). Their precision is actually about centimetre and is mainly improved in coastal regions. Thanks to a local study in the China Seas a strategy was developed to improve the global model in the coastal areas of interest. By using a new high-resolution mesh, a purely hydrodynamic solution was computed : FES2000. A new tidal energy budget was calculated with this solution to quantify the rate of work of the luni-solar potential and the sink of energy by bottom friction and internal waves.

*Keywords :*     *Tides, Ocean tides, Modelisation, Finite element, Assimilation, Tidal energy budget, Altimetry, Tide gauge*

---

## Sommaire

---

<b>CHAPITRE 1 INTRODUCTION : POURQUOI MODÉLISER LA MARÉE OCÉANIQUE À L'ÉCHELLE GLOBALE ? .....</b>	<b>1-20</b>
--	-------------

### Partie I : Généralités sur les marées

---

<b>CHAPITRE 2 HISTORIQUE SUR LES MARÉES OCÉANQUES .....</b>	<b>2-28</b>
2.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	2-28
2.2 HISTORIQUE .....	2-28
2.2.1 <i>L'Antiquité</i> .....	2-28
2.2.2 <i>La période obscure</i> .....	2-29
2.2.3 <i>La révolution newtonienne</i> .....	2-30
2.2.4 <i>La théorie dynamique</i> .....	2-31
2.2.5 <i>L'analyse harmonique</i> .....	2-31
2.2.6 <i>Les améliorations de la prédiction de marée</i> .....	2-32
2.2.7 <i>Les modèles numériques et l'altimétrie jusqu'en 1997</i> .....	2-32
<b>CHAPITRE 3 ORIGINE DES MARÉES OCÉANQUES .....</b>	<b>3-34</b>
3.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	3-34
3.2 DÉFINITIONS .....	3-34
3.2.1 <i>La marée océanique d'origine astronomique et les autres marées</i> .....	3-34
3.2.2 <i>Quelques termes courants</i> .....	3-35
3.3 LA FORCE GÉNÉRATRICE DES MARÉES .....	3-36
3.3.1 <i>Expression de la force génératrice</i> .....	3-36
3.3.2 <i>Calcul de la force génératrice</i> .....	3-37
3.3.2.1 <i>L'attraction universelle</i> .....	3-37
3.3.2.2 <i>Le cas particulier des marées</i> .....	3-38
3.3.2.3 <i>Direction et module</i> .....	3-40
3.3.2.4 <i>Expression angulaire</i> .....	3-42
3.3.2.5 <i>Cas du système à trois corps Terre – Lune - Soleil</i> .....	3-43
3.3.3 <i>Périodicité de la génération des marées</i> .....	3-44
3.3.3.1 <i>Astre perturbateur dans le plan équatorial</i> .....	3-44
3.3.3.2 <i>Astre perturbateur en dehors du plan équatorial</i> .....	3-44
<b>CHAPITRE 4 LE POTENTIEL GÉNÉRATEUR DES MARÉES.....</b>	<b>4-46</b>
4.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	4-46
4.2 EXPRESSION DU POTENTIEL.....	4-46
4.2.1 <i>Définition du potentiel d'une force</i> .....	4-46
4.2.2 <i>Calcul du potentiel</i> .....	4-47
4.2.2.1 <i>Expression générale du potentiel</i> .....	4-47
4.2.2.2 <i>Décomposition du potentiel en polynômes de Legendre</i> .....	4-48
4.2.2.3 <i>Valeur du potentiel générateur</i> .....	4-49
4.2.3 <i>La marée d'équilibre</i> .....	4-50
4.3 VARIATION DU POTENTIEL EN FONCTION DU TEMPS.....	4-50
4.3.1 <i>Coordonnées horaires des astres perturbateurs</i> .....	4-51
4.3.2 <i>Interprétation du potentiel en coordonnées horaires</i> .....	4-51
4.4 LE POTENTIEL DANS LE SYSTÈME TERRE-LUNE-SOLEIL.....	4-52
4.4.1 <i>Caractéristiques astronomiques</i> .....	4-52
4.4.2 <i>Positions des astres</i> .....	4-55
4.5 DÉVELOPPEMENT DU POTENTIEL .....	4-56

4.5.1	<i>Le développement de Darwin</i> .....	4-56
4.5.2	<i>Le développement de Doodson</i> .....	4-57
4.5.2.1	La décomposition du potentiel.....	4-57
4.5.2.2	Les composantes principales du développement.....	4-58
4.5.2.3	Interprétation des composantes.....	4-61
4.5.3	<i>Le développement de Cartwright et Tayler</i> .....	4-63
4.5.4	<i>Le développement de Hartmann et Wenzel</i> .....	4-64
<b>CHAPITRE 5 LES ÉQUATIONS GÉNÉRALES DE LA MARÉE .....</b>		<b>5-66</b>
5.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	5-66
5.2	RÉPONSE DE L'OCÉAN À L'EXCITATION DU POTENTIEL GÉNÉRATEUR .....	5-66
5.2.1	<i>Equations des ondes longues</i> .....	5-66
5.2.1.1	Equations de Navier-Stokes.....	5-66
5.2.1.2	Hypothèse des ondes longues .....	5-67
5.2.2	<i>Equations linéarisées de la marée</i> .....	5-69
5.2.3	<i>Equations des marées littorales</i> .....	5-69
5.3	INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT.....	5-70
5.3.1	<i>Expression du niveau de la surface océanique due au potentiel</i> .....	5-70
5.3.2	<i>Expression des vitesses dues au potentiel</i> .....	5-72
5.3.3	<i>Introduction du coefficient de frottement</i> .....	5-72
5.3.4	<i>Décomposition du coefficient de frottement</i> .....	5-72
5.4	ONDES DE MARÉES NON ASTRONOMIQUES .....	5-73
5.4.1	<i>Ondes non linéaires</i> .....	5-73
5.4.2	<i>Ondes météorologiques</i> .....	5-74
<b>CHAPITRE 6 LE MODÈLE HYDRODYNAMIQUE ÉLÉMENTS FINIS DE MARÉES .....</b>		<b>6-76</b>
6.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	6-76
6.2	LA MARÉE DANS LE MODÈLE .....	6-76
6.2.1	<i>Définitions</i> .....	6-76
6.2.2	<i>Marées terrestres astronomiques</i> .....	6-77
6.2.3	<i>Perturbations dues aux marées terrestres</i> .....	6-77
6.2.4	<i>Effets de charges et d'auto-attraction</i> .....	6-77
6.2.5	<i>Potentiel générateur total</i> .....	6-78
6.3	EQUATIONS DU MODÈLE HYDRODYNAMIQUE .....	6-79
6.3.1	<i>Equations du modèle</i> .....	6-79
6.3.2	<i>Système hydrodynamique</i> .....	6-83
6.3.3	<i>Expression du système</i> .....	6-83
6.4	RÉSOLUTION PAR LES ÉLÉMENTS FINIS.....	6-84
6.4.1	<i>Principe</i> .....	6-84
6.4.2	<i>Discrétisation</i> .....	6-85
6.4.2.1	Maillage du domaine.....	6-85
6.4.2.2	Ressources informatiques.....	6-86
6.5	BILAN .....	6-87

## Partie II : Observations de la marée

<b>CHAPITRE 7 MESURES MARÉGRAPHIQUES.....</b>	<b>7-90</b>
7.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	7-90
7.2 MESURES MARÉGRAPHIQUES .....	7-90
7.2.1 Appareils marégraphiques.....	7-90
7.2.2 Extraction des composantes de la marée.....	7-91
7.3 BASES DE DONNÉES MARÉGRAPHIQUES .....	7-92
7.3.1 Sélection des bases.....	7-92
7.3.2 Base de données WOCE .....	7-92
7.3.3 Base de données IAPSO.....	7-93
7.3.4 Base de données BHI.....	7-94
7.3.5 Commentaires .....	7-95
7.4 BASE PÉLAGIQUE DE RÉFÉRENCE : ST95.....	7-95
7.5 BASE CÔTIÈRE DE RÉFÉRENCE : ST727 .....	7-97
7.5.1 Les besoins.....	7-97
7.5.2 Sélection des côtes.....	7-97
7.5.3 Construction de la base .....	7-98
7.5.3.1 Cohérence spatiale .....	7-99
7.5.3.2 Comparaison aux modèles globaux CSR3.0 et FES94.1 .....	7-99
7.5.3.3 Sélection des données.....	7-100
7.5.4 Caractéristiques de la base ST727 .....	7-100
7.5.4.1 Décomposition harmonique.....	7-100
7.5.4.2 Marées semi-diurnes et diurnes le long des côtes.....	7-101
7.5.5 Remarques sur ST727.....	7-102
7.5.5.1 Disparité spatiale.....	7-102
7.5.5.2 Disparité dans l'analyse.....	7-103
7.6 COMMENTAIRES .....	7-104
7.6.1 Différences entre plein océan et petits fonds.....	7-104
7.6.2 Qualité des bases de comparaisons.....	7-104
7.7 EXEMPLE D'UN RÉSEAU D'OBSERVATIONS : ROSAME .....	7-104
7.7.1 Les nouveaux réseaux marégraphiques .....	7-104
7.7.2 Thématique scientifique .....	7-105
7.7.3 Antériorité de ce Service.....	7-107
7.7.4 Exploitation scientifique de ces données.....	7-108
7.7.4.1 Etude des marées océaniques.....	7-108
7.7.4.2 Validation des observations satellitaires.....	7-109
7.7.4.3 Monitoring du courant circumpolaire antarctique.....	7-110
7.7.4.4 Observation des variations séculaires du niveau de la mer .....	7-112
7.7.5 Moyens de mesures mis en œuvre.....	7-113
7.7.5.1 Le réseau .....	7-113
7.7.5.2 Stations marégraphiques côtières.....	7-113
7.7.5.3 Stations marégraphiques pélagiques .....	7-115
7.7.6 Mesures des stations marégraphiques de ROSAME.....	7-117
7.7.6.1 Traitement des données .....	7-117
7.7.6.2 Spectre de marée à Kerguelen .....	7-118
7.7.6.3 Reconstruction du signal de marée : la prédiction.....	7-120
7.7.6.4 Spectre de marée pour les marégraphes côtiers de ROSAME .....	7-121
<b>CHAPITRE 8 MESURES ALTIMÉTRIQUES .....</b>	<b>8-124</b>
8.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	8-124
8.2 PRINCIPES DE LA MESURE ALTIMÉTRIQUE .....	8-124
8.2.1.1 La marée déduite de l'altimétrie .....	8-124
8.2.1.2 La mesure du niveau des océans .....	8-125
8.3 LE SATELLITE TOPEX/POSÉIDON .....	8-126

## Introduction

---

8.3.1	<i>Caractéristiques</i> .....	8-126
8.3.2	<i>Corrections du signal altimétrique</i> .....	8-127
8.3.2.1	Corrections appliquées au signal.....	8-127
8.3.2.2	Corrections géophysiques.....	8-128
8.4	PROBLÈME DE L' ALIASING .....	8-129
8.4.1	<i>Définition</i> .....	8-129
8.4.2	<i>Aliasing des données altimétriques</i> .....	8-130
8.4.3	<i>Séparation des ondes</i> .....	8-131
8.4.4	<i>Analyse aux points de croisement</i> .....	8-132
8.5	COMPARAISON AVEC LES MARÉGRAPHES.....	8-135

## Partie III : Modélisation de la marée

<b>CHAPITRE 9 L'ASSIMILATION DE DONNÉES DANS LE MODÈLE</b>	
<b>HYDRODYNAMIQUE.....</b>	
	<b>9-138</b>
9.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE ..... 9-138
9.2	GÉNÉRALITÉS SUR L'ASSIMILATION DE DONNÉES ..... 9-138
9.2.1	<i>Schéma général de l'assimilation</i> ..... 9-138
9.2.2	<i>Historique</i> ..... 9-139
9.2.3	<i>Sources d'erreurs</i> ..... 9-140
9.3	MISE EN PLACE THÉORIQUE DE L'ASSIMILATION ..... 9-140
9.3.1	<i>Equations du modèle</i> ..... 9-140
9.3.2	<i>Estimation des erreurs</i> ..... 9-141
9.3.2.1	Rappels mathématiques..... 9-141
9.3.2.2	Rappels statistiques..... 9-141
9.3.2.3	Erreurs sur les données..... 9-143
9.3.2.4	Erreurs sur le modèle..... 9-143
9.3.3	<i>Fonctions coûts</i> ..... 9-144
9.3.3.1	Fonction coût pour les observations..... 9-144
9.3.3.2	Fonction coût pour le modèle ..... 9-145
9.3.3.3	Fonction coût pour les deux sources d'informations..... 9-145
9.3.4	<i>La technique des représentants</i> ..... 9-146
<b>CHAPITRE 10 UN MODÈLE INDÉPENDANT DE LA MESURE ALTIMÉTRIQUE :</b>	
<b>FES98.....</b>	
	<b>10-150</b>
10.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE ..... 10-150
10.2	CALCUL DES SOLUTIONS HYDRODYNAMIQUES LIBRES ..... 10-150
10.2.1	<i>Division du maillage</i> ..... 10-150
10.2.2	<i>Résolution numérique</i> ..... 10-153
10.2.3	<i>La résolution par blocs</i> ..... 10-154
10.2.3.1	Principe ..... 10-154
10.2.3.2	Système par blocs..... 10-154
10.2.3.3	Solution a priori : système contraint ..... 10-155
10.2.3.4	Système libre ..... 10-155
10.2.3.5	Système de perturbation ..... 10-156
10.2.3.6	Réduction des matrices d'inversion ..... 10-157
10.2.3.7	Calcul..... 10-158
10.2.4	<i>Outils de comparaison</i> ..... 10-159
10.2.5	<i>Calcul des solutions forcées et libres</i> ..... 10-159
10.2.5.1	Conditions aux limites..... 10-159
10.2.5.2	Mode de calcul..... 10-160
10.2.5.3	Bathymétrie ..... 10-160
10.2.5.4	Effets de charges et d'auto-attraction ..... 10-160
10.2.5.5	Coefficients de frottement ..... 10-161
10.3	ASSIMILATION DE DONNÉES MARÉGRAPHIQUES ..... 10-163
10.3.1	<i>Intérêts de l'assimilation</i> ..... 10-163
10.3.2	<i>Schéma de l'assimilation</i> ..... 10-164
10.3.3	<i>Données marégraphiques assimilées</i> ..... 10-164
10.3.3.1	Sélection des banques de données marégraphiques..... 10-164
10.3.3.2	Procédure d'assimilation ..... 10-168
10.4	QUALITÉ DES SOLUTIONS ..... 10-170
10.4.1.1	Comparaisons aux données marégraphiques pélagiques ..... 10-170
10.4.1.2	Comparaisons aux données côtières..... 10-171
10.4.1.3	Comparaisons à l'altimétrie..... 10-172
10.5	EXTENSION DU SPECTRE DE MARÉE ..... 10-173
10.5.1	<i>Décomposition du spectre</i> ..... 10-173

10.5.2	<i>Ondes secondaires</i> .....	10-174
10.5.2.1	Méthode d'admittance.....	10-174
10.5.2.2	L'approche par admittance.....	10-174
10.5.2.3	Rappels sur la marée d'équilibre.....	10-175
10.5.2.4	Fonctions splines.....	10-176
10.5.2.5	Calcul des ondes secondaires.....	10-176
10.5.3	<i>Ondes longues périodes</i> .....	10-177
10.6	BILAN SUR FES98.....	10-177
<b>CHAPITRE 11 FES99 : UN MODÈLE GLOBAL ISSU DE LA MARÉGRAPHIE ET DE L'ALTIMÉTRIE.....</b>		<b>11-180</b>
11.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE.....	11-180
11.2	INTERPRÉTATION DE L'ASSIMILATION.....	11-180
11.2.1	<i>Rappels</i> .....	11-180
11.2.2	<i>Aspects géométriques des représentants</i> .....	11-181
11.2.2.1	Représenteur en zone côtière.....	11-182
11.2.2.2	Représenteur en zone pélagique.....	11-183
11.2.2.3	Représenteur en zone insulaire.....	11-184
11.2.3	<i>Commentaires sur les représentants</i> .....	11-186
11.3	DONNÉES ASSIMILÉES.....	11-187
11.3.1	<i>Données marégraphiques</i> .....	11-187
11.3.2	<i>Données altimétriques</i> .....	11-188
11.3.2.1	Origine des données.....	11-188
11.3.2.2	Correction du baromètre inverse.....	11-190
11.3.2.3	Filtrage le long des traces.....	11-190
11.3.2.4	Génération des données harmoniques altimétriques.....	11-191
11.3.2.5	Sélection des données altimétriques à assimiler.....	11-191
11.3.3	<i>Sélection des pondérations pour l'assimilation</i> .....	11-193
11.3.3.1	Erreurs sur les données.....	11-193
11.3.3.2	Erreurs sur le modèle.....	11-194
11.4	CALCUL DES SOLUTIONS.....	11-195
11.4.1	<i>Ondes principales</i> .....	11-195
11.4.1.1	Comparaisons aux données marégraphiques pélagiques.....	11-198
11.4.1.2	Comparaisons aux données côtières.....	11-199
11.4.1.3	Comparaisons à l'altimétrie.....	11-200
11.4.2	<i>Ondes secondaires</i> .....	11-200
11.4.3	<i>Code de prédiction</i> .....	11-201
11.5	BILAN SUR FES99.....	11-205
<b>CHAPITRE 12 AMÉLIORATIONS DU MODÈLE HYDRODYNAMIQUE GLOBAL EN ZONE LITTORALE.....</b>		<b>12-206</b>
12.1	PRÉSENTATION DU CHAPITRE.....	12-206
12.2	CHOIX DE LA ZONE D'ÉTUDE.....	12-207
12.2.1	<i>Introduction</i> .....	12-207
12.2.2	<i>Description de la zone</i> .....	12-208
12.2.3	<i>Choix d'une base de données marégraphiques pour les comparaisons</i> .....	12-209
12.3	ÉTUDE DE SENSIBILITÉ.....	12-211
12.3.1	<i>Choix de la zone d'étude</i> .....	12-211
12.3.2	<i>Mode de calcul</i> .....	12-212
12.3.3	<i>Test sur la résolution du maillage</i> .....	12-212
12.3.4	<i>Test sur la bathymétrie et les autres champs de forçage</i> .....	12-215
12.3.5	<i>Réglage du coefficient de frottement</i> .....	12-216
12.4	CALCUL DE 11 ONDES DE MARÉES.....	12-218
12.4.1	<i>Décomposition harmonique du spectre de marée</i> .....	12-218
12.4.2	<i>Représentation des ondes</i> .....	12-219
12.4.3	<i>Qualité des ondes calculées</i> .....	12-220
12.5	ÉNERGIE DE MARÉE.....	12-222
12.5.1	<i>Vitesses barotropiques</i> .....	12-222
12.5.2	<i>Budget énergétique de la marée</i> .....	12-223
12.5.3	<i>Sensibilité des champs de vitesses</i> .....	12-224
12.6	APPORTS DE L'ÉTUDE LOCALE.....	12-225

## Partie IV : Bilan énergétique et perspectives

<b>CHAPITRE 13 UN MODÈLE GLOBAL DE HAUTE PRÉCISION : FES2000 .....</b>	<b>13-230</b>
13.1 PRÉSENTATION DU CHAPITRE .....	13-230
13.2 UNE NOUVELLE BATHYMÉTRIE.....	13-230
13.2.1 Travaux mis en œuvre.....	13-230
13.2.2 Choix des bases de données.....	13-231
13.2.3 Bathymétries mondiales.....	13-231
13.2.4 ETOPO5 .....	13-232
13.2.5 DBDB5 .....	13-232
13.2.6 Smith&Sandwell.....	13-232
13.2.7 Base de données de côtes digitalisées.....	13-233
13.2.8 Base de données d'isobathes.....	13-234
13.2.9 Autres bases de données .....	13-234
13.3 ALGORITHME DE CALCUL.....	13-235
13.3.1 Objectifs de l'algorithme .....	13-235
13.3.2 Interpolation par éléments finis .....	13-235
13.3.3 Exemple : calcul d'une bathymétrie sur un domaine de 5°x5° .....	13-236
13.4 CRÉATION DES MAILLAGES ÉLÉMENTS FINIS .....	13-241
13.4.1 Choix d'une stratégie de construction .....	13-241
13.4.1.1 Définition de la stratégie des sous domaines .....	13-241
13.4.1.2 Choix des sous domaines.....	13-242
13.4.2 Critères sur les éléments triangulaires des maillages .....	13-242
13.4.2.1 Choix des éléments triangulaires .....	13-242
13.4.2.2 Précision le long des côtes.....	13-243
13.4.2.3 Critère sur la longueur d'onde .....	13-243
13.4.2.4 Critère sur le gradient topographique.....	13-243
13.4.2.5 Choix du critère .....	13-243
13.4.3 Algorithme de calcul des maillages éléments finis .....	13-244
13.4.3.1 Algorithme de calcul .....	13-244
13.4.3.2 Logiciel de génération des maillages .....	13-244
13.4.4 Caractéristiques des maillages .....	13-244
13.5 CALCUL DES NOUVELLES SOLUTIONS LIBRES .....	13-248
13.5.1 Ressources informatiques .....	13-248
13.5.2 Itération sur les deux ondes principales $M_2$ et $K_1$ .....	13-248
13.5.3 Calcul des solutions libres.....	13-252
13.6 BILAN ÉNERGÉTIQUE .....	13-255
13.6.1 Intérêt du bilan énergétique des marées.....	13-255
13.6.2 Equations de l'énergie dans le modèle hydrodynamique éléments finis .....	13-255
13.6.2.1 Energie de marée .....	13-255
13.6.2.2 Dissipation de la marée .....	13-257
13.6.3 Bilan énergétique des solutions libres.....	13-258
13.7 BILAN SUR FES2000 .....	13-263
<b>CHAPITRE 14 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>14-264</b>
<b>CHAPITRE 15 BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>15-270</b>



## Table des illustrations

Figure 1 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 1997 par rapport à une base de données de 95 marégraphes pélagiques.....	1-23
Figure 2 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 1997 par rapport à une base de données de 739 marégraphes côtiers.....	1-23
Figure 3 : Courbe de marée .....	3-36
Figure 4 : Direction des forces gravitationnelles par les interactions Terre/astre .....	3-40
Figure 5 : Construction géométrique de la force génératrice de marée .....	3-41
Figure 6 : Expression angulaire de la force génératrice des marées.....	3-42
Figure 7 : Surface prise par un océan global due à la force génératrice des marées d'un astre unique.....	3-43
Figure 8 : Force génératrice de marée dans le cas où l'axe perturbateur est dans le plan équatorial.....	3-44
Figure 9 : Force génératrice de marée dans le cas où l'axe perturbateur est en dehors du plan équatorial.....	3-45
Figure 10 : Coordonnées horaires d'un astre perturbateur.....	4-51
Figure 11 : Caractéristiques des mouvements de la Terre, la Lune et le Soleil.....	4-54
Figure 12 : Élément triangulaire Lagrange P2.....	6-85
Figure 13 : Base de données marégraphiques WOCE.....	7-93
Figure 14 : Base de données marégraphiques IAPSO.....	7-94
Figure 15 : Base de données marégraphiques BHI .....	7-95
Figure 16 : Décomposition harmonique du spectre de marée pour la base de données ST95.....	7-96
Figure 17 : Répartition spatiale de la base de données ST95.....	7-97
Figure 18 : Sélection des côtes de l'océan mondial .....	7-98
Figure 19 : Répartition spatiale de la base de données ST727.....	7-100
Figure 20 : Décomposition harmonique du spectre de marée pour la base de données ST727.....	7-101
Figure 21 : Amplitude $M_2$ pour les 26 côtes sélectionnées et leurs marégraphes associés .....	7-102
Figure 22 : Amplitude $K_1$ pour les 26 côtes sélectionnées et leurs marégraphes associés .....	7-102
Figure 23 : Nombre de marégraphes BHI par 1000 km de côtes .....	7-103
Figure 24 : Nombre de composantes fournies par l'analyse des marégraphes de ST727 .....	7-103
Figure 25 : Localisation des stations du réseau ROSAME sur carte bathymétrique des fonds océaniques (en mètres).....	7-107
Figure 26 : Diagramme matérialisant les périodes sur lesquelles les variations du niveau de la mer ont été acquises (AMS, CRO et KER : stations de plateau ; CRO-ARGOS, DDU-ARGOS, KER-ARGOS et SPA-ARGOS :stations côtières ; mise à jour mai 2000) .....	7-108
Figure 27 : Traces T/P sur Kerguelen et marégraphe de ROSAME.....	7-110
Figure 28 : Réseau Antarctique de marégraphes de surveillance du Courant Circumpolaire Antarctique (France en rouge, Angleterre en vert, Japon en bleu, Australie en jaune).....	7-111
Figure 29 : Capteur de pression hors de son puits marégraphique (Kerguelen, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98) .....	7-114
Figure 30 : Centrale CLS-ARGOS d'acquisition et de transmission des données marégraphiques (Kerguelen, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98) .....	7-114
Figure 31 : Antenne Argos et puits marégraphique en contrebas (Crozet, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98) .....	7-114
Figure 32 : Principe des mesures des stations du réseau ROSAME.....	7-115
Figure 33 : Marégraphe pélagique de Amsterdam sur sa cage avec largueurs et lest sans flottabilité avant mise à l'eau (photo de Nicolas Metzl, campagne OISO4-Nivmer99) .....	7-116
Figure 34 : Récupération du mouillage pélagique de Amsterdam (photo de Nicolas Metzl, campagne OISO4-Nivmer99) .....	7-116
Figure 35 : Mesures du marégraphe KER-Argos durant le mois de mai 2000 .....	7-118
Figure 36 : Spectre de marée calculé à Kerguelen (amplitude en cm) .....	7-119
Figure 37 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes semi-diurnes .....	7-119
Figure 38 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes diurnes.....	7-120
Figure 39 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes longues périodes .....	7-120
Figure 40 : Comparaison de la prédiction et la mesure avec le marégraphe KER-Argos.....	7-121
Figure 41 : Principe de mesure de la hauteur de mer par altimétrie satellitaire (CNES) .....	8-126
Figure 42 : Traces T/P sur la surface océanique (cycle 126) .....	8-127

Figure 43 : Le phénomène d'aliasing.....	8-130
Figure 44 : Répartition des mesures de T/P aux points de croisement (données AVISO du cycle 126).....	8-133
Figure 45 : Maillage global pour le calcul des solutions FES94.1, FES95.2 et FES98.....	10-152
Figure 46 : Différences entre les anciens effets de charges et d'auto-attraction basés sur les solutions de marées de Schwiderski et ceux basés sur CSR3.0.....	10-161
Figure 47 : Localisation des données marégraphiques assimilées.....	10-167
Figure 48 : Répartition des zones de marégraphes pour l'attribution des confiances.....	10-169
Figure 49 : Importance des ondes dans la décomposition harmonique du spectre de marée pour ST95.....	10-173
Figure 50 : Amplitude normalisée du représentant associé à la station de Port Tudy.....	11-182
Figure 51 : Phase du représentant associé à la station de Port Tudy.....	11-183
Figure 52 : Amplitude normalisée du représentant associé à la station IAPSO 1.4.32.....	11-184
Figure 53 : Phase du représentant associé à la station IAPSO 1.4.32.....	11-184
Figure 54 : Amplitude normalisée du représentant associé à la station de Saint Paul.....	11-185
Figure 55 : Phase du représentant associé à la station de Saint Paul.....	11-185
Figure 56 : Fenêtre de filtrage des ondes internes dans l'analyse altimétrique des points de croisement.....	11-190
Figure 57 : Points de croisement sélectionnés comme base de travail.....	11-191
Figure 58 : Sélection des points de croisement à assimiler.....	11-192
Figure 59 : Répartition géographique de l'ensemble des points assimilés pour l'onde $M_2$ .....	11-193
Figure 60 : Amplitude de $M_2$ (cm) pour FES99.....	11-196
Figure 61 : Phase de $M_2$ (degrés) pour FES99.....	11-197
Figure 62 : Amplitude de $K_1$ (cm) pour FES99.....	11-197
Figure 63 : Phase de $K_1$ (degrés) pour FES99.....	11-198
Figure 64 : Ecart type entre les résidus calculés avec FES99 et FES95.2.....	11-203
Figure 65 : Ecart type entre les résidus calculés avec FES99 et FES98.....	11-204
Figure 66 : Carte de la zone d'étude et marégraphes utilisés dans les comparaisons.....	12-208
Figure 67 : Bathymétrie de la zone d'étude (profondeurs en mètres).....	12-209
Figure 68 : Maillage global sur la zone YS-ECS.....	12-213
Figure 69 : Maillage raffiné sur la zone YS-ECS.....	12-214
Figure 70 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $M_2$ en fonction du coefficient de frottement.....	12-217
Figure 71 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $K_1$ en fonction du coefficient de frottement.....	12-217
Figure 72 : Décomposition harmonique du spectre de marée de la base de données in situ.....	12-218
Figure 73 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour $M_2$ .....	12-219
Figure 74 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour $K_1$ .....	12-219
Figure 75 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour $M_4$ .....	12-220
Figure 76 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour $MS_4$ .....	12-220
Figure 77 : Ellipses des vitesses pour $M_2$ .....	12-222
Figure 78 : Ellipses des vitesses pour $K_1$ .....	12-223
Figure 79 : Découpage en 35 zones pour le calcul de la nouvelle bathymétrie.....	13-236
Figure 80 : Points de sondes côtiers.....	13-237
Figure 81 : Points de sondes côtiers, des isobathes et des bases de données personnelles.....	13-237
Figure 82 : Détermination du contour de la zone pour l'interpolation ultérieure.....	13-238
Figure 83 : Ensemble des points de sondes utilisés pour l'interpolation.....	13-238
Figure 84 : Maillage des points de sondes pour l'interpolation.....	13-239
Figure 85 : Nouvelle bathymétrie interpolée (profondeurs et altitudes en mètres).....	13-240
Figure 86 : Caractéristiques des maillages.....	13-245
Figure 87 : Nouveau maillage éléments finis global.....	13-247
Figure 88 : Processus itératif simplifié du code CEFMO.....	13-249
Figure 89 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $M_2$ par rapport à ST95 en fonction du nombre d'itérations.....	13-250
Figure 90 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $K_1$ par rapport à ST95 en fonction du nombre d'itérations.....	13-251
Figure 91 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $M_2$ par rapport à la base Topex en fonction du nombre d'itérations.....	13-251
Figure 92 : RMS (en cm) des solutions calculées pour $K_1$ par rapport à la base Topex en fonction du nombre d'itérations.....	13-251
Figure 93 : Comparaison complexe pour $M_2$ de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm).....	13-253

Figure 94 : Différence en amplitude pour $M_2$ de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm) .....	13-253
Figure 95 : Différence en amplitude pour $K_1$ de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm) .....	13-254
Figure 96 : Coefficient de frottement $R$ .....	13-261
Figure 97 : Coefficient de frottement $R'$ .....	13-261
Figure 98 : Coefficient de frottement linéaire calculé par <i>Church et al.</i> ....	13-262
Figure 99 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 2000 par rapport à une base de données de 95 marégraphes pélagiques.....	14-266
Figure 100 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 2000 par rapport à une base de données de 739 marégraphes côtiers.....	14-267



## Table des tableaux

Tableau 1 : Caractéristiques des modèles globaux de marées en 1997 .....	1-22
Tableau 2 : Caractéristiques de la Lune et du Soleil par rapport à la Terre .....	3-39
Tableau 3 : Valeurs des angles fondamentaux des mouvements de la Lune et du Soleil .....	4-55
Tableau 4 : Périodes des angles fondamentaux .....	4-56
Tableau 5 : Principales composantes extraites du développement de Doodson (calculs de l'auteur) ....	4-60
Tableau 6 : Principales composantes non linéaires .....	5-74
Tableau 7 : Principales composantes météorologiques .....	5-75
Tableau 8 : Expressions des coefficients de frottements quasi linéarisés .....	6-81
Tableau 9 : Composantes de la marée à l'île de Crozet.....	7-122
Tableau 10 : Composantes de la marée à Kerguelen.....	7-122
Tableau 11 : Composantes de la marée à l'île de St Paul.....	7-122
Tableau 12 : Composantes de la marée à Dumont d'Urville .....	7-122
Tableau 13 : Périodes d'aliasing des ondes de marées dans le signal altimétrique de T/P .....	8-131
Tableau 14 : Période nécessaire à la séparation des ondes de marée entre elles dans un signal T/P (en jours) .....	8-132
Tableau 15 : Déphasage des ondes aux points de croisement.....	8-135
Tableau 16 : Caractéristiques numériques des différents bassins océaniques utilisés dans CEFMO .	10-153
Tableau 17 : Nombre de données assimilées suivant les ondes pour obtenir FES98 .....	10-166
Tableau 18 : Nombre de marégraphes par zone.....	10-169
Tableau 19 : Comparaisons numériques pour ST95 .....	10-171
Tableau 20 : Comparaisons numériques pour ST727.....	10-172
Tableau 21 : Comparaisons numériques pour la banque Topex.....	10-173
Tableau 22 : Pourcentage d'importance des principales ondes du spectre .....	10-174
Tableau 23 : Nombre de données marégraphiques assimilées suivant les ondes pour obtenir FES99	11-188
Tableau 24 : Rapport signal bruit avant et après assimilation .....	11-195
Tableau 25 : Nombre de données assimilées suivant les ondes pour obtenir FES99 .....	11-196
Tableau 26 : Comparaisons numériques pour ST95 .....	11-199
Tableau 27 : Comparaisons numériques pour ST739.....	11-199
Tableau 28 : Comparaisons numériques pour ST727.....	11-200
Tableau 29 : Comparaisons numériques pour la banque Topex.....	11-200
Tableau 30 : Comparaisons numériques des ondes secondaires pour la banque ST95.....	11-201
Tableau 31 : Ecart type des résidus du signal altimétrique le long des traces T/P et ERS-2 .....	11-202
Tableau 32 : RMS de CSR3.0 et FES95.2 le long des frontières ouvertes .....	12-211
Tableau 33 : RMS pour le mode dominant et le mode mixte .....	12-212
Tableau 34 : Comparaisons de la bathymétrie ETOP05 et de la bathymétrie améliorée .....	12-216
Tableau 35 : Qualité des 11 ondes calculées .....	12-221
Tableau 36 : Bilan énergétique pour les ondes principales du spectre de marée et un coefficient de frottement optimisé .....	12-225
Tableau 37 : Caractéristiques des 12 maillages couvrant l'océan global.....	13-246
Tableau 38 : Comparaison des solutions libres avec ST95 et la base de données Topex .....	13-252
Tableau 39 : Bilan d'énergie de la solution libre $M_2$ (énergie en Giga watts) .....	13-259
Tableau 40 : Bilan énergétique obtenus par <i>Le Provost et Lyard</i> pour $M_2$ avec le modèle FES94.1 .	13-259
Tableau 41 : Rapport des bilans énergétiques des solutions libres de FES2000 par rapport aux solutions de FES94.1.....	13-260
Tableau 42 : Caractéristiques des modèles globaux de marées en 2000 .....	14-266



## Chapitre 1

# Introduction : pourquoi modéliser la marée océanique à l'échelle globale ?

Tout observateur ayant passé un peu de temps sur les côtes océaniques en observant le niveau des océans a constaté une variabilité journalière importante de la hauteur de l'eau. Les marées, le vent, les vagues, les courants sont autant de facteurs différents qui agissent sur ces variations du niveau de la mer. Cette variabilité, notable en zone côtière, se retrouve aussi en plein océan même si elle est plus faible. Au large, plus de 80% de cette variabilité est due aux marées océaniques. Ainsi, pour accroître notre connaissance du phénomène à la fois en zone pélagique et en zone côtière, la modélisation des marées à l'échelle globale s'avère indispensable. En outre, le signal de marée étant tellement prédominant dans le signal océanique total, il empêche d'accéder au signal de circulation océanique qu'étudient de nombreuses branches de l'océanographie et de la météorologie. Il faut donc retirer au mieux ce signal de marée des mesures effectuées afin d'accéder à l'information de la circulation océanique [Ray and Woodworth, 1997].

Depuis plus de deux siècles maintenant, les mesures in situ d'élévation du niveau des océans par les marégraphes donnent de très bonnes mesures le long des côtes [Pugh, 1987; Wöppelman, 1997]. Les mesures marégraphiques sont majoritairement situées le long du littoral ou sur des îles [International Hydrographic Office, 1979] et dans une moindre mesure en plein océan [Cartwright et al., 1969; Smithson, 1992]. Ces données de qualité sont utilisées pour valider les modèles globaux de marées océaniques [Andersen et al., 1995; Cartwright and Ray, 1991; Le Provost, 1994; Shum et al., 1997] et les mesures faites par les satellites en orbite autour de la Terre [Mitchum, 1994].

Commencés il y a une dizaine d'années, les travaux menés en altimétrie satellitaire offrent des mesures de la topographie de la surface des océans, continues et réparties sur tout le globe terrestre [Cheney et al., 1994]. Aujourd'hui, leur intérêt scientifique n'est plus à prouver.

L'amélioration grandissante des instruments de mesures à bord des satellites et l'évolution des traitements au sol contribuent largement à l'obtention de données de qualité [Fu et al., 1994]. Jusqu'à présent les données satellitaires ont été principalement utilisées pour modéliser les marées dans les zones pélagiques. Par contre peu de recherches ont été entreprises afin de les utiliser sur les plateaux continentaux et les zones côtières.

Les deux types de mesures issues de la marégraphie et de l'altimétrie, apparaissent ainsi complémentaires pour couvrir les surfaces océaniques de la Terre tout aussi bien en plein océan que sur les plateaux continentaux et les zones côtières. La combinaison de ces deux sources d'observations fournit donc une information globale mieux répartie spatialement. Plutôt que de n'utiliser ces données que pour valider les sorties de modèles de marées océaniques, en extraire l'information qu'elles contiennent pour les incorporer dans ces modèles s'avère plus profitable. Des techniques d'assimilation de données dans des modèles numériques permettent de combiner modèles et données afin d'améliorer notre compréhension et notre représentation du système océan ce qui a considérablement accru la précision des résultats [Egbert and Bennett, 1996].

Les marées sont la contribution majeure du signal océanique tout aussi bien en petits fonds qu'en plein océan. Il apparaît donc que la modélisation de la marée à l'échelle globale est primordiale si nous voulons améliorer notre connaissance des variations du niveau de la mer. L'étude des zones côtières est aussi un axe majeur de recherche dans les années à venir. Un intérêt tout particulier a été exprimé par les communautés scientifique, industrielle et militaire pour les applications côtières de l'océanographie. Nous pouvons soupçonner parallèlement que les applications commerciales au voisinage de ces zones seront sans cesse grandissantes dans le futur.

Depuis le lancement du satellite altimétrique TOPEX/Poséidon (T/P) en 1992, une quantité et une qualité de mesures de la surface des océans sans précédent dans l'histoire de l'océanographie sont accessibles. Cette arrivée massive de nouvelles données de grande précision stimule les modélisateurs des marées océaniques qui développent de nouveaux et nombreux modèles globaux. Andersen, Woodworth et Flather [1995] en recensent douze. Avec des couvertures mondiales plus ou moins complètes, des spectres de marées plus ou moins étendus, des méthodes de calculs différentes, ils fournissent tous des solutions de marées océaniques exploitables scientifiquement. Le Tableau 1 donne les principales caractéristiques des modèles les plus récents en 1997.

Nom de la solution	Modèle	Méthode	Données utilisées	Résolution (degrés)	Latitude couverte	Composantes du spectre
AG95.1	[Andersen, 1995]	Orthotides	T/P	0.5x0.5	65°S-65°N	13
CR91	[Cartwright and Ray, 1990]	Orthotides	Geosat	1x1.5	69°S-69°N	60
CSR3.0	[Eanes and Bettadpur, 1996]	Orthotides	T/P	1x1	66°S-66°N	60
DW95.1	[Desai and Wahr, 1995]	Orthotides	T/P	1x1	66°S-66°N	66
FES94	[Le Provost et al., 1994]	Modèle hydrodynamique non-linéaire éléments finis	Marégraphes	0.5x0.5	Global	13
FES95	[Le Provost et al., 1998]	Modèle hydrodynamique non-linéaire éléments finis	T/P + Marégraphes	0.5x0.5	Global	26
KAN95	[Kantha, 1995]	Modèle hydrodynamique non-linéaire différences finies	T/P	0.2x0.2	80°S-66°N	?
NSWC	[Schwiderski, 1980c]	Modèle hydrodynamique linéaire avec inversion de données marégraphiques	Marégraphes	1x1	Global	11
ORI95	[Matsumoto et al., 1995]	Analyse harmonique	T/P	1x1	65°S-65°N	16
SR95	[Schrama and Ray, 1994]	Analyse harmonique	T/P	0.5x0.5	65°S-65°N	23
TPXO.2	[Egbert et al., 1994]	Inversion globale	T/P	0.58x0.70	66°S-66°N	17

**Tableau 1 : Caractéristiques des modèles globaux de marées en 1997**

Des comparaisons avec une base de 95 données marégraphiques pélagiques [Andersen, 1995] rendent compte de cette précision. Une moyenne calculée sur les deux ondes principales semi-diurnes ( $M_2$  et  $S_2$ ) et diurnes ( $K_1$  et  $O_1$ ) du spectre de marée et comparée par rapport aux 95 données in situ montre que tous ces modèles ont atteint une précision de l'ordre du centimètre en plein océan (cf. Figure 1).

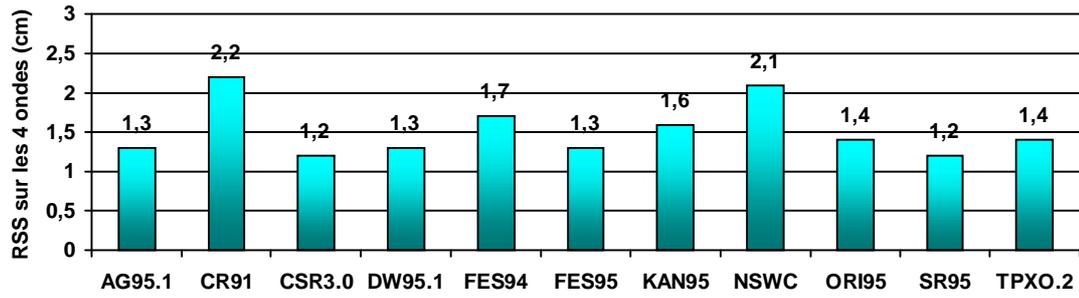


Figure 1 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 1997 par rapport à une base de données de 95 marégraphes pélagiques

Cependant ces comparaisons sont faites loin des petits fonds qui sont des zones de génération complexe de la marée. Il est donc légitime de se demander si la précision centimétrique est toujours valable sur les plateaux continentaux et le long des côtes. Un travail de comparaison identique effectué avec une base de données de 739 marégraphes côtiers [Lefèvre et al., 1999b] montre que ce n'est pas le cas (Figure 2).

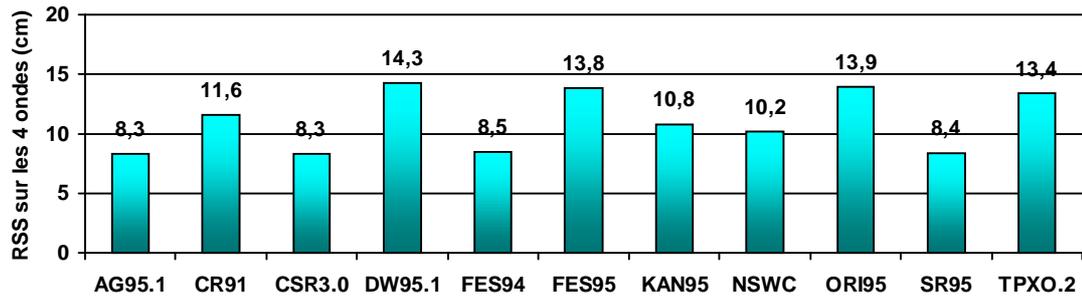


Figure 2 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 1997 par rapport à une base de données de 739 marégraphes côtiers

Même si ces résultats sont à moduler (certains modèles issus de l'altimétrie ne fournissent pas de données en zone polaire par exemple), ils sont cependant représentatifs de la différence de précision (environ un facteur 10) qui existe entre la modélisation de plein océan et la modélisation côtière.

Ces deux comparaisons très simples montrent bien les nouvelles exigences de la modélisation globale de la marée océanique : améliorer la précision en milieu côtier tout en continuant à se rapprocher d'une précision centimétrique en plein océan.

De même qu'en plein océan, la principale erreur qui subsiste dans le signal de circulation côtière est la marée océanique : le travail présenté dans cette thèse concerne donc l'amélioration de la modélisation de la marée océanique en zone côtière par l'assimilation de données altimétriques et de données marégraphiques dans un modèle numérique.

L'objectif à long terme est d'améliorer notre connaissance de la modélisation de la marée océanique dans les mers semi-fermées (Mer Jaune, Mers de Malaisie et d'Indonésie, Mer d'Okhotsk...), dans les mers marginales (Golfe Persique, Mer Rouge...) et dans les zones littorales avec assimilation de données mesurées puis analysées. Cet objectif est à la fois motivé par l'exploitation des données satellitaires au voisinage des plateaux continentaux et l'utilisation des données marégraphiques en zone côtière, ainsi que par le besoin d'une meilleure connaissance de la dynamique des marées pour les études d'environnement en zone côtière.

Le but ultime du travail à entreprendre est de disposer d'un modèle pélagique et littoral de prédiction des variations de la surface libre de la mer et des courants dus aux marées. L'accent sera plus particulièrement mis sur les zones côtières actuellement peu ou mal connues. Des études au cas par cas n'étant pas envisageables, une méthodologie globale de simulation sera mise en place afin d'automatiser autant que possible le calcul sur toute zone d'intérêt. L'objectif général de ce travail s'inscrit dans la continuité des travaux de recherche menés sur ces sujets au LEGOS (Laboratoire d'Etudes en Géophysique et Océanographie Spatiale, Toulouse) et à CLS (Collecte Localisation Satellite, Toulouse).

Le travail effectué est présenté en quatre parties. Après un bref historique sur l'histoire de l'étude des marées, la première partie développe le phénomène de génération de la marée océanique et sa modélisation à l'échelle globale. La seconde partie expose les moyens de mesures marégraphiques et altimétriques mis en œuvre à l'heure actuelle, qui permettent de comparer et d'améliorer les modèles globaux de marée. La troisième partie décrit les résultats de la modélisation de la marée par la technique des éléments finis et l'assimilation de données par la méthode des représentants. Une étude spécifique sur une zone littorale permet de dégager les améliorations à apporter au modèle global pour augmenter sa précision. Enfin la dernière partie expose un nouveau type de modèle de marée qui bénéficie des derniers progrès réalisés dans le domaine de la modélisation globale.



---

## **Partie I**

# **Généralités sur la marée**



## Chapitre 2

# Historique sur les marées océaniques

### 2.1 Présentation du chapitre

---

Depuis très longtemps, les marées océaniques sont observées sur notre planète. Nous nous proposons de présenter dans ce chapitre un bref aperçu de l'histoire de la découverte, de l'explication scientifique et de la modélisation de ces marées de l'Antiquité à nos jours.

### 2.2 Historique

---

#### 2.2.1 L'Antiquité

Les premières civilisations développent rapidement des activités maritimes, guerrières et marchandes le long des côtes habitées de la Méditerranée. Ainsi, les marins phéniciens et égyptiens, puis grecs et enfin romains et arabes se limitent aux côtes méditerranéennes, berceau maritime de l'humanité. En mer Méditerranée, les marées sont peu importantes. C'est pourquoi ces différents peuples ne sont pas confrontés immédiatement à ce phénomène naturel océanique. Puis, les progrès dans le domaine de la navigation se faisant et les conquêtes armées aidant, ils s'aventurent plus loin le long des côtes de l'Atlantique, dans la Mer Rouge et jusque dans l'Océan Indien. Dans ces zones, les marées sont beaucoup plus importantes et les marins et navigateurs de l'antiquité ne peuvent que les constater.

C'est pourquoi plusieurs observations et mesures des variations du niveau de la mer sont faites. Puis quelques explications sur ce phénomène de montées et descentes des eaux voient le jour. Plusieurs navigateurs et scientifiques grecs et romains le mentionnent et essayent, avec plus ou moins de succès, de l'expliquer dans des écrits qui nous sont parvenus. En 425 avant J.C., le premier historien grec *Hérodote* (~484-425 av. J.C.) décrit le phénomène des marées dans le

Golfe de Suez. Pour le philosophe grec *Platon* (~428-~348 av. J.C.) les marées sont dues aux oscillations périodiques au sein même de la Terre. Le voyageur grec *Pythéas* (~380-~310 av. J.C.), né à Marseille, explore les côtes septentrionales de l'Europe et effectue plusieurs voyages dans les îles britanniques. Durant ces voyages, il comprend qu'il y a un lien entre les marées et la Lune. Il note même que deux marées basses et deux marées hautes ont lieu tous les jours environ. Le disciple de *Platon*, *Aristote* (~385-348 av. J.C.), signale des marées le long des côtes espagnoles en 324 avant J.C. En 150 avant J.C., l'astronome grec *Seleucus* (~190- ? av. J.C.) fervent partisan de l'hypothèse héliocentrique du système solaire, explique l'amplitude de la marée en fonction de la déclinaison de la Lune après de nombreuses observations en Mer Rouge. Les notions de bases divulguées par ces scientifiques sont reprises et développées pendant plusieurs siècles. Ainsi, l'historien et géographe grec *Strabon* (~63-~25 av. J.C.) semble comprendre que les marnages sont la conséquence de deux astres à la fois : la Lune et le Soleil. Le romain *Pline l'Ancien* (23-79), vers 77 après J.C., est le premier à proposer que les marées sont causées par la Lune et le Soleil qui agissent sur les eaux des mers et des océans. En outre, il constate que les marées de vive-eau apparaissent après les pleines lunes et les nouvelles lunes quand la 'force créée par la Lune' est maximale.

### 2.2.2 La période obscure

Malgré tout, les connaissances des pionniers scientifiques restent balbutiantes et durant les quinze premiers siècles de notre ère, les progrès en matière d'explications des marées sont faibles. Il faut cependant noter que quelques astronomes et navigateurs se penchent sur la question. Au début du premier millénaire, les Vikings réalisent très rapidement que la connaissance des hautes et des basses mers le long des côtes qu'ils visitent leur permet de conquérir plus aisément les contrées lointaines. Ils font alors de nombreuses observations de la marée. Mais celles-ci sont la plupart du temps échangées verbalement et laissent très peu de preuves de leur existence dans la littérature maritime scandinave. Depuis longtemps investies dans les échanges maritimes, les civilisations arabes développent considérablement les moyens de navigation et les progrès qui leurs sont associés. En plus de la mise au point de la navigation grâce aux étoiles, ils se transmettent entre navigateurs de petits almanachs de marées qui facilitent la navigation dans les petits fonds et à l'entrée dans les ports. Dans son œuvre, *Saint Augustin* mentionne, au 13<sup>ème</sup> siècle, l'action directe de la Lune sur les marées. Mais il ne donne pas d'explication satisfaisante du phénomène. Quelques années plus tard *Dante* (1265-1321), le père de la poésie italienne, cite le même phénomène dans un de ses poèmes.

### 2.2.3 La révolution newtonienne

Il faut attendre le 16<sup>ème</sup> siècle pour connaître un véritable début à l'explication de l'origine des marées. L'astronome allemand *Kepler* (1571-1630), probablement inspiré par la récente découverte du magnétisme terrestre, développe le concept d'une force génératrice de la Lune qui engendrerait le phénomène des marées. Cependant, il abandonne rapidement cette idée, peut-être à cause de la nouvelle théorie du physicien et astronome *Galilée* (1564-1642). Celui-ci soutient fermement la théorie de rotation de la Terre de l'astronome polonais *Copernic* (1473-1543) et pense que c'est la rotation terrestre qui, combinée à son mouvement orbital autour du Soleil, engendre des oscillations des masses d'eau des océans, générant ainsi les marées. Le philosophe et mathématicien français *Descartes* (1596-1659), très influencé par l'idée d'une force génératrice lunaire des marées, explique que la Lune et la Terre sont chacune entourées d'un grand tourbillon d'air qui exerce l'un sur l'autre une pression modifiant périodiquement l'élévation du niveau de la mer. Le mathématicien anglais *Wallis* (1642-1727) reprend la théorie de *Galilée* en ajoutant l'influence de la Lune qui crée les marées par le mouvement du centre de gravité du système Terre - Lune.

Finalement, le savant anglais *Newton* (1642-1727) propose en 1687 sa théorie de la gravitation dans son ouvrage 'Philosophae naturalis principia mathematica'. Il pose les bases de toutes les études ultérieures faites sur les marées. Il énonce que la Lune par sa proximité, et le Soleil par sa masse, sont les deux seuls astres perturbateurs engendrant les marées. Ils exercent une force d'attraction sur toutes les particules qui composent l'eau des océans. La différence de cette force avec l'attraction qu'ils exercent au centre de la Terre est la force génératrice des marées. En considérant un système à trois corps, Newton parvient à donner l'expression de cette force pour toutes les particules liquides de la Terre en fonction de leur position par rapport aux deux astres perturbateurs. Enfin, il relie la force génératrice des marées aux variations du niveau des océans en développant la *théorie statique des marées* qui suppose qu'à tout instant la surface des océans est dans une position d'équilibre dépendant de la position des astres. Cependant, seule cette dernière théorie s'avérera incomplète pour expliquer le phénomène des marées. En effet, elle ne tient pas compte de la rapidité de mouvement des astres ainsi que de l'inertie des masses liquides déplacées par la force génératrice. Mais son approche a le grand mérite d'expliquer la périodicité semi-diurne de la force génératrice avec des inégalités diurnes, caractéristiques qui se retrouvent dans la périodicité des marées.

Un siècle plus tard, l'hydraulicien français *D. Bernoulli* (1700-1782) reprend les travaux de Newton. Mais, ne prenant pas en compte non plus les forces d'inertie qui apparaissent au cours du phénomène des marées, il ne parvient pas à donner d'explication plus satisfaisante de l'origine des marées.

### 2.2.4 La théorie dynamique

C'est en 1775 que le mathématicien français *Laplace* (1749-1827) propose une explication correcte de la génération des marées avec son traité 'La Mécanique Céleste' et sa *théorie dynamique*. En effet, il établit une relation entre l'élévation du niveau des océans et l'angle horaire, la déclinaison de la Lune et les distances aux astres perturbateurs (*formule de Laplace*). La réponse des océans à l'excitation de la force génératrice prend la forme d'ondes qui se propagent sur toute la surface maritime. Ces ondes se déplacent plus ou moins rapidement suivant que le fond des océans est respectivement profond ou non. Elles sont, comme toutes les ondes, réfléchies, réfractées ou dissipées suivant le milieu. En outre, Laplace montre que la marée réelle est proportionnelle à la marée théorique définie par la marée statique et qu'elle est déphasée, en calculant des coefficients caractéristiques de ces phénomènes. Ces coefficients proportionnels et ces déphasages sont fonctions du lieu c'est-à-dire qu'ils sont dépendants du profil hydraulique et donc de la forme du fond marin et des côtes. Laplace est à même de les déterminer expérimentalement pour chaque port. Les formules de détermination de la marée s'appuient sur l'*hypothèse de linéarité* reposant sur deux principes de la théorie ondulatoire. Le premier principe énonce qu'un système soumis à une force périodique oscille à la même période que cette force (*principe des oscillations forcées*). Le second dit que le mouvement total d'un système soumis à plusieurs petites forces est égal à la somme des mouvements élémentaires dus à chacune de ces forces (*principe de la superposition des petits mouvements*). Même si ces principes ne sont pas rigoureusement applicables au cas des marées, ils en donnent une représentation telle que les formules vont permettre à Laplace de donner jour aux premières prédictions de marées. En effet, grâce aux observations marégraphiques (en particulier celles du marégraphe de Brest, le premier mis en place au monde), le premier 'Annuaire des marées, ports de France' paraît en 1839 grâce à l'instigation de l'ingénieur hydrographe français *Chazallon*.

### 2.2.5 L'analyse harmonique

Cependant, la prédiction des marées à fortes inégalités diurnes est mal décrite par la théorie dynamique. C'est pourquoi, l'anglais *Thomson* (1824-1907), futur *lord Kelvin*, introduit la notion d'*analyse harmonique* pour le traitement des données en 1869, suite à une demande de la 'British Association for the Advancement of Science'. Cette analyse mathématique s'appuie sur la décomposition du potentiel de la force génératrice des marées en une somme de termes périodiques. Il admet ainsi qu'à chaque composante obtenue correspond une amplitude et une phase de la marée donnée par l'analyse harmonique de la courbe de marée. De plus, il invente une machine mécanique pour prédire la marée : le 'Tide Predictor'. Cette machine effectue mécaniquement la somme de tous les termes périodiques en fonction du temps considéré. Les anglais *J.C. Adams* (1819-1892) et *G.H. Darwin* (1845-1912) sont les premiers en 1883 à

donner un développement quasi harmonique du potentiel générateur en fonctions sinusoïdales du temps. Ce développement n'est pas rigoureusement harmonique car il contient des pseudo constantes très lentement variables dans le temps. Enfin, en s'appuyant sur la théorie lunaire de *E.W. Brown* (1866-1938), *A.T. Doodson* (1890-1968) propose en 1921 le premier développement véritablement harmonique du potentiel générateur.

### **2.2.6 Les améliorations de la prédiction de marée**

Cependant la formule de Laplace et l'analyse harmonique qui lui est associée ne permettent de prédire la marée qu'aux endroits où elle peut-être mesurée. La compréhension et la modélisation de la marée en dehors de ces points de mesures sont donc nécessaires pour accéder à une représentation de la marée à l'échelle globale.

A la fin du 19<sup>ème</sup> siècle le physicien américain *R.A. Harris* (1863-1918) et le mathématicien anglais *S.S. Hough* (1870-1923) introduisent le phénomène de résonance des bassins océaniques. Cela améliore l'explication de la génération des marées aux différents endroits de la Terre en prenant en compte la géométrie des océans. Le mathématicien français *H. Poincaré* (1854-1912) propose des solutions analytiques et théoriques des ondes de marées pour des océans séparés par des continents. Cependant, le calcul de ces solutions est beaucoup trop complexe à résoudre mathématiquement. Des modèles de propagation pour calculer la marée sont donc développés en se basant sur l'analyse de données marégraphiques disponibles et sur des considérations empiriques, telles celles de l'allemand *G. Dietrich* (1911-1972) en 1944 ou celles du français *Villain* en 1952.

En 1957 le physicien américain *P. Schureman* (1876-1959) reprend et complète le développement du potentiel générateur de *Doodson* afin d'améliorer la prédiction des marées. Enfin, en utilisant des méthodes d'analyse complètement différentes basées sur de nouveaux paramètres, *Cartwright* et *Taylor* calculent en 1971 un nouveau développement du potentiel générateur qui confirme les résultats obtenus cinquante ans auparavant par *Doodson*.

### **2.2.7 Les modèles numériques et l'altimétrie jusqu'en 1997**

L'introduction de méthodes numériques et l'apparition des ordinateurs après la seconde guerre mondiale permet d'envisager de nouveaux moyens scientifiques pour calculer la marée à l'échelle globale. Cependant, les premiers modèles comme ceux de *Bogdanov* et *Magarik* (1967), *Pekeris* et *Accad* (1969), *Hendershott* (1972) *Zahel* (1977) et *Parke* [1972; 1980] fournissent des solutions très différentes les unes des autres. Ces différences montrent qu'il faut prendre en compte des paramètres jusque-là négligés (comme la marée terrestre) et améliorer les

paramètres d'entrée des modèles (comme la bathymétrie ou le frottement). En 1980, *Schwiderski* propose le premier modèle hydrodynamique numérique de marée à l'échelle du degré qui fournit des solutions à l'échelle mondiale pour les composantes principales du spectre de marée. A partir de 1975, plusieurs satellites ayant à leur bord des altimètres, sont envoyés en orbite autour de la Terre : Geos-3 (1975-78), Seasat (1985), Geosat (1985-89), ERS-1 (1991-), TOPEX/Poséidon (1992-), ERS-2 (1994-)... Leurs mesures sont d'une qualité et d'une couverture sans précédent et permettent à de nouveaux types de calcul de solutions de marée de voir le jour. Ainsi, *Mazzega* (1985), *Cartwright* et *Ray* (1989) et *Francis* et *Mazzega* (1990) tirent partie des missions Seasat et Geosat pour calculer leurs solutions. En 1994, *Le Provost* propose un modèle global hydrodynamique de grande précision indépendant de la mesure altimétrique. Mais ce sont surtout les données du satellite TOPEX/Poséidon qui sont majoritairement utilisées par la communauté scientifique comme nouveaux éléments de mesures. De nombreux modèles globaux de marée sont alors développés, tels ceux de *Eanes* (CSR3.0), *Ray* (RSC94) et *Egbert* (TPXO.2) en 1994 et ceux de *Desai* et *Wahr* (DW95.1), *Kantha* (KAN95), *Le Provost* (FES95.2), *Matsumoto* (ORI95) et *Schrama* et *Ray* (SR95) en 1995.

Pour tout lecteur qui voudrait approfondir l'histoire des marées océaniques au cours des siècles, nous lui laissons le soin de se reporter à l'ouvrage unique et très complet de *D.E. Cartwright* [1999].

## Chapitre 3

# Origine des marées océaniques

### 3.1 Présentation du chapitre

---

Comme nous pouvons le constater dans le chapitre précédent, entre les observations et les premières explications satisfaisantes du phénomène des marées océaniques, plus de deux millénaires se sont écoulés. De nombreux scientifiques ont progressivement déterminé ce que l'on entend par 'marée océanique' et ce qui en est l'origine. Dans ce chapitre, nous nous proposons de définir ce qu'est la marée océanique d'origine astronomique ainsi que les termes usuels qui permettent de la qualifier. Puis, nous verrons qu'une force génératrice engendre cette marée et nous la quantifierons mathématiquement. Nous décrirons alors les moyens de déterminer l'élévation des océans qu'engendre cette force. Enfin, nous préciserons quelles sont les périodicités associées à la marée océanique sur la surface océanique de la Terre.

### 3.2 Définitions

---

#### 3.2.1 La marée océanique d'origine astronomique et les autres marées

La *marée océanique d'origine astronomique* est définie comme étant la variation à allure périodique du niveau des océans due aux seules actions des corps célestes qui se déplacent autour de la Terre. C'est le mouvement relatif apparent de ces corps célestes par rapport à la Terre qui, combiné à la rotation de la Terre sur elle-même, génère des forces d'attraction gravitationnelle périodiques entraînant un déplacement périodique et ondulatoire des masses d'eaux océaniques.

Il existe d'autres types de marées que les marées océaniques. Ainsi, les *marées atmosphériques* sont des déplacements ondulatoires des masses d'air de notre atmosphère et les *marées*

*terrestres* sont des déformations périodiques de la croûte terrestre. Ces deux marées se font au même rythme que celui des marées océaniques et sont aussi générées par le mouvement des astres. Mais il existe d'autres marées qui ne sont pas d'origine astronomique. Les *seiches* apparaissent dans des bassins de géométrie particulière et sont générées par le vent ou les variations de pression atmosphérique qui engendrent des oscillations de la surface (ce phénomène a souvent lieu dans des lacs). La *marée radiationnelle* provient de la dilatation des eaux de surface des océans due aux alternances jour/nuit cycliques qui réchauffent ou refroidissent l'eau. Les *marées météorologiques* sont créées par les variations périodiques de vents alternatifs (tels la mousson ou les vents solaires) ou par les variations de pression atmosphérique. Cependant, le but de notre travail étant l'étude des marées océaniques, nous désignerons dans la suite la marée océanique par le terme de 'marée'. Dans le cas contraire, nous préciserons le type de marée.

Il est particulièrement important de faire ressortir la principale caractéristique de la marée : la rigoureuse périodicité du phénomène. En effet, le mouvement des astres étant la cause de la marée et leurs déplacements périodiques étant parfaitement connus, la périodicité des élévations du niveau des océans due à la marée est, elle aussi, connue. Comme nous le verrons plus loin, cette caractéristique permet l'analyse harmonique de la marée.

### 3.2.2 Quelques termes courants

Plusieurs termes courants permettent de mieux définir les états de la marée en fonction de son évolution au cours du temps : son tracé donne la *courbe de marée* (cf. Figure 3). Le niveau des océans et des mers varie le long des côtes au cours du temps. Quand il monte, on parle de *flot*, (ou *flux* ou *montant*) jusqu'à un niveau maximum, la *pleine mer*. Quand il descend on parle de *jusant* (ou *reflux* ou *perdant*) jusqu'à un niveau minimum, la *basse mer*. La différence de hauteur entre une basse mer et une pleine mer consécutive est le *marnage*. Le marnage est maximal après les *syzygies* (nouvelles et pleines lunes) : c'est la *vive-eau*. Puis il diminue durant le *déchet* jusqu'aux *quadratures* (périodes intermédiaires entre les nouvelles et les pleines lunes) pour former la *morte-eau*. Puis le marnage augmente à nouveau durant le *revif*. L'écart de temps entre une vive-eau et une syzygie, de même qu'entre une morte-eau et une quadrature, est approximativement constant : c'est l'*âge de la marée*.

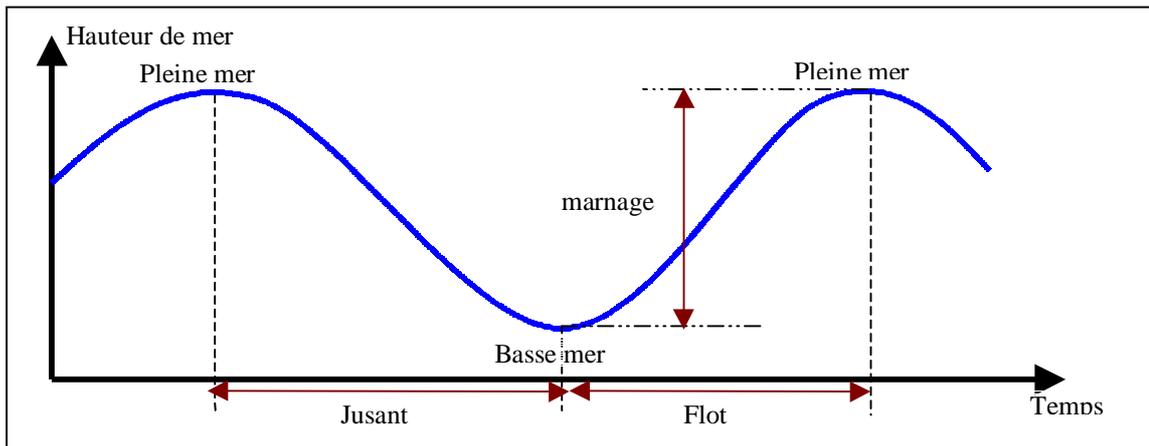


Figure 3 : Courbe de marée

### 3.3 La force génératrice des marées

Comme nous l'avons souligné plus haut, l'étude des marées revient à s'intéresser aux mouvements des particules liquides des océans et des mers du globe terrestre dans un repère de coordonnées géocentriques. En effet, ces particules sont à la fois soumises aux forces gravitationnelles de l'attraction terrestre et aux forces d'attraction des astres en révolution autour de la Terre. Ces astres qui sont la cause des marées sont nommés *astres perturbateurs*. Les forces qu'ils exercent sur les particules d'eau entraînent des variations du niveau des océans et des mers du globe qui varient dans le temps et qui forment les ondes de propagation de la marée.

#### 3.3.1 Expression de la force génératrice

Dans notre étude des marées océaniques, nous supposerons que l'élément fluide qui constitue les océans est de l'eau incompressible composée de particules en mouvement dans le repère tangentiel direct copernicien  $\mathfrak{R}_{xyz}$  que nous désignerons plus simplement par  $\mathfrak{R}$ .

L'origine de  $\mathfrak{R}$  est le centre T de la Terre et ses axes ont des directions fixes par rapport aux étoiles supposées fixes. L'axe en z est pris comme étant l'axe des pôles. Plaçons-nous dans ce repère  $\mathfrak{R}$  lié à la Terre et déterminons le mouvement d'une particule P de masse m à la surface de la Terre, soumise aux forces d'origines terrestre et astronomique. Considérons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le vecteur vitesse de rotation  $\mathbf{\Omega}$  reste constant en direction, en sens (axe des pôles fixe) et en intensité (vitesse de rotation constante) ;
- la Terre est assimilable à une sphère indéformable de centre T.

Dans ce cas,  $\mathfrak{R}$  est animé :

- d'un mouvement de translation identique à celui d'une particule ponctuelle positionnée au centre de la Terre et de masse celle de la Terre ;
- d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe des pôles.

Les équations de la mécanique du point nous donnent l'accélération relative  $\gamma_r$  d'un point  $P$  de masse  $m$  à la surface de la Terre dans  $\mathfrak{R}$  :

$$m\gamma_r(P) = mg(P) + \mathbf{F}_A(P) - (\mathbf{F}_A(T) - \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{TP})) - 2m\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V}_R(P) \quad (3.1)$$

avec :

- $\mathbf{g}$  le champ d'attraction terrestre ;
- $\mathbf{TP}$  : le vecteur de  $T$  à  $P$  ;
- $\mathbf{V}_R$  : la vitesse relative dans  $\mathfrak{R}$  ;
- $\mathbf{F}_A$  : la force d'attraction astronomique.

L'équation (3.1) traduit la loi fondamentale de la mécanique terrestre dans un repère géocentrique.

Le terme qui nous intéresse plus particulièrement est  $\mathbf{F}_A(P) - \mathbf{F}_A(M)$  : il représente la *force génératrice des marées*. Cette force génératrice est donc l'expression d'un différentiel entre la force astronomique qui s'applique sur la particule  $P$  de la part des astres qui tournent autour de la Terre diminuée de la force astronomique qui s'applique au centre de la Terre de la part de ces mêmes astres.

### 3.3.2 Calcul de la force génératrice

#### 3.3.2.1 L'attraction universelle

Les lois de la mécanique newtonienne nous donnent la force d'attraction qu'exerce une particule  $P_1$  de masse  $m_1$  sur une particule  $P_2$  de masse  $m_2$  :

$$\mathbf{F}_{1/2} = -Gm_1m_2 \frac{\mathbf{D}_{1/2}}{D_{1/2}^3} \quad (3.2)$$

avec :

- $G$  : la constante de gravitation universelle ;
- $\mathbf{D}_{1/2}$  : le vecteur de direction la ligne passant par  $P_1$  et  $P_2$ , de sens  $P_1$  vers  $P_2$  et de module la distance de  $P_1$  à  $P_2$ .

Pour mémoire, rappelons l'expression de la constante de gravitation universelle en fonction du champ d'attraction terrestre  $g$  :

$$G = g \cdot \frac{a^2}{m_T} = 6,667 \cdot 10^{-24} \text{ s}^{-2}$$

avec :

- $a$  : le rayon de la Terre ;
- $m_T$  : la masse de la Terre

### 3.3.2.2 Le cas particulier des marées

(3.2) représente la loi de l'attraction universelle formulée par *Newton* [1687]. Elle traduit le fait que deux particules s'attirent proportionnellement à leur masse en raison inverse du carré de leur distance.

Dans le degré d'approximation nécessaire au calcul des marées, seuls la Lune et le Soleil ont une influence sur la Terre (le Soleil a une très grande masse et la Lune est proche de la Terre). Les autres planètes ou étoiles qui entourent la Terre sont trop éloignées ou de masses trop faibles pour être prises en considération. La seule résultante newtonienne qui agit sur la Terre n'est due qu'au Soleil et à la Lune dans l'étude des marées.

Considérons les deux astres, Terre et Lune ou Terre et Soleil. Etant donné que les distances les séparant sont de plusieurs ordres de grandeur supérieurs à leur diamètre respectif (cf. Tableau 2), nous pouvons considérer que les astres sont ponctuels et donc que la loi de Newton peut leur être appliquée. Ainsi :

- pour la Terre et la Lune :  $\mathbf{F}_{LT} = -Gm_L m_T \frac{\mathbf{D}_{LT}}{D_{L/T}^3}$  ;
- pour la Terre et le Soleil :  $\mathbf{F}_{ST} = -Gm_S m_T \frac{\mathbf{D}_{ST}}{D_{S/T}^3}$  ;

avec :

- $m_S, m_L, m_T$  les masses respectives du Soleil, de la Lune et de la Terre ;

- $\mathbf{D}_{S/T}$  le vecteur allant du centre S du Soleil au centre T de la Terre ;
- $\mathbf{D}_{L/T}$  le vecteur allant du centre L de la Lune au centre T de la Terre.

Pour information, nous rappelons les valeurs des astres cités ci-dessus dans le Tableau 2.

Astre	Distance Terre/Astre (km)	Rayon équatorial (km)	Masse astre/ Masse Terre
Lune	384400	1738	0,0123
Soleil	149600000	696000	332946
Terre	0	6378	1

**Tableau 2 : Caractéristiques de la Lune et du Soleil par rapport à la Terre**

D'après le paragraphe 3.3.1, la force génératrice des marées qui s'applique en un point P de masse unitaire appartenant à la surface océanique, est égale à la différence des champs d'attraction des astres en ce point et au centre T de la Terre. En considérant tous les astres  $k$  qui gravitent autour de la Terre, nous déduisons de (3.2) la force de génération des marées :

$$\mathbf{F}_{GM} = G \sum_k m_k \left( \frac{\mathbf{v}_k}{r_k^2} - \frac{\mathbf{u}_k}{R_k^2} \right) \quad (3.3)$$

avec :

- $G$  : la constante de gravitation universelle ;
- $m_k$  est la masse de l'astre  $k$  ;
- $\mathbf{u}_k$  et  $\mathbf{v}_k$  sont les vecteurs unitaires respectifs de **TC** et **PC** (avec T centre de la Terre, C centre de l'astre  $k$  considéré et P la particule à la surface des océans) ;
- $R_k$  et  $r_k$  sont les normes des vecteurs **TC** et **PC**.

La force génératrice des marées d'un système constitué de plusieurs astres qui s'exerce sur une particule de la Terre est égale à la somme des forces génératrices de chacun des astres perturbateurs qui s'exercent sur la particule. Nous pouvons donc décomposer l'étude de cette force générée par plusieurs astres en une étude d'un système de deux corps Terre – astre. Nous obtiendrons la force génératrice totale en additionnant la composante de chaque astre.

Dans (3.3), en ne considérant qu'un seul astre  $k$ ,  $R_k$  et  $\mathbf{u}_k$  ne dépendent que de la position de la Terre et de l'astre perturbateur. Par contre  $r_k$  et  $\mathbf{v}_k$  dépendent de la position de la particule P de masse  $m_k$  qui subit la force génératrice des marées. C'est pourquoi le terme  $-m_k \frac{\mathbf{u}_k}{R_k^2}$

représente la force d'attraction exercée sur une masse  $m_k$  placée au centre de la Terre car elle est

indépendante de la position. Au contraire, le terme  $m_k \frac{v_k}{r_k^2}$  représente la force d'attraction sur la particule P de masse  $m_k$  dépendant de la position de P.

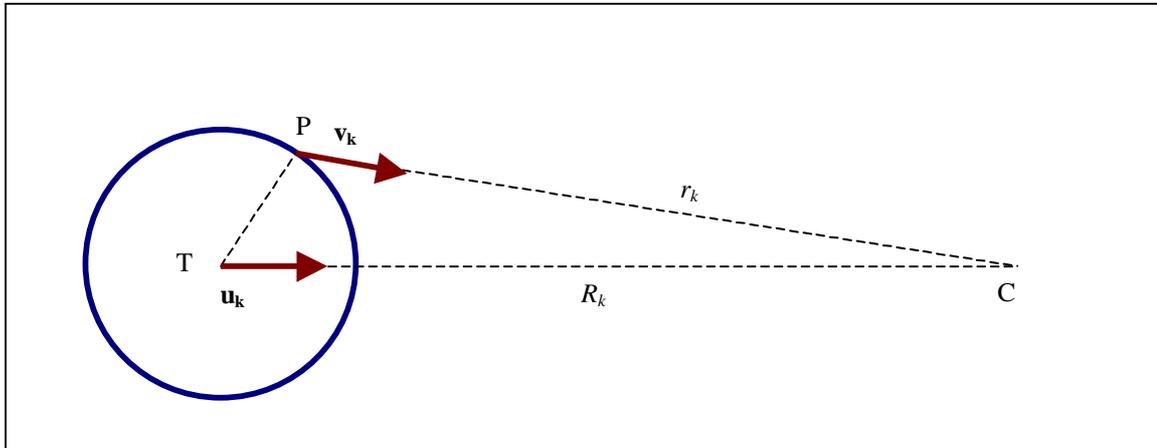


Figure 4 : Direction des forces gravitationnelles par les interactions Terre/astre

La Terre, soumise à la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Lune ou le Soleil, subit donc une accélération dirigée vers cet astre qui engendre une force d'inertie, la *force centrifuge*, appliquée en chaque point de la Terre. Pour une particule située au centre de la Terre, la force centrifuge s'oppose exactement à la force gravitationnelle. Cependant, ailleurs qu'au centre il n'y a pas d'équilibre. La force gravitationnelle varie avec le carré de la distance séparant un point de la Terre avec l'astre perturbateur. La Terre et la Lune (ou la Terre et le Soleil) ont un mouvement de translation circulaire, c'est pourquoi, la force centrifuge, reste la même en tout point du globe [Dronkers, 1964]. La force différentielle est la force génératrice des marées.

### 3.3.2.3 Direction et module

Par une construction géométrique simple [Bessero, 1985], nous allons déterminer la direction et le module de la force génératrice des marées pour un astre perturbateur.

Soit  $A_1$  et  $A_3$  deux points de (TC) et  $A_2$  et  $A_3$  deux points de (PC) construits tels que :

- l'arc de cercle  $PA_1C$  soit de centre C et de rayon PC soit  $r_k$  ;
- la droite  $(A_1A_2)$  soit parallèle à (PT) ;
- l'arc de cercle  $A_2A_3$  soit de centre C et de rayon  $A_2C$  ;
- la droite  $(A_3A_4)$  soit parallèle à  $(A_1A_2)$  ;
- l'arc de cercle  $A_4CP'$  soit de centre C et de rayon  $A_4C$ .

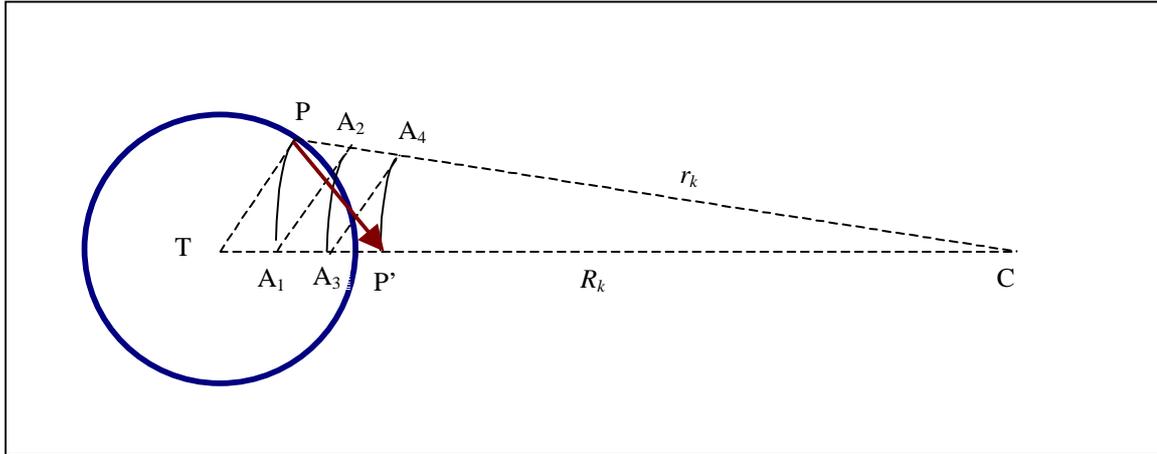


Figure 5 : Construction géométrique de la force génératrice de marée

Donc nous avons par construction :

$$CP' = CA_4, CA_3 = CA_2, CA_1 = CP = r_k,$$

et par le théorème de Thalès :

$$\frac{CA_4}{CP} = \frac{CA_3}{CT} \Rightarrow CP' = CA_4 = CA_3 \frac{r_k}{R_k} \quad \text{et} \quad \frac{CA_2}{CP} = \frac{CA_1}{CT} \Rightarrow CA_2 = CA_1 \frac{r_k}{R_k} = \frac{r_k^2}{R_k}.$$

Comme  $CA_2 = CA_3$  nous avons :  $CP' = \frac{r_k^3}{R_k^2}$ , d'où :

$$\mathbf{PP}' = \mathbf{PC} + \mathbf{CP}' = r_k \mathbf{v}_k - \frac{r_k^3}{R_k^2} \mathbf{u}_k = r_k^3 \left( \frac{\mathbf{v}_k}{r_k^2} - \frac{\mathbf{u}_k}{R_k^2} \right)$$

Aux coefficients multiplicateurs prêts  $r_k^3$  et  $m_k$ , nous reconnaissons l'expression de la force génératrice des marées données par (3.3). Ainsi, en tout point P de la surface des océans, nous savons construire la force génératrice des marées d'un astre  $k$ . Cet astre  $k$  de masse  $m_k$  exerce donc sur une particule P des océans qui est à une distance  $R_k$  du centre est C de l'astre, une force génératrice de marée :

$$\mathbf{F}_{GM} = G \frac{m_k}{R_k^3} \mathbf{PP}' \quad (3.4)$$

Ce tracé se simplifie grâce à la règle de *Proctor* qui, supposant que l'astre  $k$  est à l'infini, entraîne que les arcs de cercle de construction sont des droites parallèles et donc que  $TP' = 3TA_1$ .

### 3.3.2.4 Expression angulaire

Nous allons simplifier l'écriture de (3.4) en exprimant  $\mathbf{PP}'$  en fonction de  $a$  le rayon de la Terre et de l'angle  $\theta$  décrit entre l'axe centre de la Terre - centre de l'astre et l'axe centre de la Terre - point P considéré.  $\theta$  est appelé la *distance zénithale* de l'astre. Par la règle de Proctor citée précédemment, nous avons :  $TP' = 3TA_1 = 3a \cos \theta$ .

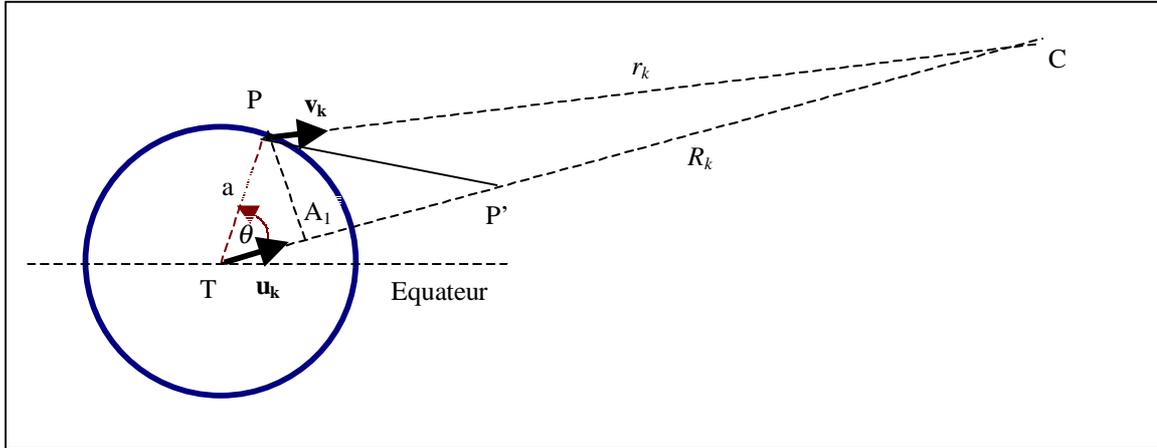


Figure 6 : Expression angulaire de la force génératrice des marées

Par le théorème de Pythagore dans un triangle rectangle, nous avons :

$$PP'^2 = PA_1^2 + A_1P'^2 = (a \sin \theta)^2 + (3a \cos \theta - a \cos \theta)^2 = a^2 (\cos^2 \theta + 1),$$

d'où l'expression du module de la force génératrice en fonction de  $\theta$  :

$$\|\mathbf{F}_{GM}\| = G \frac{m_k}{R_k^3} a \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \quad (3.5)$$

Grâce à cette équation et à la méthode de tracé défini dans le paragraphe 3.3.2.3, nous pouvons définir la surface que prendrait une couche d'eau liquide recouvrant toute la Terre par l'influence d'un astre unique (cf. Figure 7, les proportions sont exagérées pour une meilleure visualisation). Cette surface est symétrique par rapport à l'axe des pôles d'une part et par rapport à l'axe centre de la Terre – centre de l'astre d'autre part. La surface est un ellipsoïde de révolution.

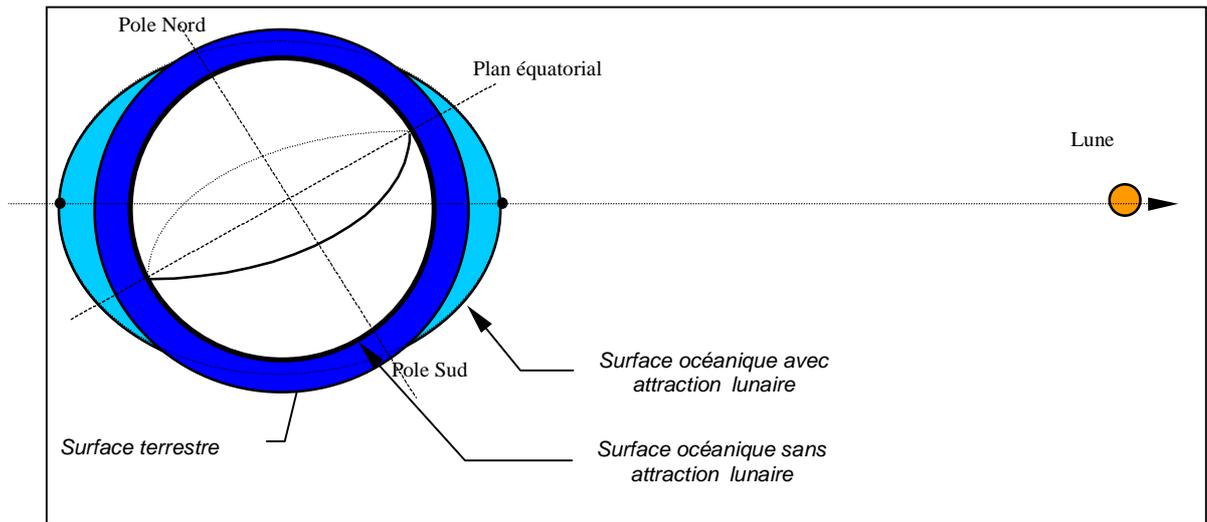


Figure 7 : Surface prise par un océan global due à la force génératrice des marées d'un astre unique

### 3.3.2.5 Cas du système à trois corps Terre – Lune - Soleil

Dans le cas de la Terre, nous avons vu que seules la Lune et le Soleil ont une influence notable sur la génération des marées océaniques. Afin de quantifier la force génératrice des marées sur notre planète, plaçons-nous dans le système à trois corps Terre – Lune – Soleil. (3.4) montre que la force génératrice des marées varie en raison inverse du cube de la distance contrairement à l'attraction gravitationnelle qui varie en raison inverse du carré de la distance. Les valeurs données dans le Tableau 2 permettent de calculer le rapport entre l'influence de la force génératrice des marées due à la Lune et due au Soleil :

$$\frac{\|\mathbf{F}_{GM_{LT}}\|}{\|\mathbf{F}_{GM_{ST}}\|} \approx \frac{G \frac{m_L}{D_{L/T}^3} a}{G \frac{m_S}{D_{S/T}^3} a} = \frac{m_L}{m_S} \left( \frac{D_{S/T}}{D_{L/T}} \right)^3 = 2,17$$

Ainsi, l'action de la Lune est deux fois plus importante que celle du Soleil malgré sa masse considérable : l'effet de distance est prépondérant.

Cependant ces forces différentielles sont infimes. Pour la Lune par exemple :

$$\|\mathbf{F}_{GM_{LT}}\| \approx G \frac{m_L}{D_{L/T}^3} = g \frac{a^2}{m_T} \frac{m_L}{D_{L/T}^3} \approx 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Par un calcul similaire nous avons pour le Soleil :

$$\|\mathbf{F}_{GM_{ST}}\| \approx 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Ainsi, la composante verticale de ces forces différentielles ne modifie que très légèrement l'intensité de la pesanteur, de l'ordre du dix millionnièmes, et leur composante horizontale en altère la direction, d'un angle de l'ordre du centième de seconde sexagésimale. Il est donc remarquable de noter que des forces aussi faibles conduisent à des variations du niveau de la mer aussi spectaculaires que celles que nous observons dans l'océan.

### 3.3.3 Périodicité de la génération des marées

Dans le champ de la force génératrice des marées créé par la Lune et le Soleil, la Terre tourne autour de son axe des pôles, ce qui entraîne une déformation périodique de la surface des océans en fonction de la position de l'axe perturbateur considéré. Plaçons-nous dans le cas du système à deux corps (Terre - Lune par exemple). Considérons  $P_1$  et  $P_2$  deux points de la surface terrestre qui sont à la même latitude mais diamétralement opposés. Construisons la force génératrice des marées en  $P_1$  et  $P_2$  à un temps  $t$  (cas a) et à un temps  $t+dt$  (cas b) tel que la Lune a fait un demi-tour autour de la Terre.

#### 3.3.3.1 Astre perturbateur dans le plan équatorial

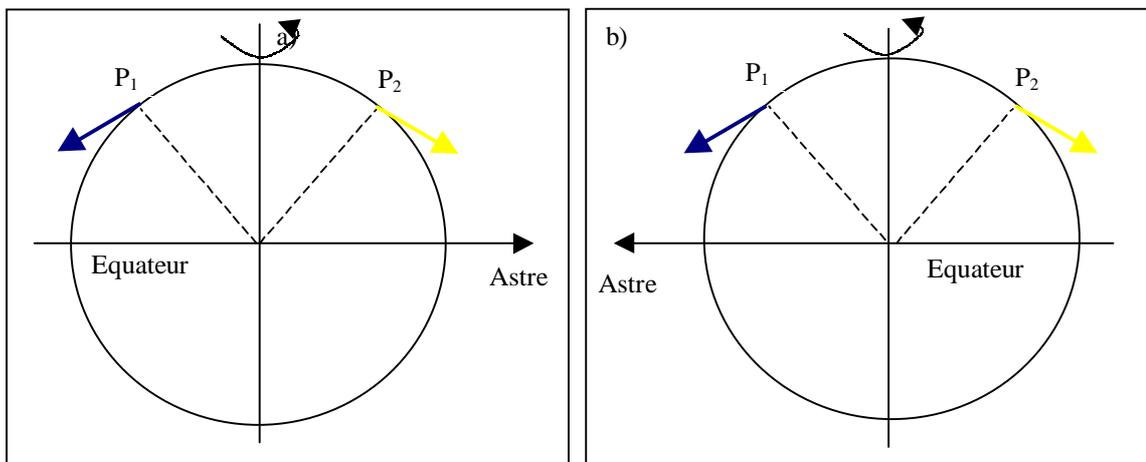
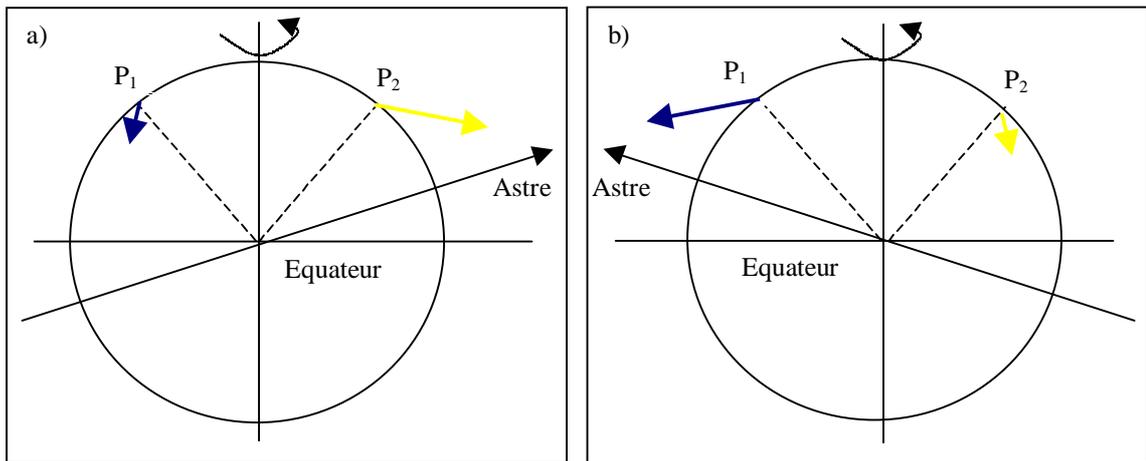


Figure 8 : Force génératrice de marée dans le cas où l'axe perturbateur est dans le plan équatorial

Dans les deux cas la force génératrice en  $P_1$  et en  $P_2$  est identique. La périodicité est donc la durée d'une demi rotation de l'axe perturbateur autour de la Terre. Dans ce cas, la force est dite semi-diurne pure.

#### 3.3.3.2 Astre perturbateur en dehors du plan équatorial



**Figure 9 : Force génératrice de marée dans le cas où l'axe perturbateur est en dehors du plan équatorial**

Dans les deux cas la force génératrice en  $P_1$  et en  $P_2$  n'est plus identique. La force génératrice a toujours une périodicité semi-diurne, mais nous voyons apparaître des fluctuations diurnes dans les minima et les maxima de cette force. La périodicité reste semi-diurne mais avec des inégalités diurnes. Nous avons ainsi l'explication qualitative des variations semi-journalière et journalière constatées des élévations des océans et des mers le long des côtes terrestres.

## Chapitre 4

# Le potentiel générateur des marées

### 4.1 Présentation du chapitre

---

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé la force génératrice des marées exercée par la Lune et le Soleil sur les océans. Nous pouvons chercher un potentiel qui dérive de cette force et l'exprimer en fonction des mouvements des deux astres perturbateurs. Nous verrons que, grâce à des principes de la physique ondulatoire, ce potentiel peut s'exprimer sous forme d'une somme infinie de potentiels élémentaires qui se traduisent tous par la génération d'une onde sinusoïdale élémentaire se propageant dans les océans. Trois développements du potentiel générateur sont présentés et permettent d'introduire les notions de composantes harmoniques de la marée que nous quantifierons et qualifierons pour les principales ondes de la marée.

### 4.2 Expression du potentiel

---

#### 4.2.1 Définition du potentiel d'une force

Par définition, une force  $\mathbf{F}$  dérive d'un potentiel  $\Pi$  si nous pouvons écrire :

$$\mathbf{F} = \nabla \Pi \quad (4.6)$$

Avec  $\nabla$  l'opérateur *nabla* tel que dans les coordonnées cartésiennes d'un repère ( $O_{xyz}$ ) :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{u}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{u}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{u}_z$$

et  $\nabla \Pi$  est le gradient de  $\Pi$ .  $\Pi$  est une fonction scalaire.

Le potentiel, défini à une constante près, est égal au travail qu'effectue la force pour déplacer une masse unité d'un point vers un autre, indépendamment du chemin suivi. On montre qu'un champ d'attraction créé par un point matériel P de masse  $m$  dérive d'un potentiel  $\Pi$  fonction de la distance  $r$  entre P et un point considéré :

$$V = G \frac{m}{r} \quad (4.7)$$

Dans le cas de l'étude des marées, le potentiel qui dérive de la force génératrice des marées est appelée *potentiel générateur des marées*. Le gradient est un opérateur linéaire, donc, dans le cas du système à trois corps qui nous intéresse (Terre - Lune - Soleil), nous pouvons décomposer le potentiel astronomique générateur total  $\Pi_A$  en la somme du potentiel générateur lunaire  $\Pi_L$  et du potentiel générateur solaire  $\Pi_S$ . Ainsi, il suffit de déterminer  $\Pi_L$ , par exemple, et  $\Pi_S$  s'en déduit aisément. La somme du potentiel lunaire et du potentiel solaire se nomme *potentiel luni-solaire*.

### 4.2.2 Calcul du potentiel

#### 4.2.2.1 Expression générale du potentiel

Comme nous l'avons vu précédemment nous pouvons simplifier le calcul du potentiel générateur des marées en ne calculant que le potentiel lunaire  $\Pi_L$ . En reprenant les notations introduites dans les paragraphes précédents et qui sont représentées Figure 6, et en exprimant la force génératrice lunaire donnée par (3.3), nous avons grâce à (4.7) [Le Provost, 1973] :

$$\Pi_L = Gm_L \left( \frac{1}{r_L^2} - \frac{a}{R_L^2} \cos \theta_L \right) \quad (4.8)$$

Dans le triangle TCP de la Figure 5, nous avons la relation trigonométrique :  $r_L^2 = a^2 + R_L^2 - 2aR_L \cos \theta_L$ , ce qui permet d'écrire l'inverse de  $r_L$  et le potentiel  $\Pi_A$  en fonction de  $a$ ,  $R_L$  et  $\theta_L$  :

$$\frac{1}{r_L} = \frac{1}{R_L \sqrt{1 - 2 \frac{a}{R_L} \cos \theta_L + \frac{a^2}{R_L^2}}} \quad (4.9)$$

$$\Pi_A = Gm_L \frac{1}{R_L} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 2\frac{a}{R_L} \cos \theta_L + \frac{a^2}{R_L^2}}} - \frac{a}{R_L} \cos \theta_L \right) \quad (4.10)$$

#### 4.2.2.2 Décomposition du potentiel en polynômes de Legendre

Le terme  $\frac{a}{R_L}$  est petit devant 1. Dans le cas de la Lune,  $\frac{a}{R_L} \approx 0,0166$  et dans le cas du Soleil

$\frac{a}{R_S} \approx 0,00004$ , donc nous avons :  $-2\frac{a}{R_L} \cos \theta + \frac{a^2}{R_L^2} \ll 1$ , et nous pouvons alors décomposer

(4.9) en une série entière de polynômes de Legendre :

$$\frac{1}{r_L} = \frac{1}{R_L} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta_L) \left( \frac{a}{R_L} \right)^n \quad (4.11)$$

avec  $P_n$  les polynômes de Legendre définis par les relations :

$$\begin{cases} P_0(x) = 1 \\ P_1(x) = x \\ P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1} x P_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x) \end{cases} \quad (4.12)$$

Cependant dans notre cadre d'étude, le terme  $\frac{a}{R_L}$  étant petit, il entraîne une diminution très

rapide de l'influence quantitative des polynômes de Legendre avec l'ordre du développement. La contribution du polynôme  $P_2$  représente environ 98% du potentiel lunaire total et une fraction encore plus importante du potentiel solaire total [Le Provost, 1973]. C'est pourquoi, nous nous limitons à l'ordre 2, limite de précision des mesures in situ même si dans certains cas, le développement est utilisé jusqu'à l'ordre 3 [Doodson, 1921; Le Provost, 1973] Les quatre premiers polynômes de Legendre s'écrivent alors en fonction  $\cos \theta_L$  :

$$\begin{cases} P_0(\cos \theta_L) = 1 \\ P_1(\cos \theta_L) = \cos \theta_L \\ P_2(\cos \theta_L) = \frac{3 \cos^2 \theta_L - 1}{2} \\ P_3(\cos \theta_L) = \frac{5 \cos^3 \theta_L - 3 \cos \theta_L}{2} \end{cases} \quad (4.13)$$

Ce qui nous permet après simplifications, puisque le potentiel est défini à une constante près, d'exprimer le potentiel générateur lunaire à l'ordre 3 :

$$\Pi_L = \frac{3}{4} Gm_L \frac{1}{R_L} \left[ \frac{a^2}{R_L^2} \left( \cos^2 \theta_L - \frac{2}{3} \right) + \frac{a^3}{R_L^3} \left( \frac{20}{3} \cos^3 \theta_L - 2 \cos \theta_L \right) \right] \quad (4.14)$$

Ce potentiel ne dépend :

- par  $\theta_L$ , que de la position du point considéré à la surface de la Terre et de la Lune par rapport au centre de la Terre ;
- par  $R_L$ , que de la distance de la lune par rapport au centre de la Terre.

En remplaçant l'indice  $L$  par l'indice  $S$ , nous avons de même pour le potentiel solaire. La somme des deux potentiels est le potentiel luni-solaire.

#### 4.2.2.3 Valeur du potentiel générateur

En reprenant les travaux de *Doodson* [1921], posons les *coefficients géodésiques de Doodson* :

$$c_L = \frac{3}{4} Gm_L \frac{a^2}{R_{0L}^3} \text{ et } c_S = \frac{3}{4} Gm_S \frac{a^2}{R_{0S}^3}$$

avec :

- $R_{0L}$  la distance moyenne de la Terre à la Lune ;
- $R_{0S}$  la distance moyenne de la Terre au Soleil.

L'expression exacte du potentiel après simplifications est :

$$\Pi_A = \frac{4}{3} c_L \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^{n+1} \left( \frac{a}{R_{0L}} \right)^{n-2} P_n(\cos \theta_L) \right] + \frac{4}{3} c_S \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \left( \frac{R_{0S}}{R_S} \right)^{n+1} \left( \frac{a}{R_{0S}} \right)^{n-2} P_n(\cos \theta_S) \right] \quad (4.15)$$

D'après (4.14) nous pouvons écrire le potentiel luni-solaire à l'ordre 2 :

$$\Pi_A = c_L \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^3 \left( \cos^2 \theta_L - \frac{2}{3} \right) + c_S \left( \frac{R_{0S}}{R_S} \right)^3 \left( \cos^2 \theta_S - \frac{2}{3} \right)$$

### 4.2.3 La marée d'équilibre

Par définition, la *marée d'équilibre*, ou *marée statique*, est la marée proportionnelle au gradient du potentiel générateur. Cette marée est formée sur l'hypothétique base d'une Terre sphérique indéformable recouverte d'une fine couche d'eau sans inertie ni viscosité qui représente les océans. Dans ce cas, la surface des océans répond de manière instantanée à toutes les forces génératrices de la marée et acquiert une position d'équilibre. Dans la direction verticale, l'équilibre est hydrostatique. Dans la direction horizontale, la force génératrice est en équilibre avec le gradient de pression généré par la pente de la surface (cf. Figure 7). Le seul potentiel perturbateur pouvant engendrer un déplacement de la surface liquide est le potentiel générateur des marées. Donc le déplacement vertical  $\alpha$  est donné par :

$$\alpha = \frac{\Pi_A}{g} \tag{4.16}$$

Même si la marée statique ne représente pas bien la marée réelle, elle permet d'obtenir une bonne approximation de son ordre de grandeur. Ainsi, l'amplitude de la marée d'équilibre lunaire est au maximum de 54 centimètres, et la marée d'équilibre solaire est au maximum de 25 centimètres [Bessero, 1985]. La marée d'équilibre luni-solaire est donc inférieure à un mètre.

## 4.3 Variation du potentiel en fonction du temps

---

La Lune et le Soleil ne se déplacent pas uniquement dans le plan équatorial terrestre. Ces deux astres suivent des orbites elliptiques qui sont inclinées par rapport au plan équatorial. La *déclinaison* est l'angle que décrit le centre de l'astre avec le centre de la Terre par rapport au plan équatorial. C'est pourquoi, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.3, la surface des océans se déforme en fonction du temps sous l'influence des variations de la force génératrice des marées et suivant la déclinaison des astres perturbateurs. Les variations de la déclinaison conduisent à une séparation distincte des types de marées. Nous avons déjà cité les phénomènes de *marées semi-diurnes* (paragraphe 3.3.3.1) et *marées diurnes* (paragraphe 3.3.3.2), mais il existe aussi des phénomènes de *marées longues périodes*. Ces phénomènes, comme leurs noms l'indiquent, sont de périodes respectives, la demi-journée, la journée et de périodes plus grandes que la journée. Dans la suite, nous allons développer ces différences suivant les types de marées.

### 4.3.1 Coordonnées horaires des astres perturbateurs

Afin de déterminer la position d'une particule P à la surface de la Terre et la position d'un astre perturbateur par rapport au centre de la Terre, nous introduisons plusieurs notions de géométrie céleste.

Plaçons-nous dans le repère  $\mathcal{R}_{xyz}$  introduit en dans le paragraphe 3.3.1 dont l'origine est le centre de la Terre. L'intersection du plan équatorial avec le plan méridien contenant le méridien de Greenwich est l'axe des x. L'axe des y est dans le plan équatorial et perpendiculaire à l'axe des x. L'axe des z est l'axe des pôles.

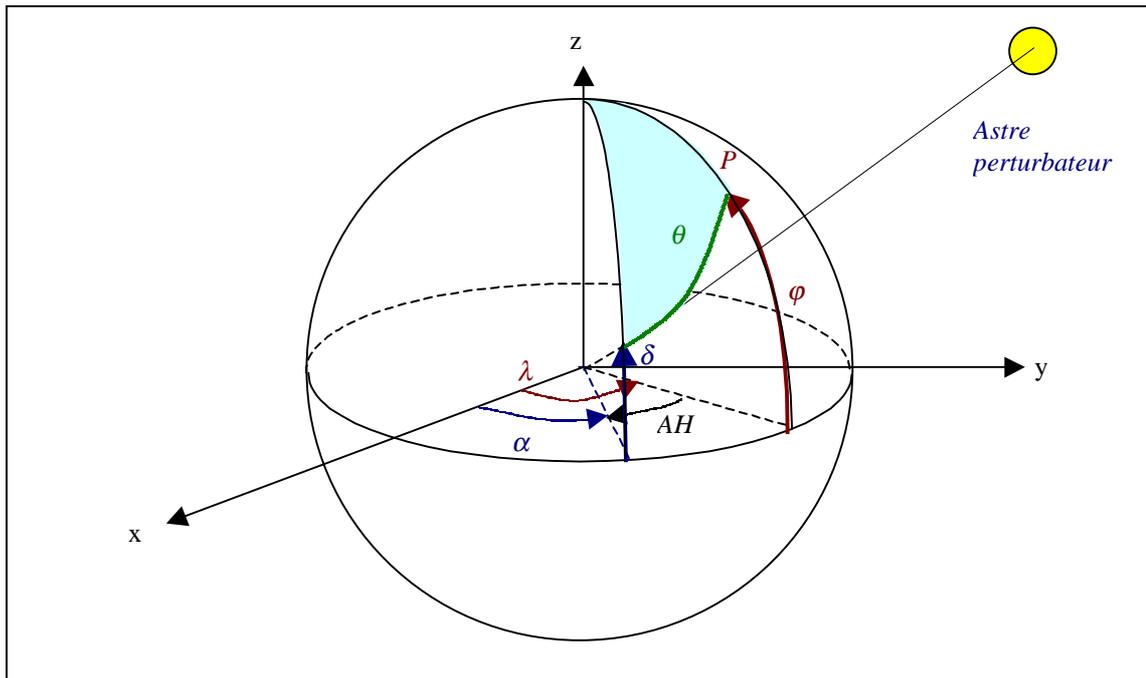


Figure 10 : Coordonnées horaires d'un astre perturbateur

Soit :

- $\alpha$  la longitude et  $\delta$  la latitude (ou déclinaison) de l'astre perturbateur ;
- $\lambda$  la longitude et  $\varphi$  la latitude du point P où s'applique la force génératrice ;
- $AH = \lambda - \alpha$  définit l'angle horaire de l'astre perturbateur par rapport à la rotation de la Terre ;

### 4.3.2 Interprétation du potentiel en coordonnées horaires

En considérant le triangle coloré de la Figure 10, la relation fondamentale de la trigonométrie sphérique nous donne :

$$\cos \theta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos AH \quad (4.17)$$

En reportant (4.17) dans (4.15) et en ne considérant qu'un astre, nous avons après simplifications :

$$\Pi_A = c_L \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^3 \left( \begin{array}{l} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta \cos(2AH) + \\ \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos AH + \\ \frac{1}{3} (3 \cos^2 \varphi - 1)(3 \cos^2 \delta - 1) \end{array} \right) \quad (4.18)$$

Les trois termes de la somme de (4.18) ont une dépendance différente en fonction de  $AH$ , angle horaire de l'astre perturbateur considéré :

- Le terme  $\cos^2 \varphi \cos^2 \theta \cos(2AH)$ , dépendant de  $2AH$ , est minimum et maximum sur deux méridiens Est opposés de  $90^\circ$  (et leurs complémentaires respectifs à l'Ouest) par révolution de l'astre autour de la Terre. Sa périodicité est donc semi-diurne. Son signe ne dépend que de celui de  $\cos 2AH$ . Donc, sur un même méridien son signe reste constant. On parle de répartition spatiale *sectorielle*.
- Le terme  $\sin 2\varphi \sin 2\delta \cos AH$ , dépendant de  $AH$ , n'est qu'une fois minimum et maximum sur un méridien Est (et son complémentaire à l'Ouest) par révolution de l'astre autour de la Terre. Sa périodicité est donc *diurne*. Son signe est dépendant de la position de l'astre. On parle de répartition spatiale *téssérale*.
- Le terme  $\frac{1}{3} (3 \cos^2 \varphi - 1)(3 \cos^2 \delta - 1)$  ne dépend pas de  $AH$ . On dit que c'est un terme *longue période*. On parle de répartition spatiale *zonale*.

## 4.4 Le potentiel dans le système Terre-Lune-Soleil

### 4.4.1 Caractéristiques astronomiques

Comme nous l'avons vu précédemment, les variations du potentiel générateur des marées sont la conséquence des mouvements des deux astres perturbateurs : la Lune et le Soleil. Définir l'orbite de la Lune autour de la Terre et l'orbite apparente du Soleil autour de la Terre (la Terre tourne autour du Soleil!) est essentiel pour déterminer ce potentiel. Il est nécessaire ici de définir la notion d'*écliptique* : c'est le plan dans lequel évolue le Soleil sur son orbite apparente. Les positions de la Lune et du Soleil peuvent être définies par rapport à l'écliptique dans un système de coordonnées écliptiques. Les coordonnées angulaires sont la longitude et la latitude

écliptiques. La longitude est mesurée par rapport au *point vernal*  $\gamma$  (ou *équinoxe de printemps*) qui est le point sur la ligne d'*équinoxe* (intersection de l'équateur de la Terre et de l'écliptique) où le Soleil coupe le plan équatorial le 21 mars. Ce point d'équinoxe vernal a une position qui varie très lentement au cours des siècles. La latitude est mesurée par rapport au plan de l'écliptique. La déclinaison du Soleil est maximale au moment des *solstices*. Le *Soleil moyen* est le Soleil fictif qui évolue le long de l'écliptique à une vitesse horaire constante.

La distance moyenne de la Terre au Soleil est de 149,6 millions de kilomètres. Le Soleil évolue dans le plan de l'écliptique qui fait un angle  $\varepsilon$  (*obliquité de l'écliptique*) avec l'équateur terrestre variant peu au cours du temps : environ  $23,45^\circ$ . L'*excentricité moyenne*  $e$  du Soleil (paramètre définissant le caractère non rigoureusement circulaire de l'orbite solaire) est de 0,017. Le point vernal bouge très légèrement le long de l'écliptique pour faire une révolution sur le plan de l'écliptique en 26000 années environ (*précession luni-solaire*). Le *périgée* solaire (point de l'orbite le plus proche du Soleil) est à 147,1 millions de kilomètres de la Terre. L'*apogée* solaire (point de l'orbite le plus éloigné du Soleil) est à 152,1 millions de kilomètres. Le périgée solaire accomplit une révolution sidérale en 209,4 siècles. La durée d'une révolution de la Terre est d'une *année tropique* soit 365,24 jours.

La Lune est à une distance moyenne de la Terre de 384400 kilomètres. Elle évolue dans le plan de l'orbite lunaire d'excentricité moyenne égale à 0,055. Cette excentricité est moyenne car à cause des perturbations dues au Soleil, elle varie en fait entre 0,044 et 0,067. Son inclinaison moyenne  $i$  par rapport à l'écliptique est de  $5,15^\circ$  et varie entre  $5^\circ$  et  $5,3^\circ$ . Le nœud ascendant lunaire  $\bar{\Omega}$  est le point d'intersection de l'orbite lunaire avec le plan de l'écliptique quand le mouvement de la Lune est dirigé vers le nord. L'inclinaison  $I$  de l'orbite lunaire par rapport à l'équateur varie au cours du temps en fonction de la position de  $\bar{\Omega}$  : de  $18,5^\circ$  quand  $\bar{\Omega}$  coïncide avec  $\gamma$  à  $28,5^\circ$  quand  $\bar{\Omega}$  coïncide avec l'*équinoxe d'automne* (le point diamétralement opposé à  $\gamma$ , c'est-à-dire le point sur la ligne d'*équinoxe* où le Soleil coupe le plan équatorial le 23 septembre). La périodicité de passage de  $\bar{\Omega}$  sur  $\gamma$  est de 18,61 années, ce qui entraîne un mouvement annuel de  $\bar{\Omega}$  dans la direction ouest de  $19,57^\circ$  par an : c'est la *régression*. Par commodité dans l'étude des marées, l'inclinaison de la Lune sur l'écliptique et l'excentricité lunaire variant très lentement dans le temps, des valeurs moyennes dépendant de la date considérée suffisent aux calculs. Le périgée lunaire est à 363296 kilomètres de la Terre. L'apogée lunaire est à 405504 kilomètres. La durée d'une révolution sidérale de la Lune est égale en moyenne à 27,32 jours et celle du périgée lunaire à 8,85 années tropiques.

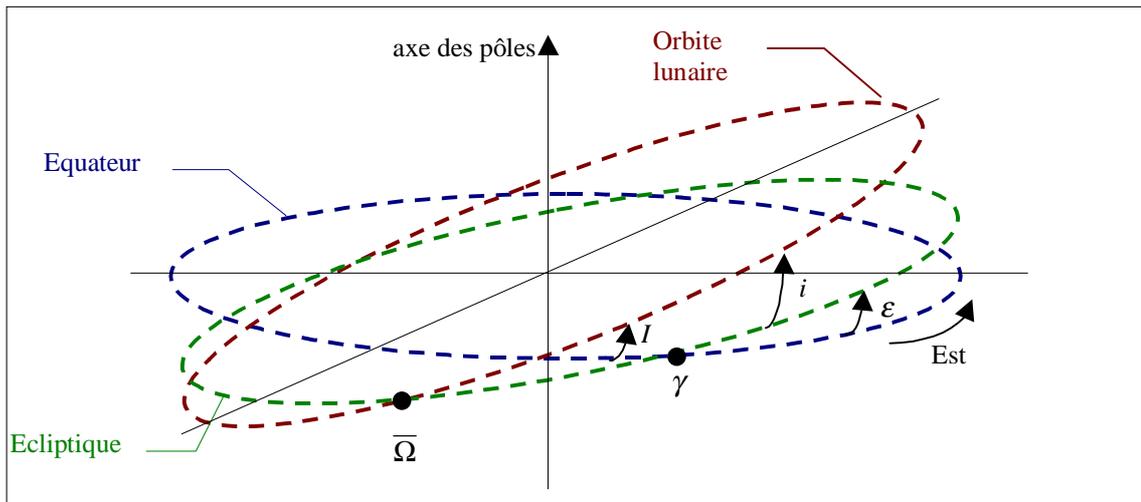


Figure 11 : Caractéristiques des mouvements de la Terre, la Lune et le Soleil

Pendant la durée de rotation de la Terre par rapport aux étoiles fixes (*jour sidéral*), le Soleil s'est déplacé lui aussi le long de l'écliptique dans le sens inverse de la rotation terrestre. Donc le *jour solaire moyen* (passage du Soleil moyen au-dessus d'un même méridien terrestre après une rotation autour de la Terre) est légèrement plus court (23h56min) que le jour sidéral. Au contraire, la Lune se déplace le long de son orbite dans le même sens que l'axe de rotation terrestre. Le jour lunaire moyen est donc plus long que le jour sidéral soit 24h50min28s. Les pleines lunes et les nouvelles lunes ont lieu à chaque fois que la Lune repasse au même point du plan de l'écliptique soit tous les 29,53 jours : c'est la *lunaison*.

Nous avons insisté sur les nombreuses périodes des différents phénomènes résultants de la rotation des astres perturbateurs (Lune et Soleil) autour de la Terre, car elles vont se retrouver dans les périodicités des composantes de la marée. Toutes les périodicités décrites ci-dessus sont incommensurables deux à deux, c'est-à-dire que les mouvements des deux astres perturbateurs n'engendrent pas une force génératrice des marées périodique au sens strict. En effet, il n'existe pas de période au bout de laquelle le phénomène de marée (et donc l'élévation du niveau des océans due aux marées) soit identique. Cependant, il existe une période au bout de laquelle la configuration est quasiment identique. C'est la *période chaldéenne* ou *période de Saros* qui correspond à :

- 241 passages de la Lune au point vernal (*révolution tropique*) soit 6585,5012 jours ;
- 239 passages de la Lune à son périégée (*révolution anomalistique*) soit 6585,5374 jours ;
- 223 lunaisons soit 6585,3211 jours ;
- 222 passages de la Lune au nœud ascendant (*révolution draconistique*) soit 6585,3572 jours ;

- 18 années moyennes (révolution sidérale) soit 6574,3596 jours.

#### 4.4.2 Positions des astres

La théorie solaire de *Newcomb* [1895] donne la position apparente du Soleil en fonction de la longitude écliptique (la latitude écliptique est supposée nulle) et de la distance (sans dimension car rapportée à la distance moyenne : cf. paragraphe 4.4.1) du Soleil par rapport au centre de la Terre. La théorie lunaire de Brown qui prend en compte les effets perturbateurs de la Terre, du Soleil et d'autres astres perturbateurs, donne des positions très précises des mouvements de la Lune. Elle fournit la longitude écliptique, la latitude écliptique et de la distance (sans dimension comme pour la théorie de Newcomb) de la Lune par rapport à la Terre. Ces deux théories combinées permettent de connaître à tout instant les positions précises du Soleil et de la Lune par rapport à la Terre. L'introduction de 5 angles fondamentaux  $s$ ,  $h$ ,  $p$ ,  $N$  et  $p_1$  permet d'exprimer les coordonnées écliptiques du Soleil et de la Lune en fonction du temps. Leurs valeurs ont été données plus haut et sont résumées dans le Tableau 3.

Longitude moyenne	Symbole	Période
Lune	$s$	27,32 jours solaires moyens
Soleil	$h$	365,24 jours solaires moyens
Périgée lunaire	$p$	8,85 années tropiques
Nœud lunaire	$N$	18,61 années tropiques
Périgée solaire	$p_1$	21000 années tropiques

**Tableau 3 : Valeurs des angles fondamentaux des mouvements de la Lune et du Soleil**

Considérons le temps en jours juliens diminué du nombre de jours juliens écoulés au 31 décembre 1899, minuit temps universel. Dans la période julienne, la date d'origine est le 1<sup>er</sup> janvier 4713 avant J.-C. à midi (*calendrier julien*). La journée qui sépare le midi du 1<sup>er</sup> janvier à celui du deux janvier porte le numéro 0. Soit  $T$  le nombre de siècles juliens (soit 36525 jours solaires moyens).

Afin que tous les angles augmentent vers l'est, Doodson a défini  $N' = -N$ . Avec cette convention temporelle, les 5 angles fondamentaux sont alors [*Doodson*, 1921] :

$$\begin{aligned}
 s &= 277,02480 + 481267,89060T + 0,0020T^2 + \dots \\
 h &= 280,18950 + 36000,76892T + 0,0003T^2 + \dots \\
 p &= 334,38530 + 4069,03400T + 0,0103T^2 + \dots \\
 N' &= 100,84320 + 1934,14200T + 0,0021T^2 + \dots \\
 p_1 &= 281,22086 + 1,71920T + 0,0005T^2 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Enfin, le *temps moyen solaire de Greenwich*  $t$  et le *temps moyen lunaire de Greenwich*  $\tau$  par la relation sont définis par :

$$\tau = t - s + h \tag{4.20}$$

Le Tableau 4 donne les périodes des angles fondamentaux.

Angle	Période
$\tau$	1,035 jours
$s$	27,32 jours
$h$	365,24 jours
$p$	8,85 années
$N'$	18,61 années
$p_l$	209,4 siècles

**Tableau 4 : Périodes des angles fondamentaux**

## 4.5 Développement du potentiel

---

Grâce à la décomposition du potentiel générateur en polynômes de Legendre, nous avons exprimé le potentiel en une suite infinie (cf. (4.15)). En outre, comme nous l'avons vu plus haut, il est possible d'exprimer les mouvements des astres perturbateurs responsables de la génération des marées (en l'occurrence pour le système terrestre, la Lune et le Soleil) de manière très précise et linéaire. C'est pourquoi, il est possible de développer ce potentiel générateur en série de fonctions pseudo harmoniques (cf. paragraphe 4.5.1) ou harmoniques (cf. paragraphes 4.5.2 et 4.5.3). Nous nous proposons de donner des développements de ce potentiel générateur sous forme de fonctions sinusoïdales ou non du temps dépendant des coordonnées du lieu d'observation. Ce potentiel va comprendre des termes classés suivant trois types de marées définis par la périodicité des phénomènes générateurs (cf. paragraphe 4.3.2) : les termes longues périodes, les termes diurnes et les termes semi-diurnes.

### 4.5.1 Le développement de Darwin

Darwin présenta le premier développement du potentiel générateur de marée en fonctions sinusoïdales du temps. Il est quasi-harmonique car il contient des pseudo constantes qui varient très lentement dans le temps [Darwin, 1883]. Pour repérer la latitude et la longitude de la Lune, Darwin utilise l'orbite lunaire comme système de référence. Nous n'allons pas reprendre ici les calculs et leurs résultats de Darwin. Un développement complet est disponible dans l'ouvrage de Schureman [1958] (complété dans la seconde édition [Schureman, 1971]) et les résultats principaux sont rappelés dans la thèse de Le Provost [1973]. Ce développement contient 32 termes lunaires et 59 termes solaires. Les noms que Darwin a donnés à chacun de ces termes sont toujours utilisés dans les études et les analyses des marées.

Chaque onde est caractérisée par une appellation symbolique composée d'une lettre pour indiquer le groupe auquel elle appartient ( $M, S, O, N, K, Q, \sigma, \rho, \tau, \chi\dots$ ) et d'un indice pour indiquer sa périodicité :

- $a$  pour annuelle ;
- $m$  pour mensuel ;
- $f$  pour semi-mensuel ;
- $l$  pour diurne ;
- $2$  pour demi-diurne ;
- $3$  pour tiers-diurne...

D'autres notations plus complexes sont mises en place. Nous les verrons dans la suite.

### 4.5.2 Le développement de Doodson

#### 4.5.2.1 La décomposition du potentiel

En 1921, *Doodson* [1921] présenta un développement du potentiel générateur beaucoup plus complet. En s'appuyant sur la théorie lunaire de Brown, il a exprimé les coordonnées de la Lune par rapport à l'écliptique. Ses développements, contrairement à ceux de Darwin, sont purement harmoniques. Ils conduisent à environ 400 composantes du potentiel. Doodson a utilisé les 5 angles fondamentaux ainsi que le temps lunaire moyen (cf. paragraphe 4.4.2) pour positionner les mouvements de la Lune et du Soleil dans le repère copernicien terrestre. Le potentiel  $V_2$  (développement à l'ordre 2 de la série en polynômes de Legendre) est alors exprimé sous la forme :

$$\Pi_A = \Pi_{20} + \Pi_{21} + \Pi_{22} \quad (4.21)$$

avec :

- pour les ondes longues périodes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi_{20} = \lambda_0 \left[ c_L \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^3 \cos^2 \delta_L \cos(2AH_L) + c_S \left( \frac{R_{0S}}{R_S} \right)^3 \cos^2 \delta_S \cos(2AH_S) \right] \\ \lambda_0 = \frac{1 - 3 \sin^2 \varphi}{2} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

- pour les ondes diurnes :

$$\begin{cases} \Pi_{21} = \sin \varphi \left[ c_L \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^3 \sin \delta_L \cos(AH_L) + c_S \left( \frac{R_{0S}}{R_S} \right)^3 \sin \delta_S \cos(AH_S) \right] \\ \lambda_1 = \sin \varphi \end{cases} \quad (4.23)$$

- pour les ondes semi-diurnes :

$$\begin{cases} \Pi_{22} = \lambda_2 \left[ c_L \left( \frac{R_{0L}}{R_L} \right)^3 \left( \frac{2}{3} - 2 \sin^2 \delta_L \right) + c_S \left( \frac{R_{0S}}{R_S} \right)^3 \left( \frac{2}{3} - 2 \sin^2 \delta_S \right) \right] \\ \lambda_2 = \cos^2 \varphi \end{cases} \quad (4.24)$$

Les  $\lambda_i$  sont appelés les *facteurs de latitude* : ce sont eux qui déterminent le type de la marée. Ils dépendent de  $\varphi$  la latitude à laquelle le potentiel s'exerce. Les coefficients  $c_L$  et  $c_S$  sont définis dans le paragraphe 4.2.2.3.  $\delta_L$  et  $\delta_S$  sont les déclinaisons respectives de la Lune et du Soleil, et  $AH_L$  et  $AH_S$ , leurs angles horaires respectifs.

#### 4.5.2.2 Les composantes principales du développement

Pour obtenir son développement du potentiel, Doodson a calculé chacun des trois termes de (4.21) sous la forme :

$$\Pi_{2k} = \lambda_k(\varphi) \sum_i \alpha_i \cos[\Theta_i(t)] \quad (4.25)$$

avec :

- $\alpha_i$  les coefficients positifs du développement harmonique ;
- $\Theta_i(t) = A\tau + Bs + Ch + Dp + EN' + Fp_1$  les *arguments astronomiques* (ou *arguments de Doodson*) au méridien de Greenwich avec  $A, B, C, D, E$  et  $F$  des nombres entiers et  $t$  l'heure civile du lieu considéré.

Chaque terme du développement est une *composante* caractérisée par une combinaison de 6 nombres entiers. Doodson a mis en place l'emploi du nombre argument afin d'identifier les composantes. En remarquant que  $A$  est toujours positif et que  $B, C, D, E$  et  $F$  sont toujours compris entre -4 et +4, le nombre argument  $\eta$  est :

$$\eta = A.10^5 + (B + 5).10^4 + (C + 5).10^3 + (D + 5).10^2 + (E + 5).10 + (F + 5) \quad (4.26)$$

Les composantes ayant le même  $A$  constituent une *espèce*. Les composantes qui ont le même  $A$  et le même  $B$  constituent un *groupe*. Enfin, celles qui ont le même  $A$ , le même  $B$  et le même  $C$  constituent un *sous-groupe*.

Nous reportons dans le Tableau 5 les principales composantes et leurs caractéristiques. Tous les coefficients ont été recalculés par nos soins. L'origine de l'onde est Lunaire (L) ou Solaire (S). Ces calculs nous ont permis d'une part de vérifier les calculs de Doodson et d'autre part ajouter les fréquences en radians par secondes des différentes ondes du spectre de marée. Ce tableau corrobore et complète les travaux de Doodson.

De ce Tableau 5, nous pouvons tirer plusieurs remarques. Bien que le développement de Doodson comporte plus de 400 composantes, celles qui sont sélectionnées ci-dessus représentent la plus grande partie de celles du potentiel générateur. Grâce à la période calculée des composantes, nous retrouvons les trois grandes classifications (espèces) des ondes de marée : les longues périodes (périodes supérieures au jour), les diurnes (périodes de l'ordre de la journée) et les semi-diurnes (périodes de l'ordre de la demi-journée). Enfin, ce qui caractérise principalement les trois différentes espèces, c'est  $\tau$ , le temps solaire moyen multiplié par un coefficient égal à 0 pour les longues périodes, 1 pour les diurnes et 2 pour les semi-diurnes.

Nom de Darwin	Nombre de Doodson	Argument de Doodson	Coef. harm. $\alpha_i$	Fréquence (°/h)	Fréquence (rad/s)	Période (jours)	Origine
$M_0$	055.555	-	0,50458	0		-	L
$S_0$	055.555	-	0,23411	0		-	S
$S_a$	056.554	$h - p_1$	0,01176	0,0410667	0,0000001991	365,2594	S
$S_{sa}$	057.555	$2h$	0,07287	0,0821373	0,0000003982	182,6211	S
$S_{ia}$	058.554	$3h - p_1$	0,00427	0,1232040	0,0000005973	121,7493	S
$M_{sm}$	063.655	$s - 2h + p$	0,01578	0,4715211	0,0000022860	31,8119	L
$M_m$	065.455	$s - p$	0,08254	0,5443747	0,0000026392	27,5546	L
$M_{sf}$	073.555	$2s - 2h$	0,01370	1,0158958	0,0000049252	14,7653	L
$M_f$	075.555	$2s$	0,15642	1,0980331	0,0000053234	13,6608	L
$M_{stm}$	083.655	$3s - 2h + p$	0,00569	1,5695548	0,0000076094	9,5569	L
$M_m$	085.455	$3s - p$	0,02995	1,6424078	0,0000079626	9,1329	L
$M_{sqm}$	093.555	$4s - 2h$	0,00478	2,1139288	0,0000102486	7,0958	L
$2Q_1$	125.755	$\tau - 3s + 2p$	0,00955	12,8442862	0,0000622709	1,1678	S
$\sigma_1$	127.555	$\tau - 3s + 2h$	0,01153	12,9271398	0,0000626725	1,1603	L
$Q_1$	135.655	$\tau - 2s + p$	0,07216	13,3986609	0,0000649585	1,1195	S
$\rho_1$	137.455	$\tau - 2s + 2h + p$	0,01371	13,4715145	0,0000653117	1,1135	L
$O_1$	145.555	$\tau - s$	0,37689	13,9430356	0,0000675977	1,0758	L
$\tau_1$	147.555	$\tau - s + 2h$	0,00491	14,0251729	0,0000679960	1,0695	
$M_{11}$	155.655	$\tau + p$	0,02964	14,4966939	0,0000702820	1,0347	L
$M_{12}$	155.655	$\tau + p$	0,01040	14,4874103	0,0000702369	1,0295	L
$\chi_1$	157.455	$\tau + 2h - p$	0,00566	14,5695476	0,0000706352	1,0295	L
$\pi_1$	162.556	$\tau + s - 3h + p_1$	0,01029	14,9178647	0,0000723238	1,0055	S
$P_1$	163.555	$\tau + s - 2h$	0,17554	14,9589314	0,0000725229	1,0027	S
$K_1^L$	165.555	$\tau + s$	0,36233	15,0410686	0,0000729212	0,9973	L
$K_1^S$	165.555	$\tau + s$	0,16817	15,0410686	0,0000729212	0,9973	S
$\psi_1$	166.554	$\tau + s + h + p_1$	0,00423	15,0821353	0,0000731203	0,9946	S
$\phi_1$	167.555	$\tau + s + 2h$	0,00756	15,1232059	0,0000733194	0,9919	S
$\theta_1$	173.655	$\tau + 2s - 2h + p$	0,00566	15,5125897	0,0000752072	0,9670	L
$J_1$	175.455	$\tau + 2s - p$	0,02954	15,5854433	0,0000755604	0,9624	L
$SO_1$	183.455	$\tau + 3s - 2h$	0,00492	16,0569644	0,0000778464	0,9342	L
$OO_1$	185.655	$\tau + 3s + N'$	0,01623	16,1391017	0,0000782446	0,9294	L
$v_1$	195.455	$\tau + 4s - p$	0,00311	16,6834764	0,0000808838	0,8991	L
$\varepsilon_2$	227.655	$2\tau - 2s + 2p + N'$	0,00671	27,3416964	0,0001325563	0,5486	L
$2N_2$	235.755	$2\tau - 2s + 2p$	0,02301	27,9692084	0,0001355985	0,5363	L
$\mu_2$	237.555	$2\tau - 4s + 4h$	0,02777	27,9682084	0,0001355937	0,5363	L
$N_2$	245.655	$2\tau - s + p$	0,17387	28,4397295	0,0001378797	0,5274	L
$v_2$	247.455	$2\tau - s + 2h - p$	0,03303	28,512583	0,0001382329	0,5261	L
$M_2$	255.555	$2\tau$	0,90812	28,9841042	0,0001405189	0,5175	L
$\lambda_2$	263.655	$2\tau - s - 2h + p$	0,00670	29,4556253	0,0001428049	0,5092	L
$L_2$	265.455	$2\tau + s - p$	0,02567	29,5377626	0,0001432031	0,5078	L
$T_2$	272.556	$2\tau + 2s - 3h + p_1$	0,02479	29,5589333	0,0001433058	0,5075	S
$S_2$	273.555	$2\tau + 2s - 2h$	0,42286	30,0000000	0,0001454441	0,5000	S
$R_2$	274.554	$2\tau + 2s - h - p_1$	0,00354	30,0410667	0,0001456432	0,4993	S
$K_2^S$	275.555	$2\tau + 2s$	0,03648	30,0821373	0,0001458423	0,4986	S
$K_2^L$	275.555	$2\tau + 2s$	0,07858	30,0821373	0,0001458423	0,4986	L

Tableau 5 : Principales composantes extraites du développement de Doodson (calculs de l'auteur)

### 4.5.2.3 Interprétation des composantes

Dans le cas où la Lune serait le seul astre perturbateur évoluant dans le plan équatorial suivant un mouvement circulaire uniforme, la force génératrice des marées engendrerait une élévation périodique sinusoïdale élémentaire du niveau des océans. Cependant, de très nombreuses perturbations rendent cette force beaucoup plus complexe. Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.4, le Soleil exerce aussi une force génératrice des marées. Et ces deux astres perturbateurs ont des mouvements beaucoup plus complexes qu'une simple rotation circulaire dans le plan équatorial. En effet, leurs distances à la Terre varient, leurs orbites sont elliptiques et non circulaires, et elles sont contenues dans un plan dont l'angle varie avec le plan équatorial terrestre. La Lune, le Soleil et la Terre interagissent entre eux et modifient les trajectoires orbitales. Il s'ensuit donc que la force génératrice excessivement complexe des marées peut-être en fait, lord Kelvin fut le premier à l'énoncer, égale à la somme de forces élémentaires qui chacune génère une variation sinusoïdale simple de la surface des océans. Cette interprétation de l'origine des marées revient à considérer qu'elles sont générées par une multitude d'astres fictifs de masses différentes qui évolueraient à différentes distances du centre de la Terre, dans son plan équatorial et suivant différentes périodes de révolution. Ainsi chacune de ces forces élémentaires crée une *onde de marée* en apportant une contribution sinusoïdale aux élévations maritimes qui est caractérisée par une amplitude et une phase. Le développement de Doodson donne ces valeurs. Chacune des variations élémentaires du niveau de l'eau s'appelle une *composante harmonique*. La représentation de ces ondes (amplitude en fonction de la fréquence de l'onde considérée) constitue le *spectre de marée* déterminé à partir des élévations dans le temps du niveau des océans en un point donné. L'*analyse spectrale* permet de différencier les différentes composantes en un lieu donné et l'*analyse harmonique* (calcul mathématique basé sur la théorie du signal) fournit l'amplitude et la phase de chacune de ces composantes.

Le nom donné par Darwin à chacune des composantes de la marée ( $M_2$ ,  $K_1$ ...) caractérise l'origine de la force génératrice élémentaire. Déterminons l'origine des principales ondes de marée suivant l'amplitude donnée par le coefficient harmonique du développement de Doodson (cf. Tableau 5). La composante la plus importante est  $M_2$  (en anglais : M=Moon, 2=semi-diurne). C'est la composante lunaire principale due à un astre fictif de la taille de la Lune évoluant suivant une orbite circulaire dans le plan de l'équateur terrestre. Sa période est de 0,5175 jours soit 12h25min, ce qui correspond approximativement à la période séparant deux basses mers et deux pleines mers le long des côtes atlantiques européennes (la moitié du jour lunaire moyen). Elle est encadrée par plusieurs composantes à variations elliptiques de sa période dont les deux plus importantes sont  $L_2$  l'elliptique lunaire mineure de  $M_2$  et  $N_2$  l'elliptique lunaire majeure de  $M_2$  (la lettre M est entre L et N dans l'alphabet).  $N_2$  est induite par les variations de la distance entre la Terre et la Lune. L'équivalent de  $M_2$  pour la lune est  $S_2$

pour le Soleil (en anglais : S=Sun, 2=semi-diurne) dont la période est exactement 0,5 jours soit 12h00min ce qui correspond à une demi-journée de jour sidéral.  $S_2$  est elle aussi encadrée de plusieurs composantes à variations elliptiques de sa période. Les deux plus importantes sont  $R_2$  l'elliptique solaire mineure de  $S_2$  et  $T_2$  l'elliptique solaire majeure de  $S_2$  (R et T encadrent S). Enfin il existe  $K_2^L$  et  $K_2^S$  deux composantes qui, ayant le même nombre de Doodson et la même période mais dont l'une à pour origine la Lune et l'autre le Soleil, sont dénommées de manière identique. C'est pourquoi  $K_2$  est nommée déclinaisonnelle luni-solaire semi-diurne. Elle est liée à la variation des déclinaisons de la Lune et du Soleil.

Les ondes de l'espèce diurne sont dues à la déclinaison de la Lune et du Soleil. Elles engendrent des inégalités diurnes de la force génératrice des marées. La composante principale est  $K_1$ . Tout comme  $K_2$ , elle se compose d'une partie lunaire,  $K_1^L$  et d'une partie solaire  $K_1^S$ .  $K_1$  est nommée déclinaisonnelle luni-solaire diurne. Sa période est de 0,9973 jours soit 23h56min11s.  $O_1$  est la composante lunaire diurne principale et est induite par les variations de la déclinaison de la Lune.  $P_1$  est la composante solaire diurne principale et est générée par les variations de déclinaison du Soleil.  $K_1$  et  $O_1$  sont encadrées de plusieurs composantes qui correspondent à des variations elliptiques par rapport à leurs périodes. Ainsi,  $Q_1$  est la composante elliptique majeure de  $O_1$ .

Enfin, l'espèce des longues périodes est plus particulière.  $M_0$  et  $S_0$  correspondent aux termes permanents de la marée.  $M_0$  est l'onde lunaire permanente et  $S_0$  est l'onde solaire permanente. En considérant une Terre entièrement recouverte d'une fine pellicule d'eau correspondant aux océans, l'équilibre statique est tout le temps vérifié pour les ondes longues périodes. Les continents ont donc très peu d'influence sur cette espèce d'onde. Dans le développement harmonique de Doodson, la Terre est supposée rigide, ce qui n'est pas le cas. En effet, elle présente une certaine élasticité, qui fait que la force génératrice des marées s'applique, elle aussi, aux continents et aux terres submergées. La marée calculée n'est donc pas la marée réelle, car le plancher océanique se soulève et s'abaisse lui aussi. Il faut donc tenir compte de ce phénomène pour obtenir la marée réelle. Les termes permanents de la marée sont représentatifs de ce phénomène. En général, leurs effets sont pris en compte dans le phénomène des marées terrestres qui sont soustraites aux marées calculées pour accéder à la marée réelle (cf. Chapitre 6).  $S_a$  est l'onde solaire annuelle (en anglais : S=Sun, a=annual) due aux variations de la longitude moyenne du Soleil par rapport à son périhélie. Sa période est légèrement supérieure à l'année tropique soit 365,26 jours. De même pour la Lune, il existe  $M_m$  qui est l'onde lunaire moyenne mensuelle (en anglais : M=Moon, m=monthly), de période 27,55 jours soit un peu plus que la durée d'une révolution sidérale moyenne de la Lune. Enfin, les variations des déclinaisons du Soleil et de la Lune engendrent respectivement  $S_{sa}$  (en anglais : S=Sun,

sa=semi-annual) l'onde déclinatoire solaire semi-annuelle et  $M_f$  (en anglais : M=Moon, f=fortnightly) l'onde déclinatoire lunaire semi-mensuelle.

### 4.5.3 Le développement de Cartwright et Tayler

Ce développement [Cartwright and Eden, 1973; Cartwright and Tayler, 1971] a été calculé numériquement pour vérifier les résultats de Doodson. Il utilise des éphémérides de grandes précisions pour la Lune et le Soleil ainsi que de nouvelles constantes astronomiques. Les auteurs ont exprimé le potentiel générateur des marées sous la forme :

$$V = Re \left[ g \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} c_{lm}^*(t) W_{lm}(\lambda, \varphi) \right] \quad (4.27)$$

$c_{lm}^*(t)$  étant le conjugué complexe qui correspond à la marée d'équilibre à Greenwich, de degré  $l$  et d'ordre  $m$ . Les parties réelles et imaginaires de  $c_{lm}^*(t)$  comprennent les paramètres nodaux [Munk and Cartwright, 1966]. Les  $W_{lm}$  sont les harmoniques sphériques complexes qui dépendent uniquement du lieu considéré :

$$W_{lm}(\lambda, \varphi) = N_{lm} P_m(\sin \varphi) e^{im\lambda} \quad (4.28)$$

avec :

- $P_m$  le polynôme de Legendre ;
- $N_{lm}$  des facteurs de normalisation.

Les facteurs de normalisation sont donnés par :

$$N_{lm} = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \quad (4.29)$$

Cartwright et Tayler ont directement calculé les éphémérides de la Lune et du Soleil et ils ont pris en compte la très légère variation de l'angle de l'écliptique avec l'équateur terrestre. Ce qui entraîne que leurs coefficients harmoniques du potentiel générateur, contrairement à ceux de Doodson, varient très légèrement dans le temps. Le développement du potentiel par Doodson est analytique tandis que celui de Cartwright et Tayler en extrait les différents termes du potentiel en faisant une FFT (Fast Fourier Transform) d'éphémérides. Cependant, les résultats sont très comparables. Les écarts entre les coefficients harmoniques de Doodson et ceux de Cartwright et Tayler n'excèdent pas 0,1%.

C'est pourquoi, dans la suite de notre étude, nous utiliserons le développement du potentiel générateur de Doodson pour tous nos calculs.

#### **4.5.4 Le développement de Hartmann et Wenzel**

Bien que le développement de Doodson soit de qualité suffisante pour nos travaux sur les marées, il est à noter qu'au cours des années 1990, des développements beaucoup plus précis du potentiel astronomique ont été proposés. En particulier le développement de *Hartmann et Wenzel* [1994; 1995] contient 12935 ondes incluant 1483 ondes directement dues aux effets des planètes. Les auteurs ont pris en considération les potentiels générateurs astronomiques de la Lune, du Soleil et des planètes Vénus, Jupiter, Mars, Mercure et Saturne. Ils ont utilisé des constantes astronomiques et des algorithmes de calculs modernes ainsi que les éphémérides numériques les plus précises qu'ils avaient à disposition. Ces deux auteurs ont ainsi produit le catalogue HW95.



## Chapitre 5

### Les équations générales de la marée

#### 5.1 Présentation du chapitre

Les développements du potentiel générateur de la marée du chapitre précédent nous permettent d'envisager une résolution de la marée par des méthodes harmoniques. L'introduction des équations de marées en plein océan et en petits fonds va nous permettre de modéliser la marée. En particulier la linéarisation du coefficient de frottement autorise la résolution de ces équations tout à la fois en zones pélagiques et en zones littorales. Cette linéarisation fait apparaître d'autres ondes non harmoniques présentes dans le spectre de marée qui seront caractérisées.

#### 5.2 Réponse de l'océan à l'excitation du potentiel générateur

##### 5.2.1 Equations des ondes longues

###### 5.2.1.1 Equations de Navier-Stokes

La mécanique des fluides nous donne les équations du mouvement d'un fluide de viscosité constante en milieu tournant. Ce sont les *équations de Navier-Stokes* [Gill, 1982] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \mathbf{u} = 0 \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \end{array} \right. \quad (5.30)$$

avec :

- $\mathbf{u}$  : la vitesse d'une particule d'eau ;

- $\rho$  : la masse volumique de l'eau ;
- $\mathbf{g}$  : la pesanteur supposée constante ;
- $p$  : la pression de l'eau ;
- $\boldsymbol{\Omega}$  : le vecteur de rotation de la Terre supposé constant ;

La première équation de (5.30) est l'équation de continuité (ou équation de conservation de la masse) et la deuxième est l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Par définition la dérivé particulaire est :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla\mathbf{u}$$

### 5.2.1.2 Hypothèse des ondes longues

Dans le cadre de l'étude des marées océaniques la résolution des équations de la marée est complexe. Il faut les simplifier pour obtenir les équations de Laplace [Pekeris and Accad, 1969]. Ainsi, plusieurs approximations (légitimes comme nous allons le voir) doivent être faites. C'est pourquoi, nous assimilerons l'eau à un fluide incompressible. Nous négligerons les effets de la turbulence et donc, nous ne tiendrons pas compte des effets de viscosité. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes définies en (5.30) se simplifient et deviennent dans le repère terrestre  $\mathfrak{R}$  défini dans le paragraphe 3.3.1 :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p - 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nabla\Pi - \frac{1}{\rho}\mathbf{F}_f \end{cases} \quad (5.31)$$

avec :

- $\mathbf{u}$  : la vitesse d'une particule d'eau ;
- $\rho$  : la masse volumique constante de l'eau puisqu'elle est supposée incompressible ;
- $\mathbf{g}$  : la pesanteur supposée constante ;
- $p$  : la pression de l'eau ;
- $\boldsymbol{\Omega}$  : le vecteur de rotation de la Terre supposé constant ;
- $\Pi$  : le potentiel astronomique générateur des marées ;
- $\mathbf{F}_f$  : une force de frottement sur le plancher océanique.

Pour étudier les marées, deux hypothèses supplémentaires sont à considérer :

- la composante verticale de la vitesse est négligeable devant les composantes horizontales ;
- le fluide est barotrope, c'est-à-dire que sur une même verticale, toutes les particules d'eau se déplacent à la même vitesse (même module, même direction, même sens).

Ces deux approximations constituent l'*hypothèse des ondes longues*. La première hypothèse est justifiée par les observations. L'amplitude de la marée est de l'ordre du mètre, alors que pour les ondes semi-diurnes la période est d'une demi-journée. C'est-à-dire que les ondes de marées parcourent le tour de la Terre (environ 40000 km) en 12h environ et s'élèvent et s'abaissent d'un mètre environ pendant cette même période. Les vitesses verticales sont donc négligeables. La seconde hypothèse se justifie par le fait que les océans sont une couche de fluide mince à la surface de la Terre. En effet, la profondeur moyenne des océans est de l'ordre de 4 kilomètres alors que leurs dimensions horizontales sont de l'ordre du millier de kilomètres. Le déplacement des masses d'eau peut donc être considéré comme uniforme sur toute la colonne d'eau.

En outre à (5.31), il faut ajouter des conditions aux limites, en surface (la pression de l'eau est égale à la pression atmosphérique) et au fond (vitesse normale au plancher océanique donc nulle au fond).

Avec l'hypothèse de la vitesse horizontale nulle, on montre que :

$$p(\lambda, \varphi, t) = P_a + \rho g(h - z) \quad (5.32)$$

avec :

- $P_a$  : la pression atmosphérique à la surface des océans ;
- $h$  : la hauteur instantanée de la colonne d'eau du fond à la surface en un point de coordonnées  $(\lambda, \varphi)$  ;
- $t$  : le temps donné.

Nous avons :

$$h = H + \alpha \quad (5.33)$$

avec :

- $H$  : la profondeur constante d'un océan au point considéré ;
- $\alpha$  : l'élévation de surface due à la marée.

Avec toutes ces hypothèses justifiées dans le cadre de l'étude des marées océaniques qui sont des ondes longues, (5.31) se simplifie en :

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla[(H + \alpha)\mathbf{u}] = 0 \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -g\nabla\alpha - 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nabla\Pi - \frac{1}{\rho}\mathbf{F} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \alpha(\lambda, \varphi, t) \\ \mathbf{u}(u_x(x, y, 0, t), u_y(x, y, 0, t), 0) \end{cases} \quad (5.34)$$

### 5.2.2 Equations linéarisées de la marée

Loin des côtes, les courants de marée sont très faibles, tout comme leurs dérivées spatiales, donc :

$$\|\mathbf{u}\nabla\mathbf{u}\| \ll \|\mathbf{u}\|, \text{ d'où } \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla\mathbf{u} \approx \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} \quad (5.35)$$

De plus, comme nous l'avons vu,  $\alpha$  reste petit devant  $H$  au large donc :

$$H + \alpha \approx H, \text{ d'où } \nabla[(H + \alpha)\mathbf{u}] \approx H\nabla\mathbf{u} \quad (5.36)$$

Enfin, au large, les forces de frottement sont négligeables par rapport aux autres forces en jeu. En effet, la couche turbulente qui se développe par frottement sur le fond est de dimension négligeable par rapport à la colonne d'eau considérée et mise en mouvement par la force génératrice des marées. Donc nous obtenons grâce à (5.35) et (5.36) une linéarisation de (5.34). Ce sont les *équations linéarisées de la marée* :

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + H\nabla\mathbf{u} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -g\nabla\alpha - 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nabla\Pi \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \alpha(\lambda, \varphi, t) \\ \mathbf{u}(u_x(x, y, 0, t), u_y(x, y, 0, t), 0) \end{cases} \quad (5.37)$$

### 5.2.3 Equations des marées littorales

En zones littorales (petits fonds, zones côtières, mers littorales, plateaux océaniques...) les hypothèses faites pour obtenir les équations linéarisées de la marée ne sont plus applicables. D'une part, nous ne pouvons négliger le terme de frottement sur le plancher océanique car la couche limite turbulente développée sur le fond par la colonne d'eau, mise en mouvement par la force génératrice des marées, est de l'ordre de la dimension de cette colonne. D'autre part, nous ne pouvons plus négliger les termes non linéaires des vitesses car les gradients topographiques en petits fonds modifient rapidement la hauteur de la colonne d'eau en mouvement.

Les hypothèses classiques qui caractérisent les marées littorales [Hyacinthe and Kravtchenko, 1967] sont adaptées à notre cas par *Le Provost* [1973] :

- $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_x(x, y, 0, t), u_y(x, y, 0, t), 0)$  : la vitesse verticale est négligeable par rapport aux vitesses horizontales et les composantes de la vitesse ne dépendent pas de la verticale ;
- la viscosité du fluide est négligeable ;
- le frottement de fond équivaut à une force.

Ainsi, cette force de frottement  $\mathbf{F}_f$  est donnée par :

$$\mathbf{F}_f = \frac{C_f}{h} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u} \quad (5.38)$$

avec :

- $h$  : la profondeur d'eau instantanée ( $h = H + \alpha$ )
- $\mathbf{u}$  : la vitesse barotrope horizontale
- $C_f$  : le coefficient de frottement sans dimension de type Chézy

Le coefficient de frottement est déterminé empiriquement. Nous donnons dans les chapitres suivants des ordres de grandeurs et des valeurs de ce coefficient. C'est un terme quadratique.

Avec (5.34) et (5.38), nous obtenons les *équations des marées littorales* :

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla[(H + \alpha)\mathbf{u}] = 0 \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -g\nabla\alpha - 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nabla\Pi - \frac{C_f}{\rho(H + \alpha)} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \alpha(\lambda, \varphi, t) \\ \mathbf{u}(u_x(x, y, 0, t), u_y(x, y, 0, t), 0) \end{cases} \quad (5.39)$$

## 5.3 Influence du coefficient de frottement

---

### 5.3.1 Expression du niveau de la surface océanique due au potentiel

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 4, le potentiel générateur des marées peut se décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales élémentaires. L'expression des équations linéarisées de la marée amène donc à chercher la dénivellation du niveau des océans créée par la force génératrice des marées, dont dérive le potentiel, sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales élémentaires :

$$\alpha(\lambda, \varphi, t) = \sum_k A_k(\lambda, \varphi) \cos(\omega_k t + \varphi_k(\lambda, \varphi)) \quad (5.40)$$

où :

- $A_k$  est l'amplitude de la composante k de la dénivellation due à la marée ;
- $\varphi_k$  est la phase de la composante k de la dénivellation due à la marée ;
- $\omega_k$  est la fréquence de la composante k : elle est donnée par le développement de Doodson.

$A_k$  et  $\varphi_k$  ne dépendent que de la position du point considéré à la surface des océans (latitude et longitude).

En fait une expression plus complète de la dénivellation de la surface libre est donnée par Doodson :

$$\alpha(x, y, t) = \alpha_0(x, y) + \sum_{i=1}^N f_i A_i(x, y) \cos[\omega_i t - g_i(x, y) + (V_0 + u)_i(t)] \quad (5.41)$$

avec :

- $\alpha_0$  le niveau moyen ;
- $A_i$  l'amplitude de l'onde i ;
- $\omega_i$  la fréquence de l'onde i ;
- $g_i$  le déphasage de l'onde i par rapport au passage de l'astre perturbateur au méridien de Greenwich ;
- $V_0$  la phase de l'astre perturbateur à l'origine des temps ;
- $f_i$  le coefficient de correction nodale d'amplitude pour l'onde i.
- $u_i(t)$  le coefficient de correction nodale de phase pour l'onde i ;

Les coefficients de correction nodale représentent les très faibles variations des nœuds des astres perturbateurs sur l'écliptique. Des valeurs de ces coefficients sont données par *Schureman* [1958].

### 5.3.2 Expression des vitesses dues au potentiel

Comme les vitesses de marées dérivent directement de la dénivellation, nous pouvons aussi rechercher ces vitesses sous la décomposition similaire de somme de fonctions sinusoïdales élémentaires :

$$\mathbf{u}(\lambda, \varphi, t) = \sum_k \mathbf{U}_k(\lambda, \varphi) \cos(\omega_k t + \varphi_k(\lambda, \varphi)) \quad (5.42)$$

### 5.3.3 Introduction du coefficient de frottement

L'introduction d'un terme de frottement dans les équations de marées permet une meilleure modélisation du phénomène en zones côtières. Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que les ondes de marées générées par le potentiel astronomique. Ces ondes sont dites *ondes astronomiques*. Cependant, nous allons voir dans la suite que d'autres ondes s'ajoutent au spectre de marée. En effet, du fait de la complexité non-linéaire de la propagation des ondes de marées en petits fonds, des ondes apparaissent. Nous les retrouvons dans la décomposition du terme de frottement de fond. Ces ondes non linéaires apparaissent avec des fréquences supérieures à celles des ondes astronomiques.

Les équations de la marée posent un problème de taille : le coefficient de frottement est un terme quadratique de la vitesse, alors que le reste des équations est linéaire. Linéariser le terme de frottement permettrait donc de linéariser les équations de la marée et ainsi de les résoudre. Dans son travail de thèse, *Le Provost* [1973] a décomposé le terme quadratique de frottement d'une marée multipériodique dans un domaine bidimensionnel, à la condition qu'une composante du spectre de la marée étudiée soit dominante. Par définition une onde de marée est dite dominante, si l'amplitude de sa vitesse est toujours strictement positive et si l'amplitude maximale de sa vitesse dépasse strictement la vitesse résultante créée par l'ensemble des autres composantes. Cette dernière hypothèse est largement vérifiée de par le monde, grâce aux nombreux spectres de marées déduits de l'analyse des signaux relevés par les marégraphes. En général, l'onde dominante est  $M_2$  voire  $K_1$ . C'est donc une constatation expérimentale. *Le Provost* [1973] a cherché les développements limités généralisés de Fourier des deux composantes du coefficient de frottement et en a donné l'expression grâce à une hypothèse, vérifiée expérimentalement dans la Manche, d'existence d'une onde dominante.

### 5.3.4 Décomposition du coefficient de frottement

Les travaux de *Le Provost* [1973] finalisés avec ceux de *Le Provost et al.* [1981] donnent l'expression linéarisée du coefficient de frottement. Cette formulation est rappelée dans le

Chapitre 6 quand nous introduisons les équations spécifiquement utilisées dans le modèle hydrodynamique.

## 5.4 Ondes de marées non astronomiques

---

### 5.4.1 Ondes non linéaires

Grâce à la linéarisation du coefficient de frottement, nous pouvons donc introduire les expressions sinusoïdales (5.40) de la dénivellation dans (5.39). Du fait du terme quadratique  $\mathbf{u}\nabla\mathbf{u}$ , des termes en  $\prod_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$  apparaissent.

Par les formules de linéarisations trigonométriques, nous pouvons simplifier ces produits de fonctions sinusoïdales en :

$$\cos\left[\left(\sum p_i \omega_i\right)t + \Phi\right]$$

avec :

- $p_i$  des entiers négatifs, positifs ou nuls ;
- $\omega_i$  des fréquences des composantes astronomiques de marées ;
- $\Phi$  une phase associée.

Ainsi, des termes provenant de la non-linéarité du coefficient de frottement sont déduits des équations de la marée. Ces termes ont des fréquences particulières qui sont des combinaisons linéaires des fréquences des composantes astronomiques, chacune pondérée par un entier. Ces nouvelles ondes qui apparaissent en petits fonds sont des *ondes d'interactions* de fréquences égales à la combinaison linéaire de deux, trois (ou plus) fréquences des termes du potentiel astronomique. En effet elles sont bien la conséquence de l'interaction de plusieurs ondes astronomiques.

Parmi ces ondes, nous distinguerons :

- les *ondes composées* qui sont dues à l'interaction de plusieurs ondes astronomiques différentes ;
- les *ondes supérieures* qui sont dues à l'interaction d'une onde avec elle-même.

Dans la décomposition du spectre de marée, les ondes composées proviennent en très grande majorité des ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ , et  $O_1$ . Les deux principales ondes qui génèrent des ondes supérieures sont  $M_2$  et  $S_2$ .

Ces ondes sont dénommées en fonction des ondes astronomiques dont elles sont issues. Par exemple :

$$\begin{aligned}
 M_4 &= M_2 + M_2 \\
 MS_4 &= M_2 + S_2 \\
 2MS_2 &= M_2 + M_2 - S_2 \\
 3MN_4 &= M_2 + M_2 + M_2 - N_2
 \end{aligned}$$

Elles sont plus ou moins importantes en petits fonds car elles sont largement dépendantes de la géométrie du milieu où se propagent les ondes astronomiques de marées . En effet, étant formées par le frottement de la colonne d'eau considérée sur le fond océanique, elles sont générées par l'amplification de certaines ondes par résonance ou réflexion sur la rugosité du fond et des côtes. Les ondes non linéaires les plus importantes sont données dans le Tableau 6 [Bessero, 1985].

Nom de Darwin	Nombre de Doodson	Fréquence (°/h)	Période (jours)	Espèce
$2SM_2$	291.555	31,0158958	0,48362298	semi-diurne
$2MS_2$	237.555	27,9682084	0,53632323	semi-diurne
$M_4$	455.555	57,9682084	0,25876253	quart-diurne
$MS_4$	473.555	58,9841042	0,2543058	quart-diurne
$M_6$	655.555	86,9523127	0,17250835	sixième-diurne
$2MS_6$	673.555	87,9682084	0,17051615	sixième-diurne
$M_8$	863.655	115,9364169	0,12938126	sixième-diurne
$3MS_8$	873.555	116,9523127	0,1282574	huitième-diurne

**Tableau 6 : Principales composantes non linéaires**

Il faut noter que certaines ondes non-linéaires ont exactement la même fréquence que certaines ondes astronomiques. Ainsi en est-il de  $2MS_2$  et de  $\mu_2$  (fréquence de 27,9682084°/h) ainsi que de  $2MN_2$  et  $L_2$  (fréquence de 29,5377626°/h). Au cours de l'analyse harmonique d'un signal de marée mesuré, il est donc impossible de distinguer la partie astronomique et la partie non-linéaire de ces ondes de même fréquence.

### 5.4.2 Ondes météorologiques

Nous avons vu que nous pouvons trouver dans le spectre de marée des ondes d'origine non linéaire. Mais ce ne sont pas les seules ondes d'origine non astronomique. En effet d'autres phénomènes qui, s'ils sont périodiques, peuvent générer des ondes périodiques qui s'inséreront

## Les équations générales de la marée

---

dans le spectre. Ainsi, le vent établi ou le réchauffement de l'eau par Soleil peut générer des ondes périodiques. Les trois seules ondes d'origine météorologique prises en compte dans l'étude des marées sont  $S_l$ ,  $S_a$ , et  $S_{sa}$ . Elles font aussi toutes les trois parties du potentiel astronomique mais ont des coefficients très faibles. Leurs origines sont donc principalement météorologiques :

- $S_a$  est due aux variations saisonnières des vents d'alizés et des moussons (d'où cette périodicité annuelle) ;
- $S_{sa}$  est due à l'effet stérique c'est-à-dire l'élévation des eaux de surface dues au Soleil qui, en été, réchauffe plus l'hémisphère Nord alors qu'en hiver, il réchauffe plus les eaux de l'hémisphère sud (d'où cette périodicité semestrielle) ;
- $S_l$  est due à des phénomènes d'alternance entre les brises de mers et les brises de terres, d'où son origine solaire.

Nom de Darwin	Nombre de Doodson	Fréquence (°/h)	Période (jours)	Espèce
$S_a$	056.555	0,0410667	365,2594	longue période
$S_{sa}$	057.555	0,0821373	182,6211	longue période
$S_l$	164.555	15,000000	1,0000	diurne

Tableau 7 : Principales composantes météorologiques

## Chapitre 6

# Le modèle hydrodynamique éléments finis de marées

### 6.1 Présentation du chapitre

---

Dans les chapitres précédents, nous avons simplifié la réponse de l'océan à l'excitation du potentiel astronomique en considérant le plancher océanique indéformable et en ne tenant pas compte des effets internes qu'induisent les marées sur les masses d'eau qu'elles mettent en mouvement. Nous allons maintenant tenir compte de tous ces effets supplémentaires afin de corriger le potentiel générateur astronomique pour obtenir le potentiel dit 'potentiel de marée global'. Puis nous nous intéresserons à la formulation hydrodynamique des équations de marées afin de pouvoir les résoudre sur un maillage éléments finis. Nous donnerons alors un aperçu de la modélisation de la marée par notre code de calcul CEFMO (Code Eléments Finis pour la Marée Océanique).

### 6.2 La marée dans le modèle

---

#### 6.2.1 Définitions

Dans le cas de l'étude des marées océaniques, il faut que nous nous fixions un référentiel. En effet, les variations de hauteur d'eau qu'engendrent le potentiel générateur, doivent être données en fonction d'une origine. C'est pourquoi, il faut tenir compte de toutes les corrections à apporter au potentiel générateur astronomique. Ces corrections sont formulées par la suite sous forme de potentiels qui doivent être ajoutés ou retranchés au potentiel générateur astronomique pour obtenir le potentiel de marées qui est à l'origine des dénivellations constatées sur l'ensemble des océans.

### 6.2.2 Marées terrestres astronomiques

Jusqu'à présent la Terre était considérée comme indéformable, ce qui n'est pas le cas en réalité. La force génératrice s'applique aussi sur les parties terrestres de notre globe. La réponse de la Terre à cette excitation du potentiel est statique et élastique, comme si la Terre était une boule d'acier. Aucun courant de fluide ne peut avoir lieu dans la partie solide. Donc, dans le cas de la Terre, la théorie statique des marées développées par Newton peut s'appliquer. En effet, les mouvements des particules de la Terre ne pouvant qu'être très petits sous l'influence de la force génératrice des marées (la matière considérée est solide et non plus liquide), l'équilibre est quasiment toujours atteint. Ce phénomène entraîne donc une élévation des fonds marins. *Love* [1911] a estimé cette élévation en fonction du potentiel générateur des marées :

$$\delta_T = k \frac{\Pi_A}{g} \quad (6.43)$$

avec  $k$  un nombre de Love estimé constant et égal à 0,6.

### 6.2.3 Perturbations dues aux marées terrestres

Comme la Terre est sensible à l'attraction astronomique, la déformation du volume terrestre induit une nouvelle répartition des charges à l'intérieur de la Terre ce qui entraîne une modification du champ gravitationnel terrestre. Ce phénomène est pris en compte par une correction du potentiel générateur. Cette correction est un potentiel  $\Pi_T$  estimé par *Love* [1911] :

$$\Pi_T = h\Pi_A \quad (6.44)$$

avec  $h$  un nombre de Love constant sur l'ensemble du globe terrestre et égal à 0,3.

### 6.2.4 Effets de charges et d'auto-attraction

Au cours du temps, les marées océaniques modifient la répartition des masses d'eau océaniques. Tout comme la marée terrestre, ceci se traduit par la correction de la dénivellation issue d'un phénomène appelé *effets de charge*. *Farrell* [1972] fut un des premiers à étudier l'effet des surcharges dues aux bourrelets d'eau engendrés par les marées océaniques sur la déformation de la croûte terrestre. En développant en harmoniques sphériques la dénivellation relative du niveau de la mer par rapport à la position locale de la croûte terrestre, *Hendershott* [1972] a montré que la dénivellation issue des effets de charge s'écrit au point de coordonnées  $(\lambda, \varphi)$  :

$$\delta_C = \sum_n h'_n \iint_{ocean} G_n(\lambda, \varphi, \lambda', \varphi') \alpha(\lambda', \varphi') d\lambda' d\varphi' \quad (6.45)$$

avec :

- $h'_n$  : nombre de Love pour l'ordre  $n$  du développement en harmoniques sphériques ;
- $G_n$  : fonction de répartition dépendant de la position ;
- $\alpha$  : la dénivellation de la marée due au potentiel astronomique.

La prise en compte de cette perturbation suppose une connaissance *a priori* de la marée océanique si nous voulons garder le caractère explicite du problème. En outre, de même que pour les marées terrestres, cette dénivellation due aux effets de charge modifie le champ de pesanteur, ce qui amène une autre perturbation du potentiel générateur des marées qui se traduit sous la forme d'un potentiel d'auto-attraction [Hendershott, 1972] :

$$\Pi_C = \sum_n (1 + k'_n) \iint_{ocean} G_n(\lambda, \varphi, \lambda', \varphi') \alpha(\lambda', \varphi') d\lambda' d\varphi' \quad (6.46)$$

avec :

- $k'_n$  : nombre de Love pour l'ordre  $n$  du développement en harmoniques sphériques ;
- $G_n$  : fonction de charge de Green dépendant de la position ;
- $\alpha$  : la dénivellation de la marée due au potentiel astronomique.

Avec cette formulation Francis et Mazzega [1990] ont calculé des cartes mondiales du potentiel de charge qui sont utilisées dans notre modèle, en utilisant la solution mondiale de Schwiderski [1980c]. L'expression de la fonction de charge  $G_n$  est donnée dans leur papier.

### 6.2.5 Potentiel générateur total

Hendershott [1972], fut le premier à prendre en compte toutes les corrections du potentiel développées ci-dessus. Le potentiel total des marées que nous devons utiliser dans notre étude s'écrit donc sous la forme :

$$\Pi - g\delta = (1 + k - h)\Pi_A(\lambda, \varphi) + g \iint \alpha(\lambda', \varphi') G(\lambda, \varphi, \lambda', \varphi') \cos \varphi' d\lambda' d\varphi' \quad (6.47)$$

avec :

- $\lambda, \varphi$  : les coordonnées géocentriques du point considéré (longitude, latitude)

- $a$  : le rayon de la Terre;
- $\alpha$  : la dénivellation de la marée due au potentiel astronomique.
- $\Pi_A$  : le potentiel astronomique de marées;
- $h, k$  : les nombres de Love;
- $G_n$  : fonction de charge de Green dépendant de la position.

## **6.3 Equations du modèle hydrodynamique**

---

### **6.3.1 Equations du modèle**

La formulation des équations utilisées dans le modèle hydrodynamique CEFMO a été initialisée par *Le Provost* [1986] puis développée dans des travaux ultérieurs [*Le Provost et al.*, 1994]. Nous rappelons ici les principales étapes de la formulation des équations hydrodynamiques utilisées dans le modèle CEFMO. Ces équations sont basées sur les équations littorales de la marée océanique et projetées en coordonnées sphériques. La viscosité horizontale est négligée et la dissipation est supposée avoir lieu dans une couche limite mince près du fond. Les non-linéarités provenant des termes d'advection et de dissipation sont résolues par une méthode de perturbation. Nous obtenons ainsi un système harmonique d'équations quasi linéarisées.

Reprenons les équations littorales de la marée introduites dans le Chapitre 5, et tenons compte des corrections à apporter aux forçages et à la position absolue du fond océanique. Rappelons les différentes hypothèses faites sur le fluide océanique qui nous conduisent aux équations utilisées dans le modèle à savoir que ce fluide est :

- à réponse barotrope (c'est-à-dire que les isopressions et les isodensités sont confondues) et de ce fait homogène ;
- incompressible ;
- parfait en dehors de la couche limite du fond (non visqueux , non turbulent) ;
- régi par une loi de frottement quadratique au fond des océans (cette loi est actuellement considérée comme modélisant le mieux le frottement) et caractérisée par un coefficient de type Chézy ;
- à dimensions horizontales très grandes devant les dimensions verticales (hypothèse des ondes longues) ;
- à vitesse verticale très petite devant les vitesses horizontales.

Dans ce cas, l'équation de continuité est :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\mathbf{u}) = 0 \quad (6.48)$$

L'équation du moment dans sa forme non conservative est :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\mathbf{u}\mathbf{u}) + g\nabla\alpha + 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} = \nabla(\Pi - g\delta) - \frac{C_f}{h} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u} \quad (6.49)$$

avec :

- $\alpha$  : l'élévation de surface de l'océan ;
- $\delta$  : la topographie du fond océanique ;
- $H$  : la profondeur d'eau moyenne ;
- $h$  : la profondeur d'eau instantanée ( $h = H + \alpha$ ) ;
- $\mathbf{u}$  : la vitesse barotrope horizontale ;
- $\Pi$  : le potentiel global de marée ;
- $\boldsymbol{\Omega}$  : la rotation terrestre avec le paramètre de Coriolis  $f = 2\Omega \sin \varphi$  ;
- $g$  : la constante de gravité ;
- $C_f$  : le coefficient de friction sans dimension de type Chézy.

Dans les chapitres précédents, la linéarisation du coefficient de frottement nous a permis d'obtenir des relations linéaires pour les équations (6.48) et (6.49). Or nous étudions le phénomène des marées qui est une somme de fonctions sinusoïdales élémentaires. A chaque fonction est associée une composante  $k$  du développement du potentiel générateur qui a une fréquence propre  $\omega_k$ . Nous pouvons donc résoudre les équations (6.48) et (6.49) séparément pour chacune des composantes de la marée. Introduisons la notation complexe associée à la fréquence  $\omega_k$  pour les différentes variables (la dénivellation et les deux composantes de la vitesse). Pour simplifier les notations nous écrirons  $\omega$  au lieu de  $\omega_k$  :

- pour la dénivellation :  $\alpha = \alpha e^{j\omega t}$  ;
- pour les vitesses :  $\mathbf{u} = \begin{vmatrix} \mu e^{j\omega t} \\ \nu e^{j\omega t} \end{vmatrix}$ .

En nous plaçant en coordonnées sphériques, à partir de (6.48) nous obtenons pour la dénivellation :

$$i\omega\alpha + \nabla \cdot H\mathbf{u} = F_\alpha \quad (6.50)$$

et à partir de (6.49) nous obtenons pour les vitesses :

$$(j\omega + r)\mu + (r' - f)v + g \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = gF_\lambda \quad (6.51)$$

$$(r'' + f)\mu + (j\omega + r''')v + g \frac{1}{a} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} = gF_\varphi \quad (6.52)$$

avec :

- $\mathbf{u}(\mu, v)$  la vitesse barotrope ;
- $F_\alpha, F_\lambda, F_\varphi$  les forçages en dénivellation dépendant de la longitude et de la latitude ;
- $r, r', r'', r'''$  les coefficients de frottement exprimés dans le Tableau 8.

Coefficient	Onde dominante	Autres ondes
r	$\frac{C_f}{H} R$	$\frac{C_f}{H} (R + R')$
r'	$j \frac{C_f}{H} R'$	$\frac{C_f}{H} R''$
r''	$-j \frac{C_f}{H} R'$	$\frac{C_f}{H} R''$
r'''	$\frac{C_f}{H} R$	$\frac{C_f}{H} (R - R')$
R	$\frac{\sqrt{\mu_1^2 + v_1^2}}{\sqrt{2}} \left( G_{00} + \frac{G_{02}}{2J_1} \right)$	$\frac{3}{2\sqrt{2}} \sqrt{\mu_1^2 + v_1^2} G_{00}$
R'	$\varepsilon \frac{\sqrt{\mu_1^2 + v_1^2}}{\sqrt{2}} \left( \frac{G_{02}}{2J_1} \sqrt{1 - J_1^2} \right)$	$\frac{3}{2\sqrt{2}} \sqrt{\mu_1^2 + v_1^2} \frac{G_{02}}{2J_1} \frac{\mu_1^2 - v_1^2}{\mu_1^2 + v_1^2}$
R''	0	$\frac{3}{2\sqrt{2}} \sqrt{\mu_1^2 + v_1^2} \frac{G_{02}}{J_1} \frac{\mu_1 v_1}{\mu_1^2 + v_1^2} \cos(\chi_1 - \psi_1)$

**Tableau 8 : Expressions des coefficients de frottements quasi linéarisés**

avec :

- $\mu_1$  et  $v_1$  les modules des composantes de la vitesse de l'onde dominante ;
- $\psi_1$  le déphasage en  $\mu_1$  et  $\chi_1$  le déphasage en  $v_1$  de la vitesse de l'onde dominante ;

- $J_1^2 = 1 - 4 \sin(\chi_1 - \psi_1)^2 \frac{\mu_1 \nu_1}{\mu_1^2 + \nu_1^2}$  ;
- $J = \sqrt{\frac{2J_1}{1+J_1}}$  ;
- $\varepsilon = +1$  si  $-\pi < \chi_1 - \psi_1 < 0$  et  $\varepsilon = -1$  si  $0 < \chi_1 - \psi_1 < \pi$  ;
- $G_{00} = \frac{2^{3/2}}{\pi \sqrt{2-J^2}} E(J)$  ;
- $G_{02} = \frac{2^{5/2}}{\pi \sqrt{2-J^2}} \left\{ E(J) + 2 \frac{1-J^2}{J^2} [E(J) - F(J)] \right\}$  ;
- E et F les intégrales de Legendre de première et deuxième espèces.

Ces coefficients dépendent des caractéristiques des ondes majeures d'où la nécessité d'utiliser une méthode itérative pour résoudre le problème.

Afin de simplifier l'écriture de (6.51) et (6.52), reprenons les notations introduites par *Lyard* [1999] et posons :

$$\mathbf{D} = - \begin{bmatrix} r(\lambda, \varphi) & r'(\lambda, \varphi) \\ r''(\lambda, \varphi) & r'''(\lambda, \varphi) \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

$$\mathbf{M}^{-1} = - \frac{1}{gH} \begin{bmatrix} i\omega + r & r' - f \\ r'' - f & i\omega + r''' \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

soit après inversion ( $\Delta$  étant le déterminant de la matrice carrée  $\mathbf{M}$ ) :

$$\mathbf{M} = - \frac{gH}{\Delta} \begin{bmatrix} i\omega + r''' & f - r' \\ f - r'' & i\omega + r \end{bmatrix} \text{ avec } \Delta = \begin{vmatrix} i\omega + r & r' - f \\ r'' + f & i\omega + r''' \end{vmatrix} \quad (6.55)$$

Posons  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_\lambda \\ F_\varphi \end{bmatrix}$  le forçage complexe de marées.

Sachant qu'en coordonnées sphériques le gradient de la dénivellation  $\alpha$  est :

$$\nabla \alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial r} \mathbf{i} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} \mathbf{j} + \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} \mathbf{k} \approx \frac{1}{a} \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} \mathbf{j} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} \mathbf{k} \quad (6.56)$$

car les variations de la dénivellation sont supposées très petites devant le rayon terrestre. Nous déduisons de (6.51), (6.52), (6.54) et (6.56) :

$$-gH\mathbf{M}^{-1}\mathbf{u} + g\nabla\alpha = g\mathbf{F}$$

Après simplifications nous obtenons les vitesses :

$$\mathbf{u} = \frac{1}{H}\mathbf{M}(\nabla\alpha + \mathbf{F}) \quad (6.57)$$

Nous pouvons alors remplacer  $\mathbf{u}$  donnée par (6.57) dans (6.50) :

$$i\omega\alpha + \nabla \cdot \mathbf{M}\nabla\alpha = F_\alpha + \nabla\mathbf{M}\mathbf{F} \quad (6.58)$$

### 6.3.2 Système hydrodynamique

Soit  $\Omega$  le domaine de modélisation. Posons  $\forall \mathbf{x} \in \Omega$  :

$$S[\alpha](\mathbf{x}) = (i\omega\alpha + \nabla \cdot \mathbf{M}\nabla\alpha)(\mathbf{x}) \quad (6.59)$$

$$\psi(\mathbf{x}) = (F_\alpha + \nabla \cdot \mathbf{M}\mathbf{F})(\mathbf{x}) \quad (6.60)$$

Considérant que les conditions aux limites répondent :

- à la condition de *Neumann* pour les frontières fermées  $\Omega_c$  (limites imposées) ;
- à la condition de *Dirichlet* pour les frontières ouvertes  $\Omega_o$  (glissement le long des frontières).

Le système hydrodynamique à résoudre se résume donc par :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} \in \Omega, S[\alpha](\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) \\ \forall \mathbf{x} \in \Omega_c, \alpha = \alpha_i \\ \forall \mathbf{x} \in \Omega_o, H\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{M}(\nabla\alpha - \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \end{cases} \quad (6.61)$$

### 6.3.3 Expression du système

Nous allons nous intéresser plus particulièrement à l'expression du système hydrodynamique dans le cadre de notre étude. Nous pouvons montrer que le système (6.61) peut s'écrire sous la forme [*Le Provost and Poncet, 1978*] :

$$j\omega \cos\varphi + \frac{\partial}{\partial\lambda} \left( \frac{B}{\cos\varphi} \frac{\partial\alpha}{\partial\lambda} - D \frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial\varphi} \left( \frac{A}{\cos\varphi} \frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} - C \frac{\partial\alpha}{\partial\lambda} \right) = F \quad (6.62)$$

avec  $A, B, C, D$  et  $F$  des fonctions des coefficients de frottements  $r, r', r''$  et  $r'''$  (cf. Tableau 8), de la fréquence  $\omega$  de l'onde de marée considérée, de  $f$  le paramètre de Coriolis et de  $F_\lambda$  et  $F_\varphi$  les forçages de la marée globale. L'expression de ces coefficients est :

- $A = \frac{j\omega + r}{E} ;$
- $B = \frac{j\omega + r'''}{E} ;$
- $C = \frac{r'' + f}{E} ;$
- $D = \frac{r' - f}{E} ;$
- $E = \frac{\alpha^2}{gH} [\omega^2 - f^2 + f(r' - r'') + r'r'' - rr''' - j\omega(r + r''')] ;$
- $F = F_\alpha \cos \varphi + \frac{a}{g} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} (BF_\nu - DF_\mu) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (AF_\nu - CF_\mu) \cos \varphi \right].$

La formulation elliptique de (6.62) nous assure l'existence et l'unicité de la solution, suivant la formulation variationnelle proposée par *Le Provost et Poncet* [1978]. Mathématiquement, la résolution de ce type de problème peut se faire par éléments finis [*Le Provost and Poncet*, 1978].

## **6.4 Résolution par les éléments finis**

---

### **6.4.1 Principe**

Initiés par les travaux de *Schwiderski* [1980a; 1980b; 1986], la plupart des modèles hydrodynamiques globaux de marées océaniques sont résolus sur des grilles éléments finis à pas constant en latitude et en longitude, ce qui empêche un raffinement dans certaines spécificités. Dans notre cas, la résolution des équations définies précédemment se fait sur des grilles éléments finis. Dans notre cas, les éléments finis sont des triangles. En définissant un maillage constitué de ces éléments finis, il est possible de calculer les inconnues des équations de la marée : la dénivellation et les deux composantes de la vitesse de marée. De nombreux travaux préliminaires ont été nécessaires à la mise en place de la résolution globale de la marée par les éléments finis [*Cancel*, 1993; *Genco*, 1993; *Lyard*, 1992; *Poncet*, 1979; *Rougier*, 1979; *Vincent*, 1979].

## 6.4.2 Discrétisation

### 6.4.2.1 Maillage du domaine

Pour les calculs des solutions FES à l'échelle globale, les équations sont résolues sur un maillage global éléments finis. Dans un premier temps la génération d'un maillage étant longue, nous avons réutilisé le maillage élément finis couvrant globalement les océans. Ce maillage fut construit aux cours de différentes thèses [Canceil, 1993; Genco, 1993; Lyard, 1992]. Chacun des auteurs a entrepris des portions de maillage. L'assemblage de ces différentes portions forme le maillage global (cf. Figure 45 du Chapitre 10). Les maillages ont été réalisés avec le mailleur *Trigrid* [1990]. Chaque élément triangulaire du maillage est Lagrange P2, c'est-à-dire que les dénivellations sont calculées pour les 3 sommets des triangles ainsi que pour les 3 milieux des côtés d'un triangle, soit 6 nœuds en tout. Les vitesses sont calculées aux 7 points de Gauss ce qui permet d'obtenir une interpolation des vitesses et de les dériver pour en déduire la dénivellation aux nœuds. La Figure 12 représente un des éléments triangulaires du maillage. Les points noirs représentent les 6 nœuds de calculs et les points rouges, les points de Gauss.

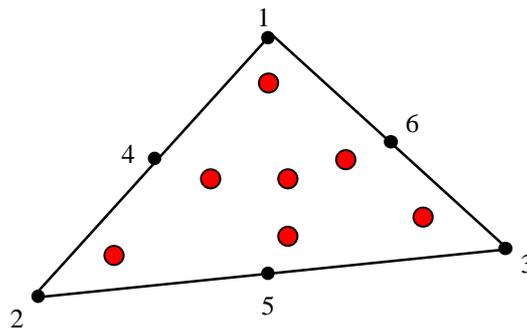


Figure 12 : Élément triangulaire Lagrange P2

Pour bien représenter une onde de marée, *Le Provost et Vincent* [1986] ont proposé un critère local déterminant la distance maximale  $\Delta L$  admissible entre deux nœuds du maillage :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15\omega} \sqrt{gH} \quad (6.63)$$

avec :

- $\omega$  : la fréquence de l'onde de marée considérée ;
- $g$  : la pesanteur supposée constante ;
- $H$  : la profondeur des fonds océaniques au nœud de l'élément triangulaire.

Ainsi, nous avons de grandes mailles pour des eaux profondes et des mailles resserrées pour les zones littorales. Ce critère variant peu avec la pulsation de l'onde considérée, c'est l'onde  $M_2$  qui

a été choisie pour déterminer les tailles des mailles qui sont identiques pour toutes les ondes. L'ordre de grandeur de la distance entre deux nœuds P2 est d'environ 10 kilomètres le long des côtes et d'environ 200 kilomètres en plein océan.

#### 6.4.2.2 Ressources informatiques

Etant donné le nombre de points des maillages éléments finis, les ressources informatiques doivent être importantes pour résoudre les équations de l'hydrodynamique. Les calculs de la dénivellation nécessitent par conséquent une grande place en mémoire vive et du support disque pour effectuer les sauvegardes. C'est pourquoi tous les calculs sont effectués sur les supercalculateurs Cray de l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique). Cet institut fondé en novembre 1993 est le centre majeur du CNRS pour le calcul numérique intensif de haute performance.

Nous donnons pour information, les caractéristiques des supercalculateurs utilisés dans le cadre de notre modélisation hydrodynamique. Les supercalculateurs sont deux machines vectorielles Cray dénommées C94 et C98.

- Processeurs :
  - 4 (C94) et 8 (C98) processeurs vectoriels constructeur ;
  - 1 Gflops crête par processeur (375 Mflops en moyenne) ;
  - fréquence d'horloge de 250 MHz ;
  - Entier et Flottant 64 bits Cray ;
  - 8 registres vectoriels de 128 mots par processeur.
- Mémoire :
  - 256/512 Mmots soit 2/4 Go utilisables par tous les processeurs ;
  - Mémoire segmentée en 256/512 bancs (accès uniforme à mémoire).
- Disques :
  - HOME : 14 Go (30 Mo par groupe en moyenne) ;
  - WORKDIR : 16 Go (1,4 Go par groupe) ;
  - TMPDIR : 30 Go sur C94, 60 Go sur C98 et 17 Go maxi pour un travail batch.

## **6.5 Bilan**

---

Nous avons mis en place les équations de l'hydrodynamiques appliquées aux marées. La résolution de ces équations sur un maillage éléments finis nous permet maintenant de produire des solutions de marées globales à l'échelle mondiale. Notons que cette méthode de calcul a servi de base à la production des solutions de marées FES94.1 [Le Provost *et al.*, 1994] et FES95.2 [Le Provost *et al.*, 1998]. Nous allons voir dans la suite quels sont les paramètres à réviser afin d'améliorer encore la précision de la modélisation des marées par la méthode des éléments finis. Ainsi, nous allons introduire la notion d'assimilation de données afin de tenir compte des informations de terrain grâce à la mesure marégraphique et la mesure altimétrique. En effet, si ces données sont extrêmement intéressantes pour la validation des modèles de marées, elles sont tout aussi intéressantes pour l'amélioration des modèles par l'assimilation. C'est pourquoi, dans la partie suivante, nous nous intéressons tout particulièrement à ces types de mesures afin d'en détacher les qualités et les défauts. Ainsi pourrons les utiliser afin de produire nos futurs modèles.

---

## **Partie II**

# **Observations de la marée**



## Chapitre 7

# Mesures marégraphiques

### 7.1 Présentation du chapitre

---

Dans toute étude visant à modéliser un phénomène physique, il est nécessaire de confronter les sorties de modèles avec des données de terrain. Le domaine de la marée est particulièrement bien doté en mesures in situ. En effet, depuis plus de deux siècles maintenant, de nombreux appareils de mesures ont été déployés le long des côtes de l'océan mondial. Ces appareils fournissent des séries temporelles des variations du niveau de la mer qui, après analyses, permettent d'obtenir les caractéristiques des composantes du spectre de marée à l'endroit de l'appareil. En outre, depuis quelques décennies, de nouveaux types d'appareils ont été placés en zone de grands fonds afin de mesurer la marée et pouvoir agrandir la répartition spatiale des mesures marégraphiques. Des bases de données ont ainsi été constituées pour mieux répondre à la demande scientifique.

Après avoir brièvement introduit les techniques de mesures et d'extraction du signal marégraphique, nous nous proposons de présenter ces bases de données. Puis nous introduirons deux sélections extraites de ces bases dont l'une est représentative de la marée en plein océan et l'autre de la marée en petits fonds.

### 7.2 Mesures marégraphiques

---

#### 7.2.1 Appareils marégraphiques

Les appareils qui servent à mesurer la marée sont les *marégraphes*. C'est en fait un abus de langage car ils ne mesurent pas directement les dénivellations issues de la marée seule. En effet, les marégraphes mesurent les variations du niveau de la mer et c'est l'analyse de ces variations

qui permet d'en déduire les composantes du spectre de marée à l'emplacement de l'appareil. Laplace fut le premier au 18<sup>ème</sup> siècle à mettre en place un marégraphe à Brest durant 3 ans pour obtenir des mesures continues du niveau de la mer. Il voulait vérifier la nouvelle théorie dynamique des marées qu'il avait formulée, afin de montrer les limites de la théorie statique de Newton [Wöppelman, 1997].

Depuis cette époque, de nombreux types de marégraphes sont conçus. Les premiers sont de simples échelles graduées où la hauteur de mer est lue par un opérateur à intervalles réguliers. Puis des *marégraphes mécaniques* (plus connus sous le terme de *marégraphes à flotteurs*) apparaissent. Un système mécanique plus ou moins complexe relève les montées et les descentes d'un bouchon qui flotte à la surface (et donc les variations du niveau de la mer) sur un papier défilant à vitesse constante sur un cylindre. Ce type d'appareil permet de tracer directement sur une feuille la courbe de marée. Cependant, pour acquérir de bonnes mesures, le bouchon ne doit pas être perturbé par des effets de courtes longueurs d'onde, comme la houle ou les vagues, et la mise en place d'un puits de tranquillisation est indispensable bien que parfois difficile à installer. C'est pourquoi, d'autres types de marégraphes ont été construits. Les *marégraphes à pression* ont un capteur de pression au fond de l'eau à une position référencée, qui mesure la hauteur d'eau ainsi que la pression atmosphérique au-dessus d'un point de mesure immergé. Les *marégraphes acoustiques* (où marégraphes à ultrason) possèdent un émetteur acoustique de position référencée, au-dessus de la surface de l'eau qui mesurent la distance à la surface de l'eau grâce à une onde acoustique.

### 7.2.2 Extraction des composantes de la marée

Quel que soit l'appareil utilisé pour mesurer le niveau de la mer, il faut procéder à une analyse du signal mesuré. En effet, comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, c'est la décomposition du potentiel générateur de marée en fonctions sinusoïdales simples qui nous amène à étudier la marée sous la forme d'un spectre d'ondes. Il faut donc faire une analyse du signal temporel de marée pour accéder aux composantes en fréquences. Les fréquences de la marée étant connues, l'analyse harmonique des séries temporelles données par les mesures marégraphiques nous fournissent donc les composantes de la marée à l'endroit où est placé le marégraphe.

---

## 7.3 Bases de données marégraphiques

---

### 7.3.1 Sélection des bases

Comme nous le verrons plus loin, notre besoin de données in situ est important tout autant dans une optique de comparaison de nos sorties de modèles avec les mesures de terrain, mais aussi pour nos besoins de données à assimiler dans nos modèles. Dans les deux cas la qualité requise pour ces données de terrain est essentielle. Dans le cadre de notre étude, nous avons utilisé trois banques marégraphiques :

- la base de données WOCE ;
- la base de données IAPSO ;
- la base de données BHI.

### 7.3.2 Base de données WOCE

Cette base de données marégraphiques a été constituée dans le cadre du World Ocean Circulation Experiment (WOCE) qui est un projet international mettant en place des moyens de mesures associés à des modèles numériques. Ce programme vise à améliorer la connaissance du rôle de la circulation océanique dans les changements du climat terrestre. Ce projet est une composante du World Climate Research Program (WCRP). 25 pays ont contribué à la collecte de mesures in situ et de mesures altimétriques entre 1990 et 1997 afin de caractériser l'océan mondial. Un des objectifs de ce programme a été de constituer une base de données marégraphiques composée de 197 données. La qualité des données est la meilleure disponible à ce jour et les analyses des signaux marégraphiques sont quantitativement importantes car la plupart présentent plus d'une vingtaine d'ondes. Nous donnons Figure 13 la répartition spatiale des appareils de mesures constituant cette base. Les données sont majoritairement situées dans les zones pélagiques et insulaires du Pacifique.

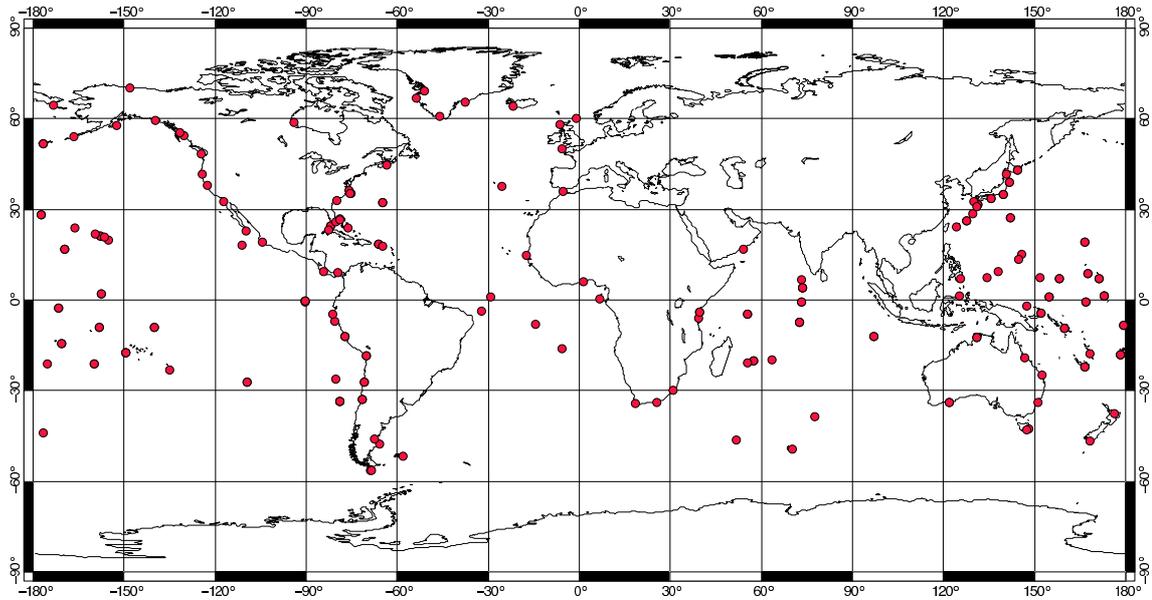


Figure 13 : Base de données marégraphiques WOCE

### 7.3.3 Base de données IAPSO

La base de données IAPSO (Inter-Agency Procurement Services Office) a été construite pour répondre au besoin de mesures marégraphiques de plein océan. En effet, durant de nombreuses années, les moyens techniques ne permettaient pas de mesurer le niveau de la mer ailleurs que dans les petits fonds. Il y a quelques décennies, les progrès en technologie d'appareils maritimes ont permis l'élaboration de marégraphes à pression de grands fonds. Posés pendant plusieurs mois sur des fonds océaniques de plusieurs milliers de mètres, ils enregistrent des séries temporelles (en général horaire) des variations du niveau de la mer en plein océan. Ces données sont d'une valeur scientifique inestimable car elles ne sont pas contaminées par les effets locaux de la topographie côtière et des petits fonds. Elles apportent une information nouvelle aux modèles globaux et peuvent être directement comparées aux données satellitaires. En plein océan, les mesures altimétriques ne sont pas détériorées par les corrections près des zones terrestres. La compilation de 348 données a été publiée en 1992 [Smithson, 1992]. Pour chaque marégraphe, les huit ondes disponibles sont :  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$  et  $P_1$ . La Figure 14 donne la répartition des marégraphes constituant la base.

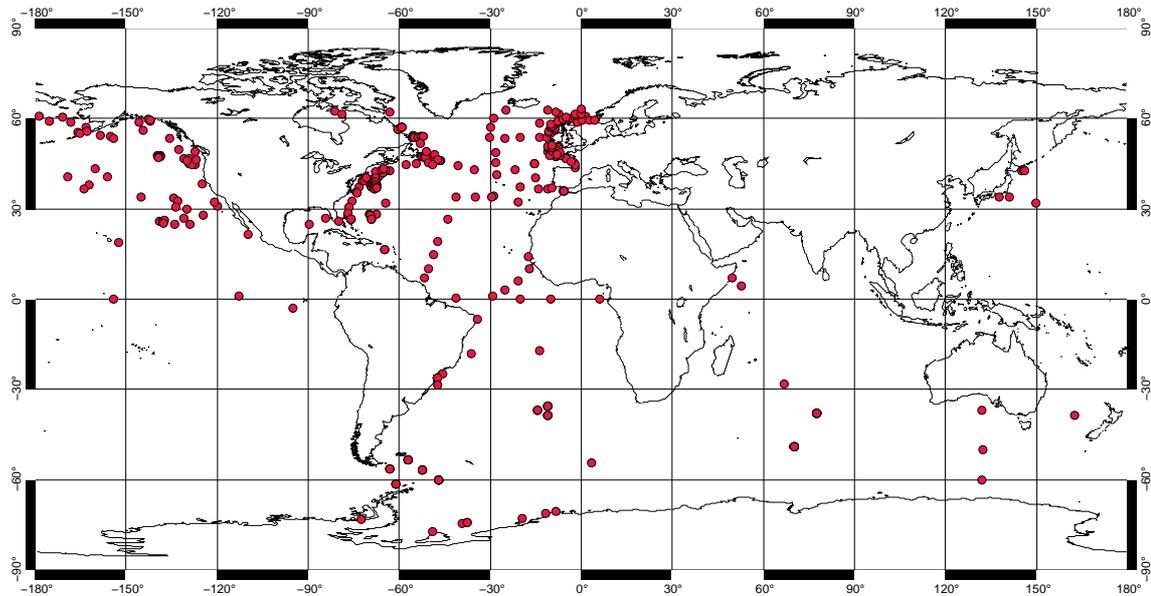


Figure 14 : Base de données marégraphiques IAPSO

Cette base couvre principalement les zones pélagiques de l'Atlantique Nord et du Pacifique Nord. Les données sont issues de marégraphes de fond. Elles sont potentiellement entachées d'une erreur sur la connaissance de la pression atmosphérique au moment des mesures. En outre, ces marégraphes ne mesurent pas les effets stériques journaliers que mesurent les marégraphes mécaniques. Il est donc nécessaire d'appliquer quelques corrections (ou de vérifier qu'elles ont été appliquées) avant d'exploiter leurs données.

#### 7.3.4 Base de données BHI

Comme nous l'avons vu en introduction, de très nombreux instruments de mesure du niveau de la mer ont été disposés le long des côtes du globe terrestre. Répondant à un besoin premier de prédiction locale de la marée, essentiel dans les zones de transport maritime (port, embouchure des rivières...), ils fournissent des séries temporelles très importantes. Cependant, la plupart du temps, la mise en place de ces marégraphes répondait à un besoin spécifique et la qualité de la mesure est très variable, d'autant plus que certaines mesures ont plus de deux siècles maintenant. Cependant un énorme travail de collecte de ces données a été entrepris par le Bureau Hydrographique International pour mettre à la disposition des usagers une base de données marégraphiques la plus complète possible [*International Hydrographic Office, 1979*]. Cette base contient environ 4000 marégraphes le plus souvent situé en zones côtières sur tous les océans du globe (cf. Figure 15).

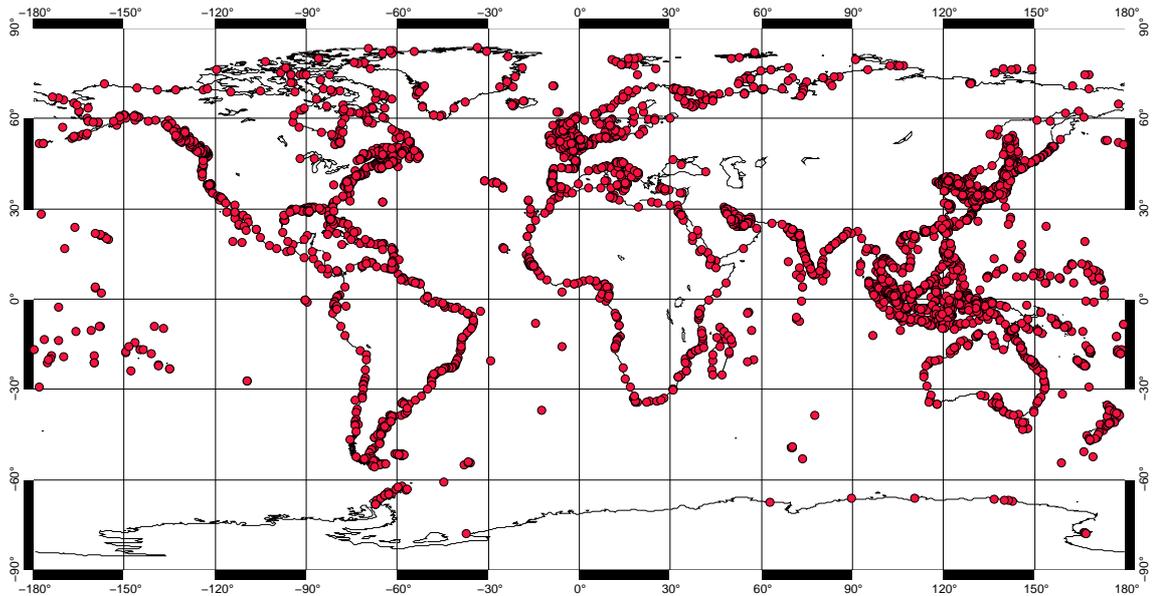


Figure 15 : Base de données marégraphiques BHI

### 7.3.5 Commentaires

Les trois bases introduites précédemment sont très différentes les unes des autres. Les données sont donc à utiliser avec beaucoup de précaution. Les données WOCE sont bonnes et cohérentes car issues d'un même programme international : les signaux de marée ont été analysés de la même façon. La base de IAPSO a été construite relativement récemment et, après quelques vérifications (correction de la marée radiale  $S_2...$ ), peut être utilisée sans problème. Par contre, la base BHI a des origines très variées. Un gros effort d'analyse et de comparaison est donc nécessaire avant d'utiliser ses données.

En outre, comme le montre les Figure 13, Figure 14 et Figure 15, la répartition géographique des marégraphes est très inégale. Les zones de l'hémisphère nord, riches en côtes et ayant été l'objet de programmes plus anciens de mesures des océans, sont nettement mieux pourvues en quantité de mesures que celles de l'hémisphère sud. En particulier, il y a peu de mesures marégraphiques dans l'Océan Indien et dans le sud de l'Océan Pacifique. Nous devons tenir compte de ces différences de densités spatiales dans l'utilisation de ces données marégraphiques.

## 7.4 Base pélagique de référence : ST95

Avec la parution des nouveaux modèles globaux de marée, une base de données marégraphiques extraites de la base WOCE a été construite pour des besoins de comparaison [Shum *et al.*, 1997]. Les 195 données WOCE ont été soigneusement analysées et 95 ont été sélectionnées pour former la base ST95 [Cartwright and Ray, 1991; Le Provost, 1994]. Afin de donner une

idée de l'importance en amplitude des différentes ondes du spectre de marée, nous avons tracé Figure 16 la décomposition harmonique de ce spectre pour l'ensemble de ces 95 marégraphes.

Pour quantifier les composantes de marées nous introduisons une Root Mean Square (RMS) égale à :

$$RMS_{TG N} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_N \frac{1}{2} [(H_{TG} \cos G_{TG})^2 + (H_{TG} \sin G_{TG})^2]} \quad (7.64)$$

avec :

- $N$  le nombre de marégraphes pris en compte ;
- $H_{TG}$  l'amplitude de la marée ;
- $G_{TG}$  la phase de la marée référencée par rapport au méridien de Greenwich.

Les ondes sont classées par ordre d'importance. L'échelle des ordonnées (amplitude en centimètres) est logarithmique.

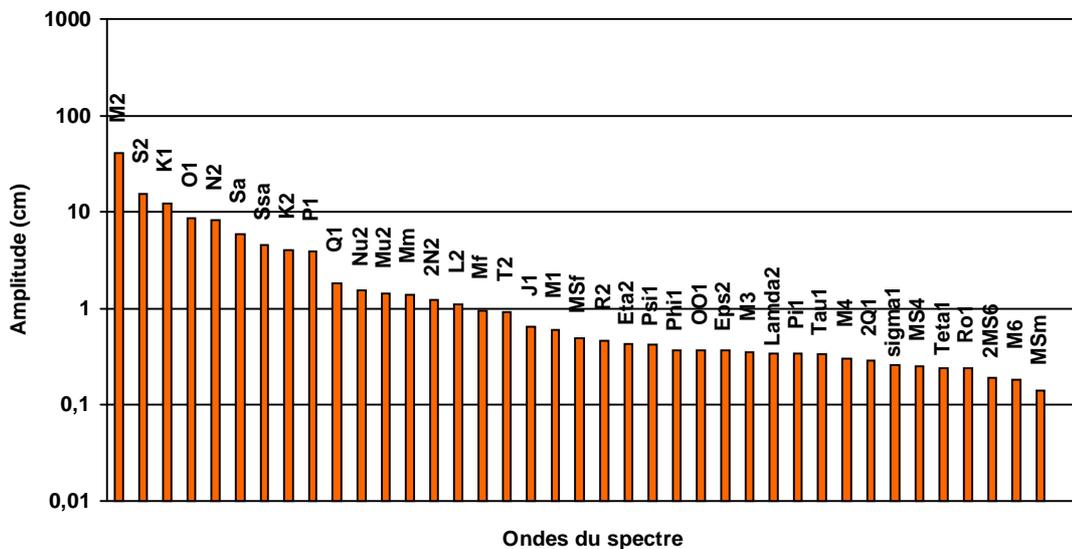


Figure 16 : Décomposition harmonique du spectre de marée pour la base de données ST95

Cette base est représentative des phénomènes de marées qui ont lieu en plein océan. La répartition spatiale de cette base est donnée Figure 17.

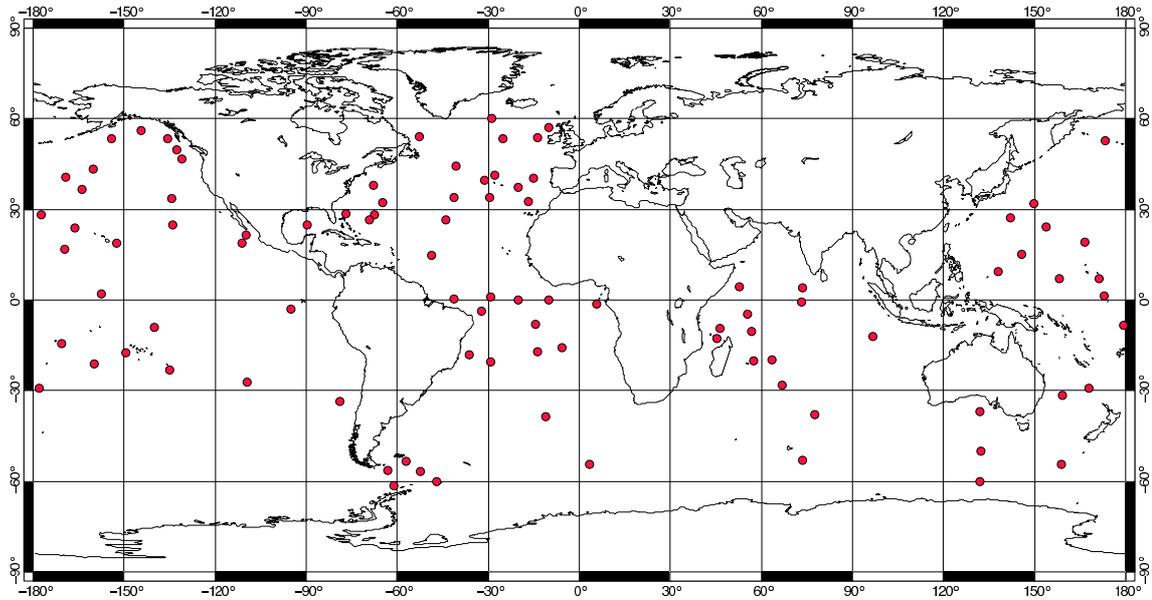


Figure 17 : Répartition spatiale de la base de données ST95

## 7.5 Base côtière de référence : ST727

### 7.5.1 Les besoins

L'évaluation de la qualité d'un modèle global de marée dans les zones de petits fonds est un travail ardu, à cause de la complexité des caractéristiques de la marée le long des côtes et sur les plateaux où les longueurs d'ondes sont plus courtes. Les amplifications régionales sont difficilement prises en compte par ce type de modèle. En effet, les non-linéarités qui y prennent place conduisent à un spectre de marée beaucoup plus complexe qu'en plein océan. La base ST95 n'est représentative que de l'océan profond. Le but de notre travail étant, en particulier, l'amélioration des modèles globaux en zones côtières nous devons de construire une base de données représentative de la marée en petits fonds afin de pouvoir comparer nos sorties de modèles. Par extension, cette base peut devenir un outil de référence pour comparer la qualité des modèles en zones côtières et sur les plateaux.

Ainsi, une autre base de données composée de 727 marégraphes tous situés en zone côtière (ST727, [Lefèvre *et al.*, 1999b]) a été construite pour rendre compte des phénomènes de la marée en petits fonds. Les données ont toutes été extraites de la base BHI.

### 7.5.2 Sélection des côtes

Afin de faciliter la sélection des marégraphes inclus dans la base BHI, nous les avons référencés par rapport à leur position le long des côtes de six zones océaniques :

- L'Océan Atlantique ;
- L'Océan Indien ;
- L'Océan Pacifique ;
- L'Océan Antarctique ;
- Les Mers Arctiques ;
- la Mer Méditerranée.

Afin d'éviter des côtes trop longues (pas plus de 10000 km), ces océans ont été divisés en 26 segments, permettant une meilleure visualisation de la distribution et des propriétés régionales des caractéristiques de la marée. De plus, ces segments ont été sectionnés de telle manière que les caractéristiques des marées le long des côtes soient homogènes. La distribution de ces 26 segments est donnée Figure 18. Les côtes ont été digitalisées avec des portions droites élémentaires de 5 à 20 km de long, ce qui permet de localiser chacun des marégraphes suivant une abscisse curviligne.

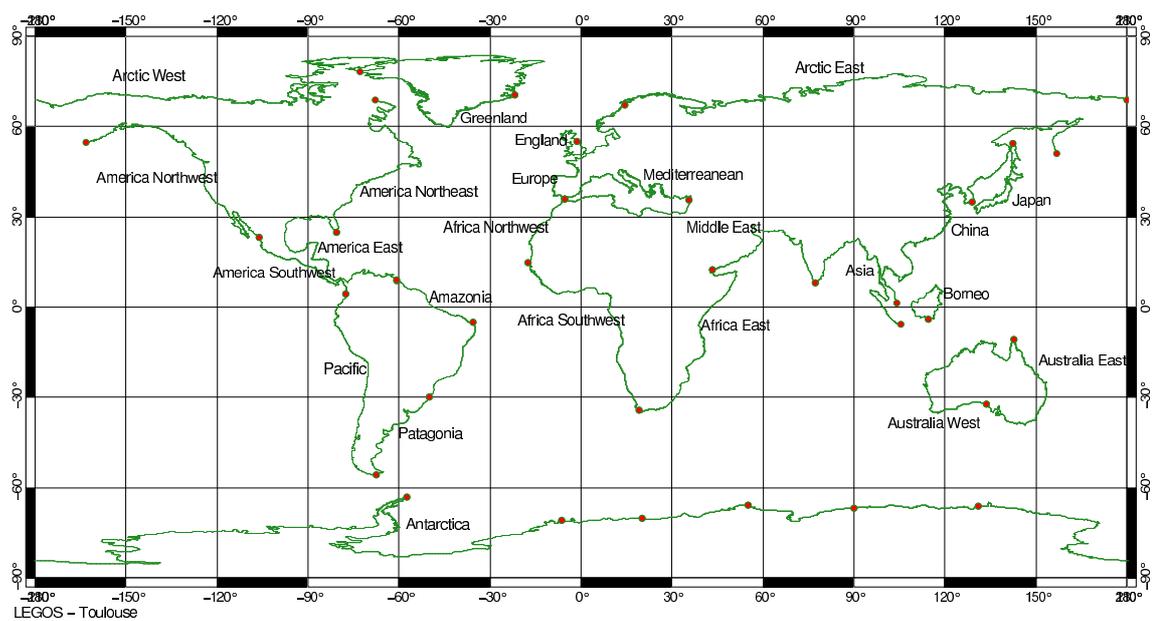


Figure 18 : Sélection des côtes de l'océan mondial

### 7.5.3 Construction de la base

Les 727 marégraphes de ST727 ont été soigneusement sélectionnés parmi la base BHI grâce à plusieurs critères présentés que nous présentons dans la suite.

### 7.5.3.1 Cohérence spatiale

Plusieurs critères de sélection spatiale ont été appliqués sur la position des marégraphes. En premier lieu, toutes les stations situées à plus de 10 km des côtes digitalisées ont été écartées. En second lieu, elles ont été éliminées si elles se trouvaient :

- dans une petite baie (de taille inférieure à l'incrément de digitalisation des côtes) ;
- dans un estuaire ;
- sur la côte d'une île située très près d'une côte continentale ;
- à l'embouchure d'un fleuve ou d'une rivière.

Cette sélection a permis d'exclure tous les marégraphes qui mesurent des effets locaux de marée tels les résonances, les longues étales, les effets non-linéaires extrêmes. L'appellation des stations a en général été d'une aide précieuse pour mieux les localiser.

En dernier lieu, si plusieurs marégraphes étaient co-localisés, seul le marégraphe avec la longueur d'enregistrement la plus longue était sélectionné. En effet, plus la longueur d'enregistrement est longue, moins les données analysées sont sujettes à des problèmes de séparabilité des ondes.

### 7.5.3.2 Comparaison aux modèles globaux CSR3.0 et FES94.1

Comme nous l'avons vu, les données de la base BHI sont d'origines très diverses. Les premières mesures datent du début du 18<sup>ème</sup> siècle. Les décompositions harmoniques des signaux ont été calculées par de nombreux algorithmes différents et par de nombreuses personnes différentes. Il est donc difficile de trouver une homogénéité dans la qualité des données de cette base. C'est pourquoi, afin de déterminer une certaine cohérence de qualité dans les données, nous avons choisi de nous référer à deux modèles globaux de marée océanique : CSR3.0 [*Eanes and Bettadpur, 1996*] basé sur les travaux de *Casotto* [1989] et FES94.1 [*Le Provost et al., 1994*]. La communauté scientifique considérait à l'époque de la construction de ST727 que CSR3.0 était le meilleur modèle altimétrique global de marée et FES94.1 le meilleur modèle hydrodynamique global. Ces deux modèles sont issus de deux approches complètement différentes. Même si CSR3.0 utilise FES94.1 comme solution a priori, ils peuvent tous les deux être considérés comme étant complémentaires pour donner une bonne idée des marées modélisées le long des côtes.

Cependant, ce critère de sélection peut paraître controversé. Est-ce que l'analyse d'une station marégraphique en désaccord avec ces modèles prouve que la décomposition harmonique qui lui est associée est fautive ? Ou bien, au contraire, cette comparaison prouve-t-elle que les modèles

ne sont pas bons dans la zone localisée autour du marégraphe considéré ? La réponse nécessite de plus amples investigations. C'est pourquoi, dans notre cas, nous avons seulement décidé d'écarter les données marégraphiques qui présentaient un écart d'au moins de 20% de différence en amplitude et de  $10^\circ$  en phase avec les deux modèles, exceptés pour des zones de forte dissipation comme le plateau de Patagonie et les Mers de Chine où les modèles globaux sont connus pour imprécis. C'est pourquoi, nous nous sommes appuyés sur des modèles locaux pour la Patagonie [Glorioso and Flather, 1997] et pour les Mers de Chine [Lefèvre et al., 1999c] afin de sélectionner les marégraphes.

### 7.5.3.3 Sélection des données

En appliquant les différents critères énoncés ci-dessus, la base ST727 a été extraite des 3985 données de la base BHI dont nous disposions. La Figure 19 montre la répartition spatiale de cette base. La distribution est assez bonne pour considérer que les principales côtes de l'océan mondial ont bien été prises en compte. Cependant, des îles et des zones comprenant peu de stations ne sont pas incluses dans notre sélection, le but premier ayant été de considérer surtout les côtes continentales.

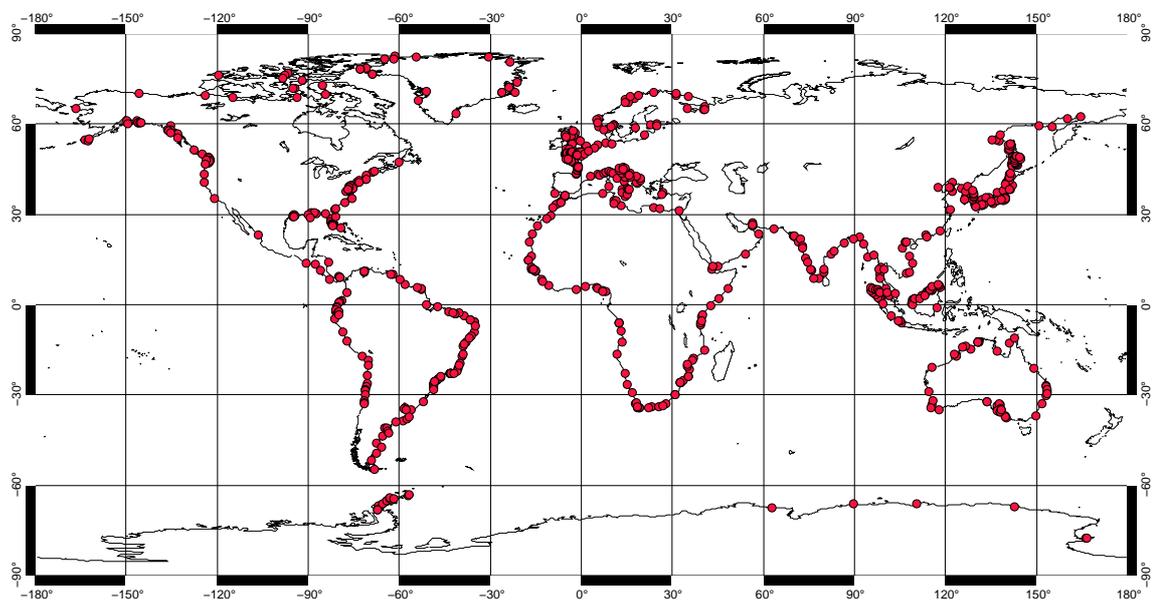


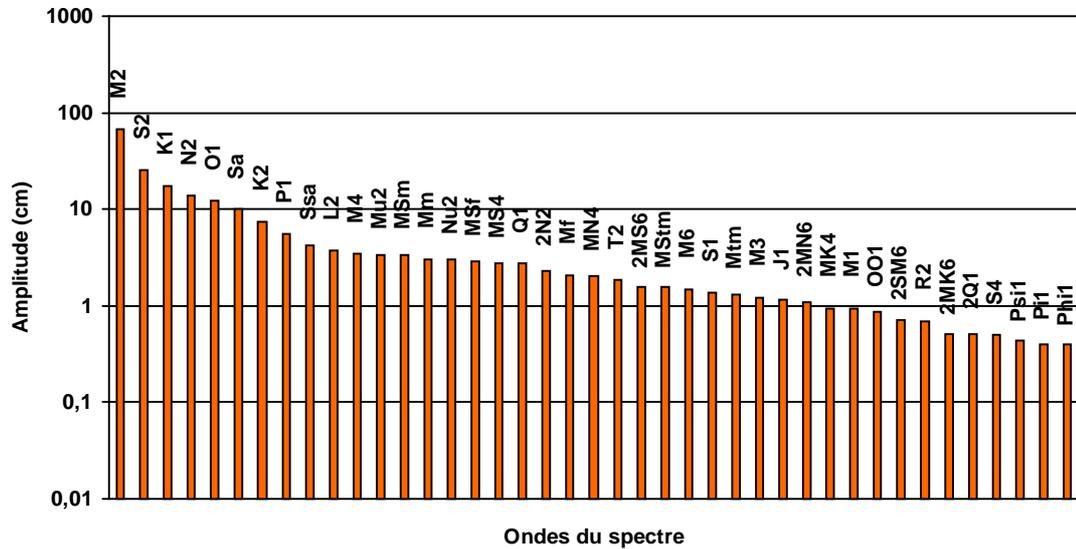
Figure 19 : Répartition spatiale de la base de données ST727

## 7.5.4 Caractéristiques de la base ST727

### 7.5.4.1 Décomposition harmonique

La Figure 20 présente une estimation moyenne de l'amplitude des composantes de ST727. C'est une vue globale des caractéristiques des marées le long des côtes de l'océan mondial. Comme

en plein océan,  $M_2$  et  $S_2$  restent les ondes semi-diurnes les plus importantes.  $K_1$  et  $O_1$  sont les ondes diurnes les plus importantes. Ces constatations dépendent de notre sélection, mais sont,



malgré tout, instructives en terme de composantes harmoniques.

Figure 20 : Décomposition harmonique du spectre de marée pour la base de données ST727

#### 7.5.4.2 Marées semi-diurnes et diurnes le long des côtes

D'importantes différences en amplitudes existent si nous comparons les 6 zones océaniques introduites en 7.5.2. En effet les caractéristiques topographiques et géométriques des bassins océaniques entraînent de nombreuses disparités dans l'ampleur des marées sur la surface océanique mondiale. Nous pouvons les quantifier grâce à ST727.

Ainsi, les ondes semi-diurnes sont plus importantes le long des côtes de l'Océan Atlantique, de l'Océan Pacifique et de l'Océan Indien (cf. Figure 21).

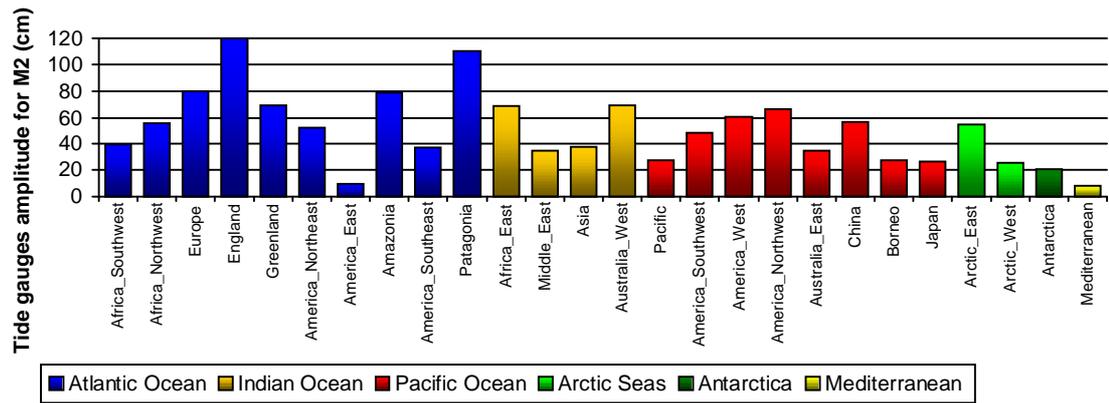


Figure 21 : Amplitude  $M_2$  pour les 26 côtes sélectionnées et leurs marégraphes associés

La Figure 22 illustre, au contraire, que les ondes diurnes sont plus importantes dans l’Océan Pacifique.

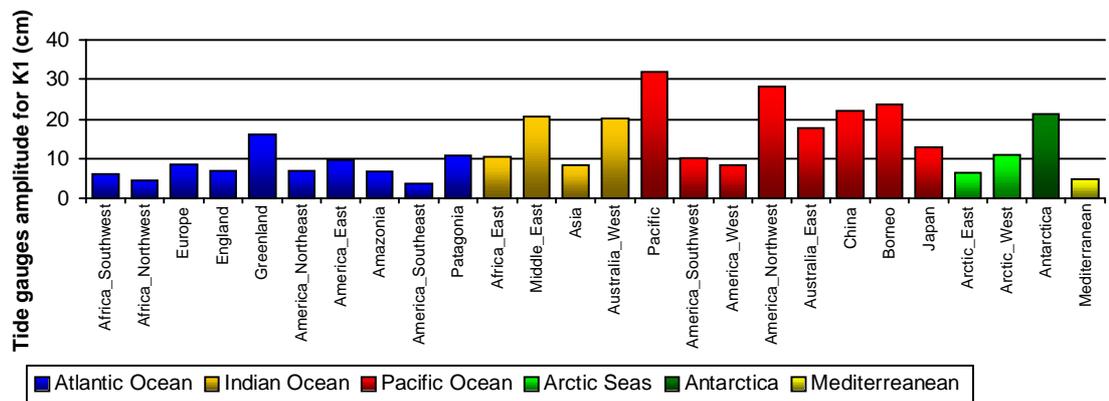


Figure 22 : Amplitude  $K_1$  pour les 26 côtes sélectionnées et leurs marégraphes associés

## 7.5.5 Remarques sur ST727

### 7.5.5.1 Disparité spatiale

Le fait d’avoir construit ST727 en extrayant des données de la base BHI entraîne une disparité spatiale dans notre sélection. Même si la base BHI contient un nombre très important de données marégraphiques, elle reste inhomogène dans l’espace. En effet, s’il y a beaucoup de données le long des côtes de l’Atlantique et du Pacifique Nord, ailleurs, nous pouvons constater un manque crucial de données. Cette remarque est illustrée par la Figure 23 qui présente le nombre de stations de la base BHI par 1000 km de côtes classées suivant les 26 zones introduites en 7.5.2. Les zones polaires, l’Océan Indien et le Sud du Pacifique ont très peu de données. La base BHI est dissymétrique entre les deux hémisphères.

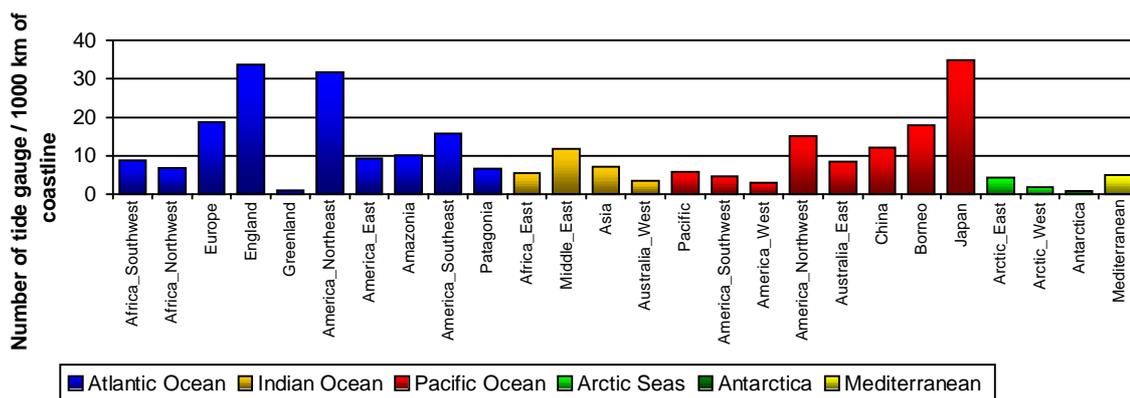


Figure 23 : Nombre de marégraphes BHI par 1000 km de côtes

### 7.5.5.2 Disparité dans l'analyse

La Figure 24 présente le nombre de composantes disponibles pour les stations de ST727. Les ondes ont été classées suivant l'importance de leur amplitude moyenne.

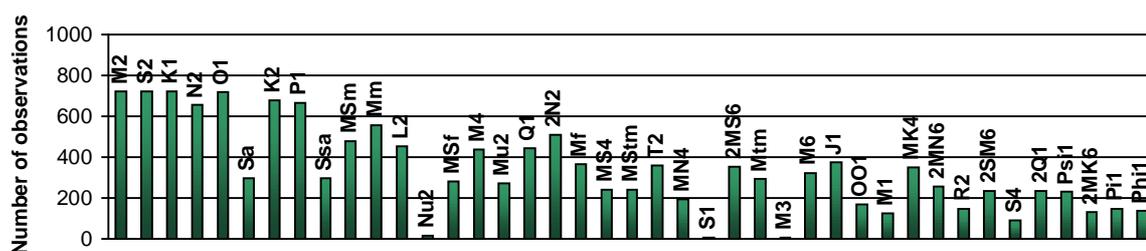


Figure 24 : Nombre de composantes fournies par l'analyse des marégraphes de ST727

Les ondes ter-diurnes et quart-diurnes sont nettement moins bien représentées que les ondes diurnes et semi-diurnes bien qu'elles apparaissent comme étant importantes en terme d'amplitude dans le spectre de marée (cf. Figure 20). Ces ondes ne prennent des amplitudes notables que dans les petits fonds et devraient donc apparaître dans les analyses des séries temporelles des marégraphes de ST727. Ainsi pour compléter ce manque, des analyses plus fines sont nécessaires. La qualité de ST727 est sûrement moins bonne pour les ondes de fréquence plus élevées que pour celles des diurnes et semi-diurnes. En effet la fréquence élevée de ces ondes provoque des variations rapides de niveau de la mer qui sont plus difficilement mesurables.

---

## 7.6 Commentaires

---

### 7.6.1 Différences entre plein océan et petits fonds

Des deux décompositions harmoniques de ST95 et ST727, nous pouvons faire plusieurs remarques :

- $M_2, S_2, K_1, N_2, O_1, P_1$  sont les ondes les plus importantes, que ce soit en grands ou en petits fonds ;
- en plein océan, les ondes météorologiques sont importantes par rapport à la plupart des ondes, mais elles ne le sont pas en petits fonds ;
- les ondes non-linéaires des groupes des ondes quart-diurnes et sixième-diurnes sont quasiment absentes du plein océan, alors qu'elles sont importantes en petits fonds.

Il faut donc tenir compte des ondes non-linéaires dans le spectre de marée quand nous étudions les petits fonds, ce qui n'a pas encore été fait dans le cadre des modèles globaux.

### 7.6.2 Qualité des bases de comparaisons

Les deux bases de comparaisons marégraphiques (ST95 et ST727) que nous avons introduit précédemment, sont toutes les deux issues d'une méticuleuse sélection parmi les bases globales de données disponibles. Les origines de chacun des marégraphes des bases globales sont variées et empêchent de systématiser la sélection de telle ou telle de leurs données. Le travail à entreprendre pour une sélection est donc complexe et n'est résoluble qu'au cas par cas. ST95 a déjà fait ses preuves puisqu'elle est utilisée depuis quelques années comme support de comparaison pour les modèles globaux de marée par rapport à la marégraphie. ST727, dont l'origine est la base BHI, doit en revanche continuer à être validée et donc être utilisée avec plus de précautions.

---

## 7.7 Exemple d'un réseau d'observations : ROSAME

---

### 7.7.1 Les nouveaux réseaux marégraphiques

Accéder à des données marégraphiques par des bases de données est relativement aisé. Cependant, il est difficile de connaître l'origine exacte de ces données et donc de pouvoir estimer leur qualité. En outre, l'acquisition des séries temporelles de ces données est ancienne. Leur acquisition était longue ce qui entraînait après analyse une mise à disposition tardive. C'est

pourquoi depuis plusieurs années, quelques services d'observation mettent en commun une nouvelle génération d'appareils mesurant le niveau de la mer et de nouveaux algorithmes d'analyses des séries temporelles afin de pallier les problèmes de qualité et de délais. L'obtention de données marégraphiques répondant au cahier des charges imposé par ces services est une tâche ardue. Le réseau d'observations marégraphiques ROSAME (Réseau d' Observation Sub-antarctique et Antarctique du niveau de la MER) maintenu par le LEGOS à Toulouse est un des réseaux participant à cette aventure scientifique et technologique. Le site Internet <http://www.omp.obs-mip.fr/omp/legos/francais/obs/rosame/index.htm> donne de plus amples informations sur ROSAME.

### 7.7.2 Thématique scientifique

Le niveau de la mer est un indicateur majeur de la variabilité dynamique et thermodynamique de l'océan aux différentes échelles de temps. Aux échelles saisonnières à interannuelles, les fluctuations climatiques sont gouvernées, pour une très large part, par les échanges entre l'océan tropical et l'atmosphère. Comme le niveau moyen de la mer intègre le champ de densité vertical, il peut ainsi être considéré (combiné à une information sur la salinité) comme une mesure du contenu thermique de l'océan et, plus particulièrement dans les régions tropicales, comme un index de la profondeur de la thermocline. Son observation permet donc de déterminer et de suivre l'évolution de l'état climatologique de l'océan, et d'identifier les caractéristiques de la propagation d' événements baroclines de basse fréquence, dont El Niño est l'illustration la plus spectaculaire.

Aux échelles saisonnières, interannuelles à décennales, l'état thermodynamique de l'océan est lié à la circulation océanique globale, dans ses trois dimensions, et les gradients horizontaux du niveau moyen de la mer donnent en surface la composante géostrophique de cette circulation. L' observation de la topographie de l' océan et de ses variabilités constitue donc une approche dont l' intérêt est désormais bien établi. Sur les bords ouest des océans, où les courants géostrophiques sont les plus intenses (Gulf Stream, Kuro Shivo, Courant du Brésil, Courant des Aiguilles,...), les écarts entre les niveaux instantanés et le géoïde sont de l'ordre du mètre sur des distances de l'ordre de 100 km, et leurs fluctuations, en particulier celles saisonnières, sont clairement identifiables sur les enregistrements marégraphiques et altimétriques. Il en est de même pour les tourbillons de mésoéchelle, dont les signatures sont typiquement de la dizaine de centimètres sur quelques centaines de kilomètres. A l' échelle globale, la faisabilité de l' observation de la topographie de l' océan n' était pas évidente. Les pentes à mesurer sont très faibles, de l'ordre de  $10^{-6}$ . Mais les analyses des données altimétriques des missions TOPEX/Poseidon et ERS1/2. ont apporté la preuve de cette faisabilité, et les résultats

démontrent tout l'intérêt de cette observation de la topographie de l'océan, pour identifier et aider à comprendre les mécanismes en jeu dans la dynamique et la thermodynamique de l'océan, aux échelles saisonnières et interannuelles.

Aux échelles séculaires, enfin, la variation du niveau moyen des océans est reliée aux grandes oscillations climatiques que l'injection accélérée de gaz dans l'atmosphère est en train de perturber, par effet de serre. L'élévation actuelle du niveau de la mer, globalement estimée de l'ordre de 15 cm à 20 cm sur ce dernier siècle, risque de s'accélérer. L'étude de l'évolution à long terme du niveau de la mer vise donc à détecter une signature de cette perturbation.

Ce paramètre est relativement "facile" à observer in situ. D'où la mise en place à la fin des années 1980, d'un réseau coordonné d'observation des variations du niveau de la mer, à l'instigation de la Commission Intergouvernementale d'Océanographie de l'UNESCO: le réseau GLOSS (Global Sea Level Observing System). D'où aussi le développement de l'altimétrie satellitaire. C'est dans ce contexte que le réseau ROSAME a été implanté, comme sous-ensemble de ce réseau mondial, et dans la perspective des programmes altimétriques satellitaires franco-américain T/P, et européen ERS1/2.

Le réseau ROSAME répond à quatre objectifs scientifiques principaux :

- Une nouvelle source d'information pour la validation et l'assimilation de données dans les modèles globaux et locaux de marée.
- Une contribution au traitement et à la validation des mesures altimétriques satellitaires. En ce qui concerne le traitement de ces données, notre apport concerne l'étude des marées à l'échelle mondiale. Il est en effet impératif d'éliminer la contribution des marées du signal altimétrique pour accéder aux signatures de la circulation générale océanique, et pour étudier la réponse régionale du niveau de la mer aux forçages météorologiques, dans le voisinage des sites d'implantation des stations d'observation. En ce qui concerne la validation des mesures altimétriques satellitaires, les stations du réseau ROSAME apportent des données de contrôle particulièrement précieuses car elles sont situées dans une zone où les observations in situ sont rares et difficiles, et où les conditions météo océaniques intervenant dans la détermination des corrections environnementales des altimètres sont particulièrement sévères.
- L'étude de la variabilité du courant Circumpolaire Antarctique, par mesure directe de la pente de la surface de l'océan, entre les îles Crozet, Kerguelen et Amsterdam, et entre Hobart, Macquaries et Dumont d'Urville, en synergie avec les mesures altimétriques satellitaires.

- L'observation des variations à long terme (séculaires) du niveau de la mer dans l'Océan Indien Sud.

Mis en place dans le cadre de WOCE, ce réseau répond maintenant aux objectifs de CLIVAR visant l'étude des variabilités interannuelles à décennales de l'océan. Le dernier objectif relevant par ailleurs de l'évolution séculaire du niveau de la mer, soulignons que ce réseau est appelé à être maintenu sur un très long terme.

### 7.7.3 Antériorité de ce Service

Ce programme a débuté en 1986, sur l'initiative du Laboratoire d'Océanographie du Muséum d'Histoire Naturelle de Paris, puis le programme a été repris par *C. Le Provost*, dans le cadre de WOCE (GLOSS), avec le soutien logistique et financier de l'IFRTP, et des crédits d'investissement de l'IFREMER, du Ministère de la Recherche et du CNRS/INSU. L'objectif central du programme a alors été d'installer 4 stations côtières d'observation du niveau de la mer, à Crozet, Kerguelen, Amsterdam-StPaul et Dumont d'Urville, équipées aux normes WOCE (i.e. avec télétransmission par satellite). Il constitue ce qui s'appelle désormais le réseau ROSAME.

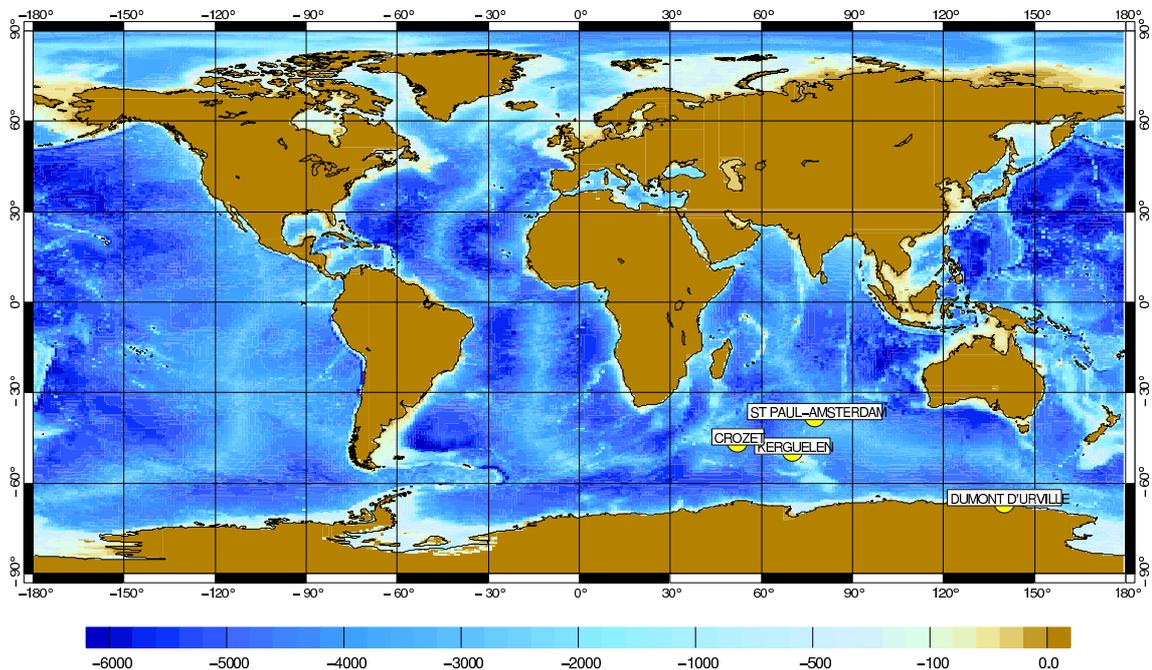


Figure 25 : Localisation des stations du réseau ROSAME sur carte bathymétrique des fonds océaniques (en mètres)

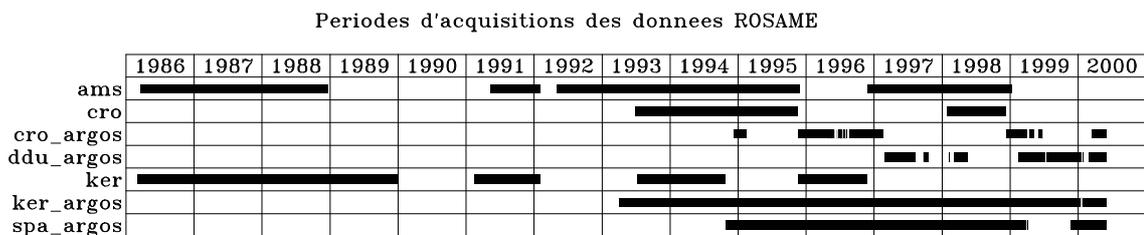
Les quatre stations côtières installées sont :

- la station de Kerguelen (1992) ;
- la station de Saint Paul proche de l'île d'Amsterdam (1994) ;

- la station de Crozet (1994) ;
- la station de Dumont d'Urville (1997).

Les observations sont collectées via le système ARGOS, réceptionnées et validées à Toulouse sur une base hebdomadaire et transmises dans un délai de 15 jours au "Fast Delivery Center" de Hawaii.

Afin de permettre de relier les observations faites à la côte par ces stations aux variations du niveau de la mer au large (considérées comme index de la variabilité des signaux océaniques), le programme d'observation par marégraphes immergés sur les rebord des plateaux a été poursuivi à Kerguelen jusqu'en 1996, et est maintenu à Amsterdam et Crozet. Ce sont les opérations NIVMER réalisées chaque année conjointement aux visites de maintenance des stations du Réseau Subantarctique, avec le soutien logistique de l'INSU/DT et de l'IFRTP à bord du navire Marion Dufresne II [MEOM, 1994].



**Figure 26 : Diagramme matérialisant les périodes sur lesquelles les variations du niveau de la mer ont été acquises (AMS, CRO et KER : stations de plateau ; CRO-ARGOS, DDU-ARGOS, KER-ARGOS et SPA-ARGOS :stations côtières ; mise à jour mai 2000)**

## 7.7.4 Exploitation scientifique de ces données

### 7.7.4.1 Etude des marées océaniques

L'étude intensive des marées océaniques est, dans le contexte des études climatiques, motivée par l'intérêt porté à l'utilisation de l'altimétrie satellitaire comme outil d'observation synoptique des circulations océaniques. Une meilleure connaissance de la contribution de la marée au signal altimétrique est nécessaire, pour pouvoir l'éliminer, et avoir accès au signal océanique associé aux circulations générales et à leur variabilité. Rappelons que, du fait de l'aliasing des composantes de haute fréquence du signal sur les basses fréquences (dû aux périodes de répétitivité des satellites altimétriques, de l'ordre de 10 à 30 jours), le signal des marées, principalement semi-diurne et diurne, contamine le signal océanique de mésoéchelle et de basses fréquences.

L'ensemble des données acquises dans le cadre de la composante Sea Level de WOCE a permis de valider les modèles de marées produits ces dernières années [Shum *et al.*, 1997]. Rappelons que notre modèle de prédiction des marées [Le Provost *et al.*, 1998] a été retenu comme l'un des deux modèles recommandés pour les corrections des mesures altimétriques satellitaires de T/P dans les zones océaniques. Une analyse récente de toutes les données disponibles dans la banque de Hawaii a été par ailleurs réalisée pour définir les barres d'erreur sur les composantes harmoniques de marée nécessaires pour leur utilisation dans les procédures d'assimilation [Ponchaut *et al.*, 1999].

### 7.7.4.2 Validation des observations satellitaires

L'altimétrie satellitaire est une technique d'observation de l'océan particulièrement développée suite aux missions ERS1/2 et T/P. D'où l'importance des futures missions JASON et ENVISAT pour les programmes à venir de nature scientifique comme CLIVAR (CLImate VARiability) où opérationnelle comme GODAE (Global Ocean Data Assimilation Experiment). En accompagnement de ces mesures altimétriques, la mesure in situ du niveau des océans est indispensable :

- pour fournir des séries temporelles, ponctuelles dans l'espace, mais continues dans le temps, à des fins de comparaisons avec celles obtenues par altimétrie, synoptiques dans l'espace, mais discontinues dans le temps ;
- pour contribuer à la validation des mesures altimétriques ;
- pour apporter un moyen de relier entre eux des jeux de données altimétriques venant de satellites différents, à des périodes successives.

Les opérations menées dans le cadre de ROSAME correspondent ainsi à une contribution significative dans ce contexte, en particulier en raison de leur situation, au sud de l'Océan Indien. Ces données ont été comparées aux mesures altimétriques de l'altimètre T/P dans le voisinage des sites d'observation [Cazenave *et al.*, 1999; Yoon, 1997]. La concordance des mesures est particulièrement bonne pour le site d'Amsterdam pour le cycle saisonnier. Elle est aussi très satisfaisante sur le site de Crozet. Par contre, les comparaisons sur le site de Kerguelen sont plus complexes, en raison de l'extension du plateau continental sur cette zone. Malgré cette complexité, ce site a été retenu comme site de référence (pour la zone Océan Indien Sud) dans le cadre d'un réseau de 30 marégraphes (GLOSS-Alt) inscrit au plan d'implémentation de GLOSS pour la calibration sur le long terme des missions altimétriques satellitaires. La Figure 27 montre la position de la centrale marégraphique de Kerguelen dans le Golfe du Morbihan et les traces T/P du satellite. Nous pouvons voir ainsi tout l'intérêt du marégraphe qui, couplé à une balise de positionnement DORIS, permet de référencer l'altitude

du satellite par rapport au niveau de la mer, de façon très précise. En effet, le marégraphe donne un état du niveau de la mer très fin, de l'ordre du centimètre.

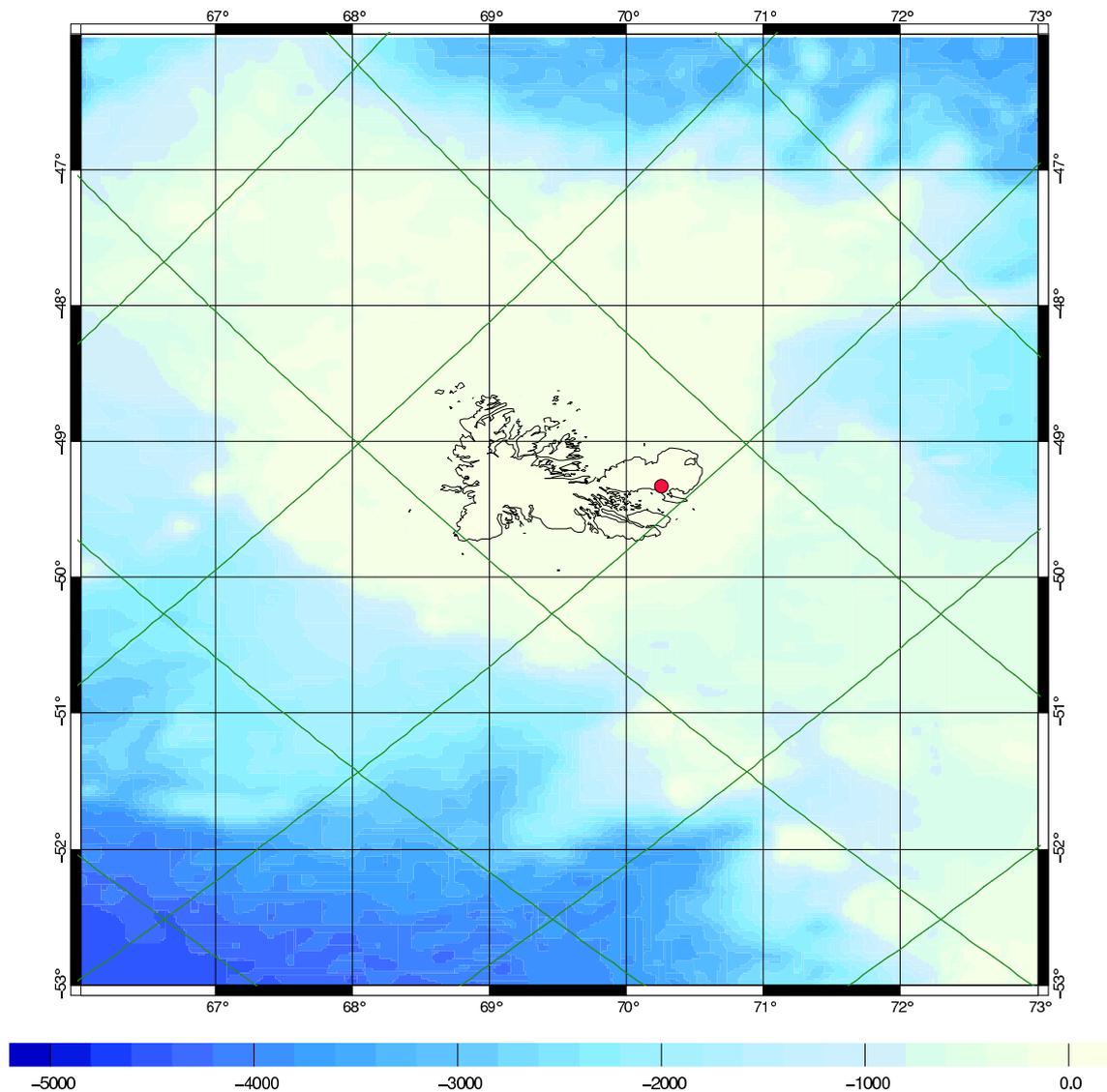
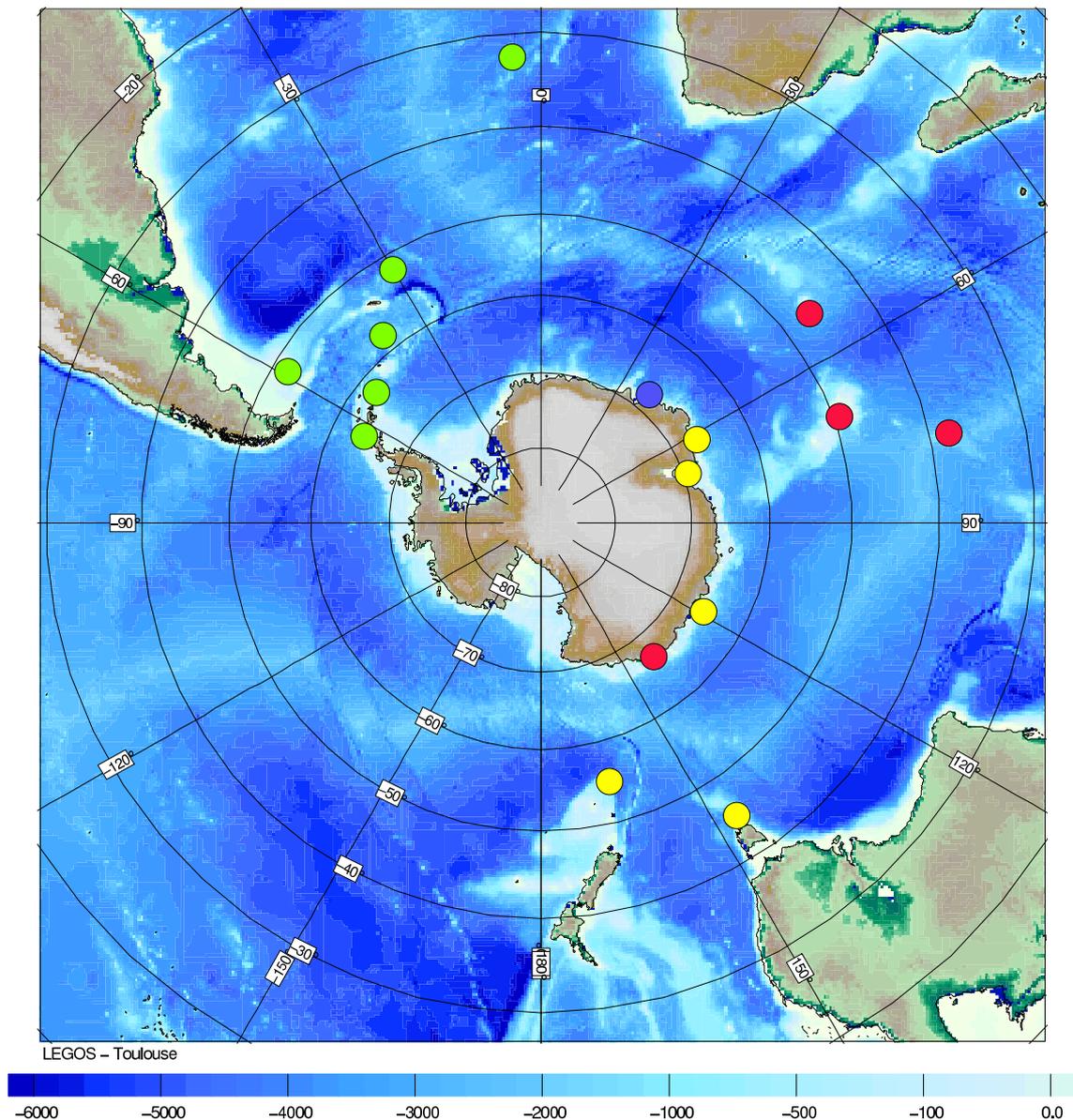


Figure 27 : Traces T/P sur Kerguelen et marégraphe de ROSAME

#### 7.7.4.3 Monitoring du courant circumpolaire antarctique

Cette composante du programme scientifique associé à ROSAME, et plus largement aux stations du réseau mondial situées dans l'Océan Austral, vise à étudier la faisabilité d'un "monitoring" du courant circumpolaire Antarctique, du passage du Drake à l'entrée du Pacifique, reposant en particulier sur les mesures in situ des variations du niveau de la mer. La Figure 28 présente en projection polaire ce réseau. Nous retrouvons les stations françaises dans l'océan Indien et sur l'Antarctique au sud de la Tasmanie (points rouges). Les six stations près du passage de Drake sont anglaises (points verts). La station sur le continent Antarctique est japonaise (point bleu). Les cinq autres stations sont australiennes (points jaunes).



**Figure 28 : Réseau Antarctique de marégraphes de surveillance du Courant Circumpolaire Antarctique (France en rouge, Angleterre en vert, Japon en bleu, Australie en jaune)**

La contribution anglaise ACCLAIM (Antarctic Circumpolar Current Levels for Altimetry and Island Measurements) concerne les secteurs Drake, et Atlantique Sud Est. La contribution française se situe sur le secteur Crozet-Kerguelen, d'une part, et sur la section Australie-Antarctique, en coopération avec les Australiens.

L'observation continue des niveaux entre Kerguelen et Amsterdam est menée depuis plusieurs années. Les signatures de la variabilité des transports dans le Courant Circumpolaire Antarctique (CCA) sont de l'ordre de 10 cm. L'analyse spectrale de ces signaux révèle une grande variété de pics d'énergie distribués sur tout le spectre, allant de quelques jours à de l'interannuel. *Saint Guily et Lamy [1988]* avaient interprété les oscillations allant de la bande inertielle à 4 jours en terme d'ondes de Rossby topographiques piégées sur le plateau des Kerguelen. L'observation de la pression atmosphérique aux stations côtières nous a permis

[Yoon, 1997] d'interpréter en terme d'effet de baromètre inverse les pics d'énergie dans tous les signaux analysés dans la bande de 10 à 60 jours. Lorsque les séries sont filtrées à 60 jours, les signaux résiduels sont dominés par des oscillations dont les périodes se situent entre 120 et 180 jours. *Park et Saint Guily* [1992] ont interprété les oscillations identifiées dans les données de Géosat dans la bande 2 à 4 mois en terme d'ondes de Rossby semi-annuelles advectées par le CCA. Cette interprétation a été confortée par *Hugues* [1995] sur la base des résultats de la simulation du CCA dans le cadre de FRAM. Cette contribution des ondes de Rossby doit être mieux comprise afin de l'éliminer des observations et accéder à la variabilité saisonnière à interannuelle du transport dans le CCA.

#### 7.7.4.4 Observation des variations séculaires du niveau de la mer

A l'échelle globale planétaire, l'élévation moyenne du niveau de la mer est actuellement de l'ordre 1 ou 2 mm/an, estimation basée sur l'analyse des observations marégraphiques archivées depuis plus d'un siècle. En relation avec le réchauffement attendu de notre planète par effet de serre, un scénario raisonnable conduit à prédire une élévation moyenne du niveau des océans de l'ordre de 50 cm au cours du prochain siècle [*Warrick et al.*, 1996]. Si l'on se fixe comme objectif de détecter cette tendance sur les 10 années qui viennent avec une incertitude de 10%, le problème posé est donc de détecter une élévation globale de 5 cm avec une déviation standard de 5 mm sur ces 10 ans. Si l'on retient comme variabilité typique interannuelle du niveau de la mer un signal de l'ordre de 50 mm avec une pseudo périodicité de 5 ans, les contraintes posées ci-dessus conduisent donc à conclure qu'il faut disposer d'enregistrements de haute qualité en 50 stations indépendantes, à l'échelle planétaire. D'où le programme GLOSS, dont l'objectif est la constitution et la maintenance d'un réseau de stations de mesure du niveau de la mer décorréliées, et réalisant des mesures continues contrôlées avec précision. Les quatre stations françaises de ROSAME font partie de ce réseau. Comme les déformations géodynamiques des socles sur lesquels les appareils sont installés introduisent dans le signal observé une composante étrangère au problème, il est nécessaire de connaître les mouvements verticaux de ces socles, et donc de les mesurer avec une précision compatible avec celle évoquée ci-dessus. Une étude a été réalisée à l'IGN pour évaluer les possibilités offertes par le système GPS pour localiser ces stations marégraphiques dans le repère ITRF, par rapport au centre de la terre, afin de suivre le déplacement vertical de ces stations sur le long terme. Au cours de la campagne NIVMER94, des repères géodésiques ont été posés autour des trois stations de Crozet, Kerguelen et Saint-Paul, ainsi que des piliers GPS à Crozet et Kerguelen, rattachés chacun par nivellement aux repères géodésiques. Deux campagnes GPS ont été réalisées à Kerguelen en 1994 et 1995, ainsi qu'un rattachement des mesures du niveau de la mer de KER-ARGOS au système de repère géodésiques qui entourent la station [*Wöppelman*, 1997]. Nous avons étudié

plus récemment au LEGOS l'évolution comparée du niveau de la mer enregistré par marégraphes, de celui observé par le satellite T/P, et du mouvement vertical du socle terrestre des sites, via le système DORIS. L'impact de la variation verticale de la croûte terrestre sur l'évolution locale du niveau de la mer a été démontré en de nombreux points du réseau GLOSS-Alt [Cazenave *et al.*, 1999].

### 7.7.5 Moyens de mesures mis en œuvre

#### 7.7.5.1 Le réseau

Les quatre stations marégraphiques côtières sont chacune équipées de deux modules : un module côtier, et un module immergé sur le rebord du plateau continental proche. Le maintien technique et logistique de ce réseau est fait depuis la France par le LEGOS et la Division Technique de l'INSU à Brest, complété d'une mission océanographique sur le terrain tous les ans. Pour de plus amples informations techniques nous laissons le lecteur se reporter aux derniers rapports de mission [Lefèvre, 1999; Lefèvre, 2000].

#### 7.7.5.2 Stations marégraphiques côtières

Le module côtier est composé d'un capteur de pression et de température immergé dans un puits de tranquillisation, d'un câble de liaison et d'alimentation en énergie, et d'une centrale à terre. La centrale est composée d'un module de communication avec le capteur immergé, d'un capteur de pression atmosphérique, et d'un module de gestion et archivage des mesures, avec transmission par ARGOS. Les stations de Kerguelen et St Paul ont été conçues et produites par la société CLS-ARGOS. Les stations plus récentes de Crozet et Dumont d'Urville ont été adaptées des précédentes et produites par la société MORS.



**Figure 29 : Capteur de pression hors de son puits marégraphique (Kerguelen, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98)**



**Figure 30 : Centrale CLS-ARGOS d'acquisition et de transmission des données marégraphiques (Kerguelen, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98)**



**Figure 31 : Antenne Argos et puits marégraphique en contrebas (Crozet, photo de l'auteur, campagne OISO3-Nivmer98)**

Ce module offre l'avantage d'une acquisition transmise en temps réel, par satellite. Il est de plus rattaché géodésiquement par un ensemble de repaires fixes et reliés à l'aide des techniques GPS et DORIS au centre de masse de la terre, dans le système ITRF. Il comporte enfin un capteur de

pression atmosphérique local qui permet de corriger les mesures de pression de fond en soustrayant la pression atmosphérique. Pour accéder à la hauteur de la colonne en place au-dessus du capteur, un calcul simple faisant intervenir les différents paramètres mesurés est effectué. La Figure 32 présente le principe d'acquisition des mesures et leur transmission. Le seul inconvénient de ces stations est que, située à la côte, la mesure que le capteur fait est contaminée par des effets locaux qui peuvent être gênants.

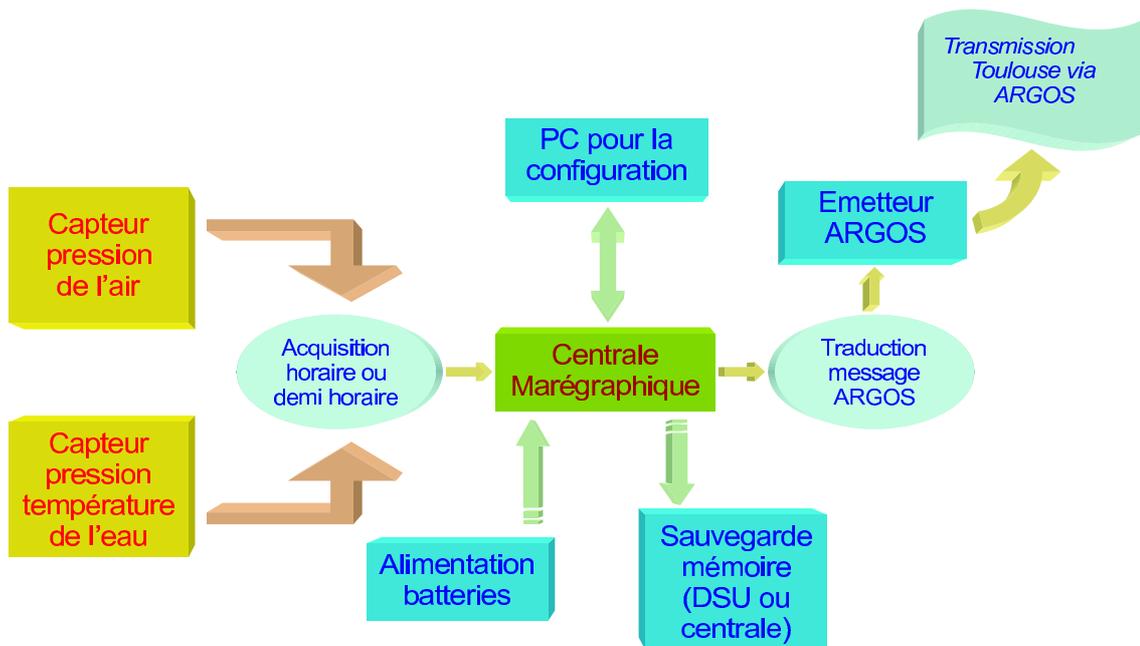


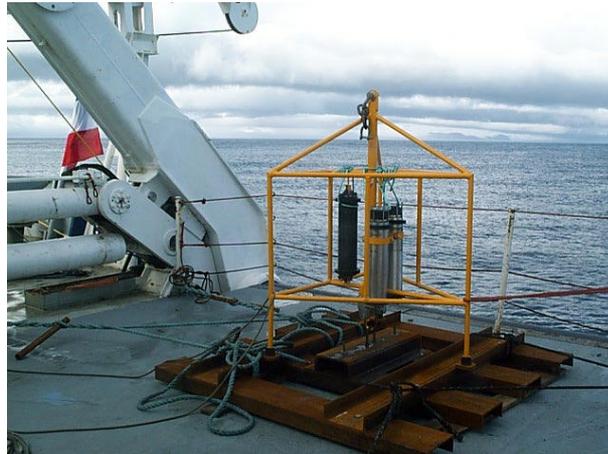
Figure 32 : Principe des mesures des stations du réseau ROSAME

Actuellement, ces stations ne sont pas équipées de capteur de salinité. C'est certainement la première amélioration à introduire afin d'augmenter la précision de la conversion de la pression en niveau de la mer. Le site de Kerguelen, nous l'avons mentionné plus haut, est un des sites de référence pour le monitoring à long terme de la calibration des altimètres satellitaires. La continuité des enregistrements doit donc être assurée sans faille: une deuxième station d'observation devra donc être installée sur ce site, dès que possible afin de parer à tout incident sur la station existante. Par ailleurs, l'établissement des bases de référence géodésique de ces stations n'est pas achevé. En outre, les géophysiciens et géodésiens recommandent aussi d'effectuer des mesures absolues de la pesanteur en collocation avec les marégraphes (Francis, communication personnelle, 2000).

### 7.7.5.3 Stations marégraphiques pélagiques

Dans la mesure du possible, chaque module côtier est couplé à un module immergé sur le plateau. Ce module est une station autonome supportant un capteur de pression et température. Son autonomie nominale est de 4 ans, mais pour des raisons de sécurité ces stations sont

relevées avec un rythme annuel. Les missions océanographiques NIVMER permettent un relevage régulier des mouillages qui sont remplacés dans la foulée par un autre mouillage.



**Figure 33 : Marégraphe pélagique de Amsterdam sur sa cage avec largueurs et lest sans flottabilité avant mise à l'eau (photo de Nicolas Metz, campagne OISO4-Nivmer99)**



**Figure 34 : Récupération du mouillage pélagique de Amsterdam (photo de Nicolas Metz, campagne OISO4-Nivmer99)**

Il présente l'avantage d'être déployé sur le rebord du plateau continental, affranchi (non totalement) des effets côtiers. Mais il présente deux inconvénients. La référence de niveau est perdue à chaque relevage de la station, et la pression atmosphérique locale, nécessaire pour convertir la mesure de pression en niveau de la surface libre de la mer, doit être déduite de celle mesurée à terre, avec une combinaison éventuelle d'informations venant des analyses des modèles de prévision météorologiques.

## 7.7.6 Mesures des stations marégraphiques de ROSAME

### 7.7.6.1 Traitement des données

Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser plus particulièrement aux 4 marégraphes côtiers de ROSAME afin de donner un aperçu physique des mesures de terrain. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 7.7.5, les données mesurées sont directement envoyées au LEGOS (UMR5566) à Toulouse par liaison Argos pour être traitées. Des données horaires sont transmises : pression atmosphérique  $P_{atm}$  au sommet du puits marégraphique, pression hydrostatique  $P_{fond}$  au fond du puits marégraphique et température de l'eau  $\theta$ . *P. Téchiné* du LEGOS traite ces données en temps quasi réel au moyen d'algorithmes spécifiques. Les données en élévation (colonne d'eau) sont obtenues en calculant la différence entre la pression de fond et la pression atmosphérique, corrigée par la densité  $\rho$  de l'eau de mer. Cette densité est fonction de la température  $\theta$  de l'eau (qui est mesurée) et de la densité  $\sigma$  de l'eau (qui est prise constante à 35 g.l<sup>-1</sup>). Une relation polynomiale permet d'obtenir  $\rho$  :

$$\rho = \frac{P_0}{a_1 + a_0 P_0} \quad (7.65)$$

avec :

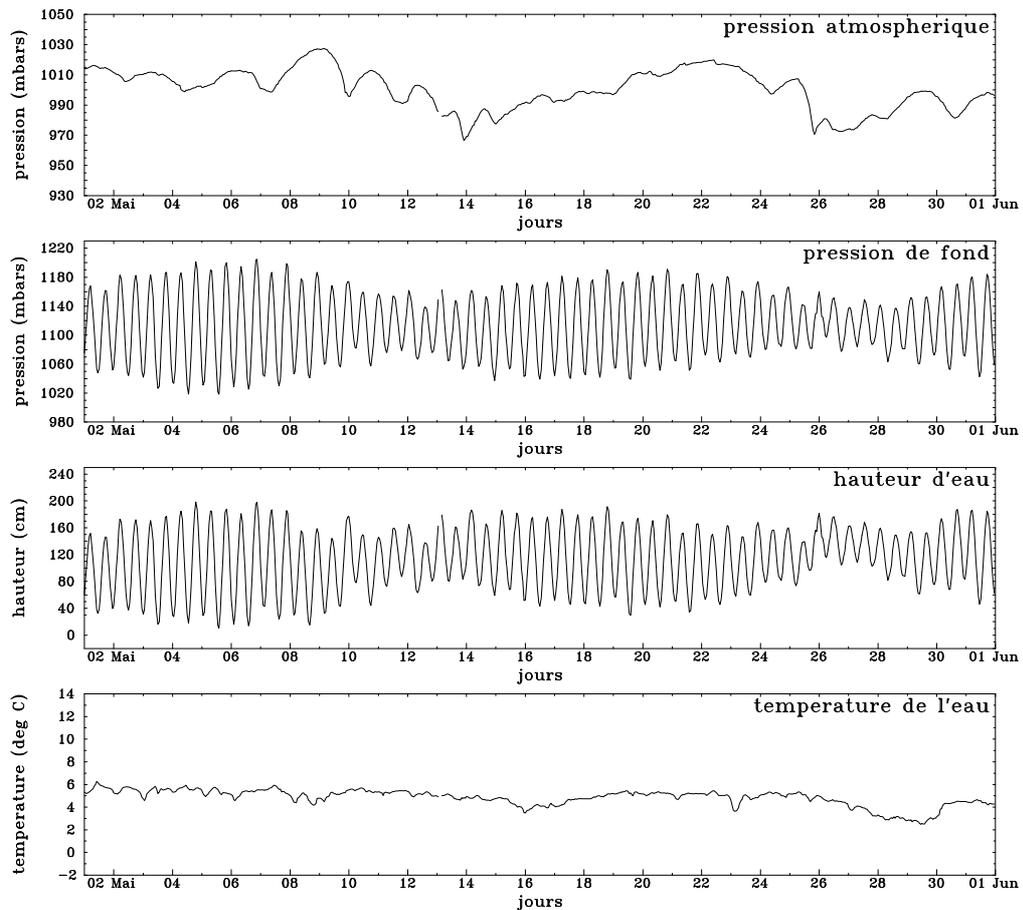
$$\begin{cases} P_0 = 5890 + 38\theta - 0,375\theta^2 + 3\sigma \\ a_1 = 1779,5 + 11,25\theta - 0,0745\theta^2 - (3,8 + 0,01\theta)\sigma \\ a_0 = 0,6980 \end{cases} \quad (7.66)$$

Nous déduisons la hauteur d'eau  $H$  par la relation :

$$H = \frac{P_{fond} - P_{atm}}{\rho} \quad (7.67)$$

A titre d'illustration nous donnons Figure 35 les mesures horaires effectuées durant le mois de mai 2000 par le marégraphe côtier de Kerguelen. Le tracé de la hauteur de la colonne d'eau pour le mois de mai est donnée à la troisième rangée de la figure. Nous pouvons noter dans le signal de hauteur d'eau que nous retrouvons bien deux marées basses et deux marées par jour (environ) ce qui souligne bien l'existence prépondérante de l'onde  $M_2$  dans le spectre de marée. Ainsi les marées sur les côtes de l'archipel des Kerguelen sont de type semi-diurnes comme sur les côtes bretonnes françaises. En outre le battement bimensuel entre l'onde  $M_2$  et l'onde  $S_2$  est bien visible (c'est en fait l'enveloppe du signal de marée). Nous pouvons aussi remarquer que

tous les jours les deux marées hautes ne sont pas tout à fait identiques du fait de la déclinaison luni-solaire, ce que nous retrouvons dans l'onde  $K_1$ .



#### Maregraphe KERGUELEN ARGOS

pression atmosphérique : ker\_argos\_2000.baro  
 pression de fond : ker\_argos\_2000.bot  
 hauteur d'eau : ker\_argos\_2000.slev  
 température de l'eau : ker\_argos\_2000.twat

Debut : 01/05/2000 00h00mn00s  
 Fin : 31/05/2000 23h00mn00s  
 Nombre de mesures : 744  
 Pas de temps : 3600 secondes  
 Latitude : 49 20.7S  
 Longitude : 070 13.2E

**Figure 35 : Mesures du marégraphe KER-Argos durant le mois de mai 2000**

#### 7.7.6.2 Spectre de marée à Kerguelen

Des variations mesurées puis corrigées de ce signal, nous en faisons l'analyse harmonique afin d'obtenir les composantes du spectre de marée. Dans notre cas, nous cherchons un spectre d'une cinquantaine d'ondes. Le choix de ces ondes est fait en fonction d'un critère d'importance dans le spectre. En effet, chacune représente plus de 1 cm d'élévation maximale, ce qui nous permet d'avoir des ondes hors du bruit instrumental. Le spectre obtenu (cf. Figure 36) montre bien la séparation des ondes en groupe, plus particulièrement le groupe des semi-diurnes, des diurnes et des longues périodes.

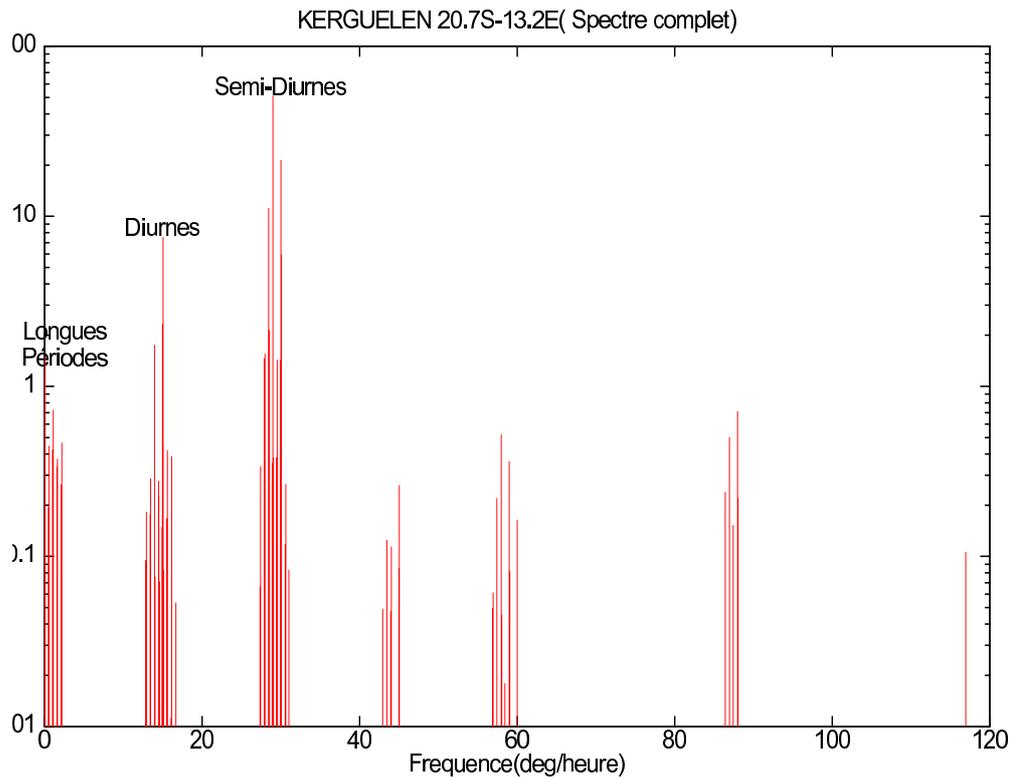


Figure 36 : Spectre de marée calculé à Kerguelen (amplitude en cm)

Il faut noter que les ondes non-linéaires tiers-diurnes, quart-diurnes, sixième-diurnes... ne sont pas à négliger. Leur importance dans le spectre est nette : la complexité de la géométrie des petits fonds génère des non-linéarités. Des zooms plus précis [Ponchaut *et al.*, 1999] sur les trois principaux groupes permettent d'affiner les ondes présentes dans le spectre global.

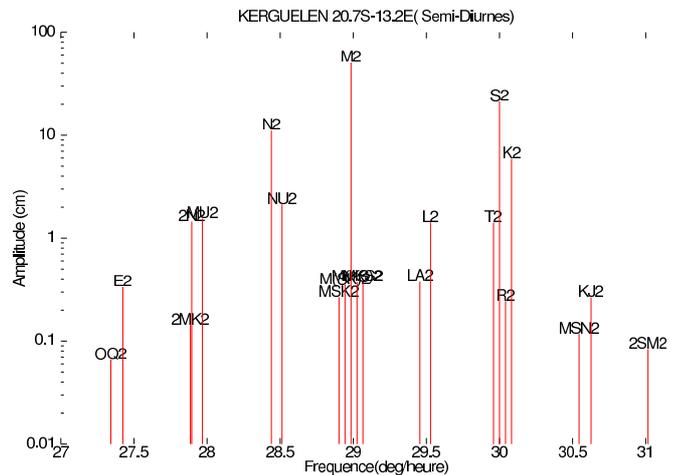


Figure 37 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes semi-diurnes

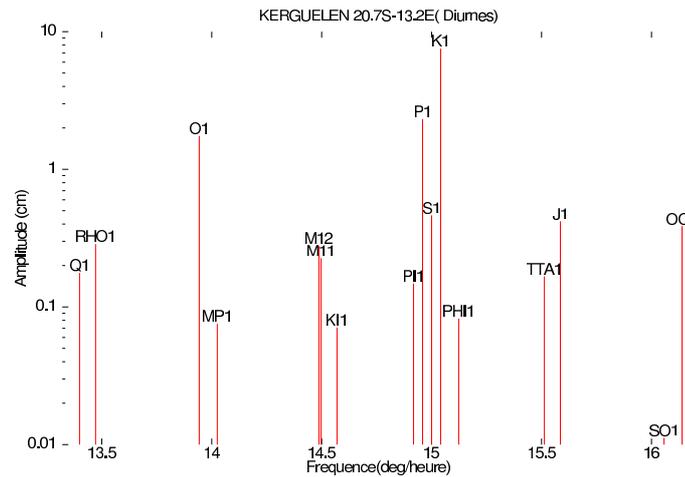


Figure 38 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes diurnes

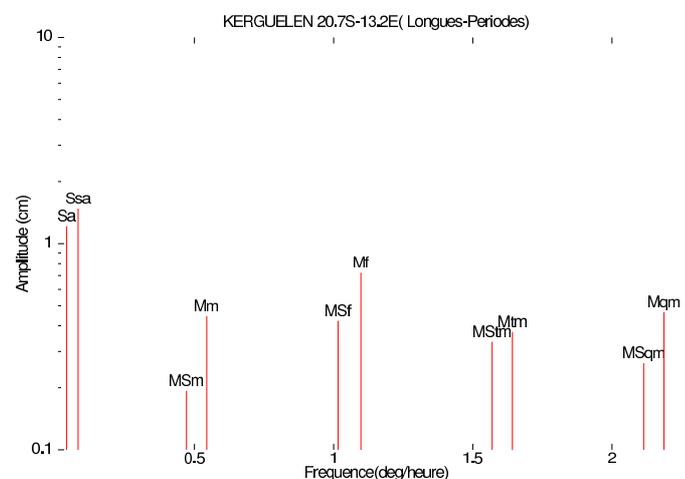
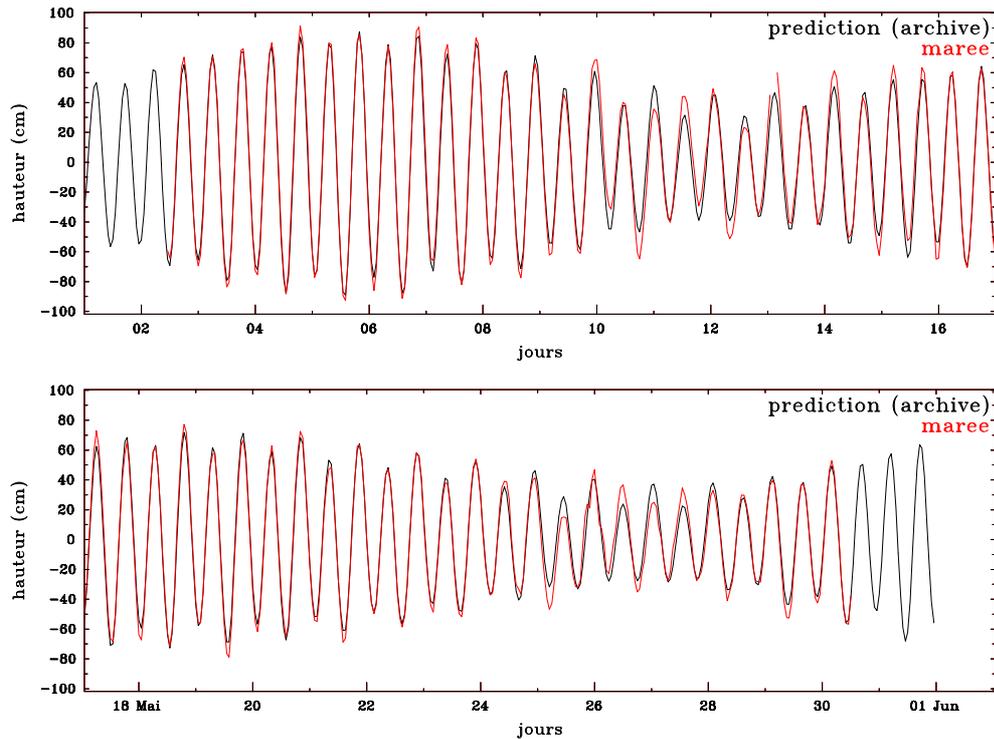


Figure 39 : Zoom du spectre de marée à Kerguelen pour les ondes longues périodes

### 7.7.6.3 Reconstruction du signal de marée : la prédiction

Afin de montrer la robustesse de l'analyse harmonique, nous avons tracé (Figure 40) pour le mois de mai 2000 la marée déduite de l'analyse harmonique des mesures de novembre 1994 à avril 2000 (courbe noire) et la marée déduite des mesures grâce à un filtre de *Demerliac* (courbe rouge). Les deux signaux sont très semblables. Le filtre de Demerliac est un filtre numérique passe-bas qui élimine les composantes cycliques de courte période du signal marégraphique, en particulier les composantes diurnes et semi-diurnes de la marée afin d'obtenir des moyennes filtrées journalières [Wöppelman, 1997]. En soustrayant le signal d'élévation mesurée du niveau de la mer et le signal filtré, on obtient la courbe de marée (courbe rouge). La mesure sur une longue durée permet donc d'obtenir le spectre de marée qui donne accès à une prédiction ultérieure précise (courbe noire).



Maregraphe KERGUELEN ARGOS

prediction (archive) : analyse-archi/slev180.pre  
maree : ker\_argos\_2000.mar

Debut : 01/05/2000 00h00mn00s  
Fin : 31/05/2000 23h00mn00s  
Nombre de mesures : 744  
Pas de temps : 3600 secondes  
Latitude : 49 20.7S  
Longitude : 070 13.2E

**Figure 40 : Comparaison de la prédiction et la mesure avec le marégraphe KER-Argos**

### 7.7.6.4 Spectre de marée pour les marégraphe côtiers de ROSAME

Les différents travaux présentés ci-dessus permettent donc d'obtenir les valeurs en amplitude et en phase des composantes du spectre de marée pour les marégraphe côtiers de ROSAME. Etant donné la singularité des données apportées par ces marégraphe du fait des terres hostiles et lointaines où ils sont implantés, il nous a paru intéressant d'indiquer les dix plus importantes de ces composantes (cf. tableaux ci-dessous).

Onde	Amplitude (cm)	Phase (degrés)
$M_2$	13,1555	161,20
$K_1$	4,0965	154,42
$S_2$	3,9492	195,38
$M_f$	3,7369	201,83
$N_2$	3,0768	142,18
$M_m$	2,9440	223,32
$M_{tm}$	2,8925	206,58
$O_1$	2,4237	301,64
$M_{qm}$	1,8588	244,45
$K_2$	1,2695	188,39

Tableau 9 : Composantes de la marée à l'île de Crozet

Onde	Amplitude (cm)	Phase (degrés)
$M_2$	50,8216	190,45
$S_2$	21,3388	230,86
$N_2$	11,1385	172,42
$K_1$	7,5242	152,20
$K_2$	5,9062	227,90
$P_1$	2,3189	149,78
$v_2$	2,1312	174,81
$O_1$	1,7474	114,77
$\mu_2$	1,5467	155,14
$Ssa$	1,4781	206,41

Tableau 10 : Composantes de la marée à Kerguelen

Onde	Amplitude (cm)	Phase (degrés)
$M_2$	39,5538	230,65
$S_2$	21,2250	274,33
$N_2$	7,2217	213,98
$K_1$	6,8536	153,15
$K_2$	5,9235	272,29
$O_1$	3,2232	175,52
$S_a$	2,3580	336,42
$P_1$	2,0951	150,90
$v_2$	1,3843	213,80
$L_2$	1,3489	245,80

Tableau 11 : Composantes de la marée à l'île de St Paul

Onde	Amplitude (cm)	Phase (degrés)
$O_1$	31,4270	207,71
$K_1$	29,3746	226,66
$M_2$	27,3683	61,52
$S_2$	15,1844	99,93
$P_1$	8,8126	215,11
$N_2$	7,3380	40,65
$Q_1$	7,0867	203,30
$K_2$	4,6430	105,33
$M_f$	3,9188	264,37
$M_{sm}$	2,5240	201,27

Tableau 12 : Composantes de la marée à Dumont d'Urville

Les données de Crozet dont sont déduites les composantes de marée s'étalent de décembre 1994 à avril 2000 avec d'importantes discontinuités dues à des tempêtes, des problèmes techniques, le rude climat de l'île.... Celles du marégraphe de Kerguelen s'échelonnent de novembre 1993 à avril 2000 sans discontinuité autre que celles occasionnelles de maintenance. Celles du marégraphe de St Paul vont d'octobre 1994 à avril 2000 avec un trou de 6 mois en 1999 dû à un problème d'alimentation. Celles du marégraphe de Dumont d'Urville s'étendent de février 1999 à janvier 2000 sans discontinuité. Dans la mesure du possible les interventions des missions NIVMER assurent la continuité temporelle des mesures, mais les difficultés technologiques et l'hostilité des Terres Australes rendent la tâche difficile.

Ces données sont très intéressantes scientifiquement. Outre les applications qu'elles ont dans les différents programmes présentés dans le paragraphe 7.7.4, elles nous renseignent sur la physique de la marée autour des différentes zones océaniques où elles sont localisées. Ainsi, les marées sont importantes à Kerguelen (amplification sur le plateau de l'archipel), assez importantes à St Paul (configuration du cratère) et Dumont d'Urville (dans une baie), mais faibles à Crozet (appareil orienté vers le plein océan). Le type de marée est fortement semi-diurne à Kerguelen et St Paul, à majorité semi-diurne à Crozet et, phénomène plus rare à la surface des océans, diurne à Dumont d'Urville. Toutes ces données sont traitées en temps quasi-réel à Toulouse et sont envoyées au Fast Delivery Center du Sea Level Center de l'université de Hawaii (<http://www.soest.hawaii.edu/UHSLC>) puis au BODC (British Oceanographic Data Center : <http://www.pol.ac.uk/bodc/bodcmain.html>) du Royaume-Uni où elles sont accessibles en ligne sur Internet. Dans notre cas plus spécifique de la modélisation des marées à l'échelle globale, nous allons voir que ce type de données est très utile, tout autant pour faire des comparaisons de modèles et de mesures de terrain, que pour améliorer nos modèles en assimilant ces données (cf. Chapitre 9 et Chapitre 10). Ainsi, les 4 marégraphes de ROSAME nous sont extrêmement précieux du fait de leurs emplacements isolés et de la bonne qualité des mesures qu'ils fournissent.

## Chapitre 8

# Mesures altimétriques

### 8.1 Présentation du chapitre

---

Le Chapitre 7 le montre bien : si les mesures marégraphiques sont précieuses du fait de la longueur des mesures et de la qualité des acquisitions, leur couverture spatiale est très inégale sur l'océan mondial. De nombreuses zones, en particulier les zones de plein océan, sont peu échantillonnées par les marégraphes. L'avènement de l'exploration spatiale a permis de pallier en partie ce problème. Depuis presque trois décennies, l'envoi de satellites ont offert à la communauté scientifique de nouveaux types d'acquisitions de données d'où sont déduites de nouvelles caractéristiques des composantes de la marée. Nous allons voir brièvement dans ce chapitre comment ces données sont mesurées et analysées et quelles sont les précautions à prendre au cours de leur utilisation.

### 8.2 Principes de la mesure altimétrique

---

#### 8.2.1.1 La marée déduite de l'altimétrie

Deux types de mesures peuvent être effectuées par les satellites pour mesurer les variations du niveau de la mer [Smith, 1999] :

- Le premier type de mesures est fourni par les altimètres emportés sur les satellites. Ils mesurent les variations du niveau de la mer de la marée géocentrique, c'est-à-dire la marée rapportée à un repère terrestre fixe. En soustrayant la marée terrestre de ces mesures nous accédons à la marée océanique plus la marée de charge.
- Le second type de mesures concernent les perturbations des orbites des satellites de basse altitude qui sont mesurées par des systèmes de positionnement (laser, système

radioélectrique, GPS ou système DORIS). En effet, le mouvement du satellite est sensible aux variations des potentiels des marées océaniques, terrestres et de charge. Des décompositions en harmoniques sphériques de ces perturbations permettent de déduire les harmoniques des différentes marées.

### 8.2.1.2 La mesure du niveau des océans

Un altimètre mesure la distance entre le satellite et le niveau de la mer. Cette mesure est faite par une onde radar qui est émise par l'antenne de l'altimètre vers l'océan. La surface océanique réfléchit cette onde qui est à nouveau réceptionnée par l'altimètre. La mesure du temps de trajet aller-retour de l'onde et la connaissance de la vitesse de propagation du signal permet, après de nombreuses corrections, d'en déduire la distance entre le satellite et la surface liquide. En réalité, la mesure faite par l'altimètre n'est pas une simple mesure rectiligne vers la Terre et ponctuelle sur la surface océanique. C'est une moyenne de la mesure d'une surface faite une dizaine de fois et moyennée spatialement et temporellement pour donner une unique valeur à une position donnée du satellite.

Des méthodes très précises d'orbitographie comme la télémétrie laser ou la technique radioélectrique permettent de déterminer avec une grande exactitude la position du satellite par rapport à l'*ellipsoïde de référence* terrestre. La hauteur des variations du niveau de la mer se déduit donc en faisant la différence entre la distance du satellite à l'ellipsoïde et la distance mesurée par l'altimètre. Pour accéder à la mesure de la hauteur de mer (appelée *topographie dynamique*), il faut encore soustraire la hauteur du géoïde (cf. Figure 41, référence CNES).

Dans le domaine de la modélisation des marées océaniques, la mesure altimétrique a toujours été d'un grand apport scientifique. SEASAT fut le premier satellite dont les données furent utilisées pour en déduire une marée locale ou globale [Mazzega, 1985] suivi par le satellite GEOSAT [Cartwright, 1991; Cartwright and Ray, 1990]. Mais c'est plus particulièrement l'avènement du satellite T/P qui fut et qui est toujours scientifiquement sans précédent. Ainsi de nombreux modèles globaux de marées ont été développés depuis le lancement de T/P [Andersen, 1995; Desai and Wahr, 1995; Eanes and Bettadpur, 1996; Egbert et al., 1994; Kantha et al., 1995; Ma et al., 1994; Matsumoto et al., 1995].

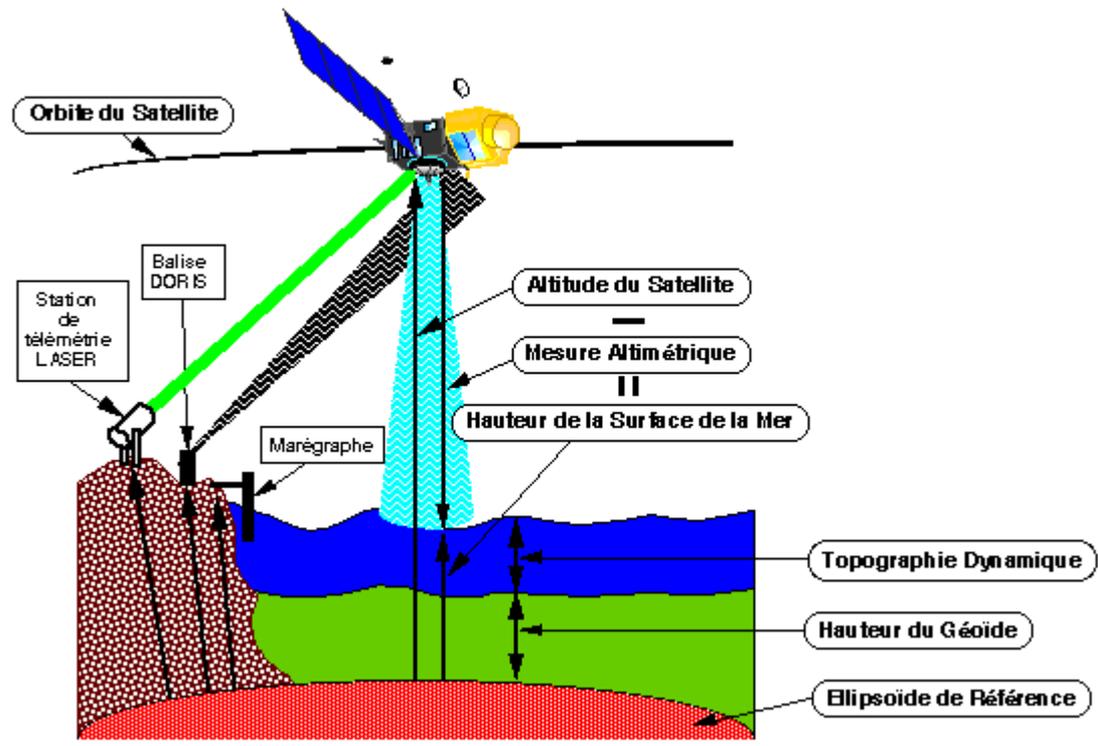


Figure 41 : Principe de mesure de la hauteur de mer par altimétrie satellitaire (CNES)

## 8.3 Le satellite TOPEX/Poséidon

### 8.3.1 Caractéristiques

Plusieurs satellites, tels Seasat, Geosat et ERS1/2, ont emporté à leur bord des altimètres pour mesurer les variations de la hauteur de mer. Cependant, la mise en évidence de ces variations par altimétrie spatiale est très complexe et les premières mesures, certes inestimables pour la couverture spatiale qu'elles apportaient alors, ne sont pas de la précision requise par les modèles actuels de marée. C'est pourquoi, dans notre étude seul le dernier modèle de satellite altimétrique répond à nos besoins spécifiques et sera pris en compte : TOPEX/Poséidon (T/P) [Fu et al., 1994]. Ce satellite franco-américain, fruit de la collaboration entre la NASA et le CNES, a été lancé en août 1992 en ayant pour but de mesurer les hauteurs de mer avec une précision de l'ordre du centimètre.

Il gravite à 1336 km d'altitude, ce qui minimise la sensibilité aux anomalies du champ de gravité ou aux effets résiduels de traînées atmosphériques. Son orbite inclinée à  $66^\circ$  lui permet de couvrir tous les océans situés entre les latitudes  $+66,039^\circ$  et  $-66,039^\circ$ . Les zones polaires ne sont pas échantillonnées. Sa période de révolution est de 9,9156 jours, ce qui permet d'avoir un bon compromis entre résolution spatiale (cf. Figure 42) et résolution temporelle. On appelle *cycle* l'intervalle de temps entre chaque révolution du satellite. Cependant nous verrons que cet

écart de temps conduit à des problèmes d'aliasing. En effet, il y a un repliement du spectre des ondes semi-diurnes dans le spectre des longues périodes à 60 jours.

Outre les deux altimètres TOPEX et Poséidon, l'instrumentation comprend également trois systèmes d'orbitographies et un radiomètre en vue de corriger la mesure des perturbations atmosphériques sur le signal radar. L'altimètre acquiert une mesure tous les dixièmes de secondes. Des moyennes sur 10 mesures permettent d'obtenir une valeur par seconde, soit une valeur tous les 7 km le long d'une trace.

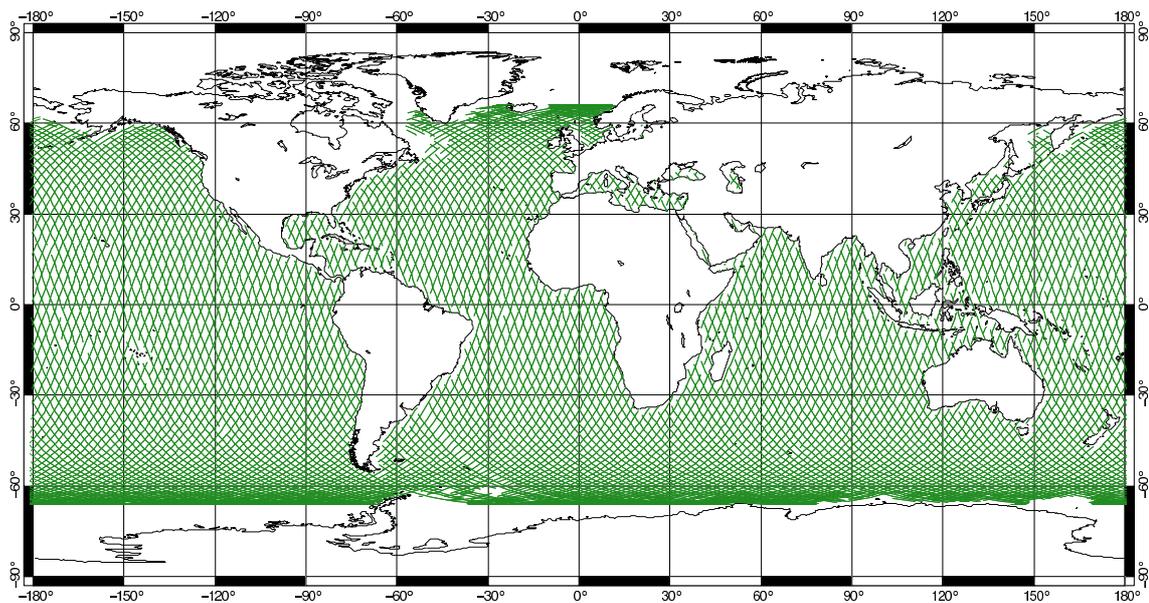


Figure 42 : Traces T/P sur la surface océanique (cycle 126)

### 8.3.2 Corrections du signal altimétrique

#### 8.3.2.1 Corrections appliquées au signal

Comme nous l'avons écrit plus haut, les mesures altimétriques doivent subir un certain nombre de corrections avant d'être exploitables [AVISO, 1996]. En effet, puisque la précision des mesures requises est de l'ordre du centimètre, il est indispensable de leur apporter des corrections. Ces dernières doivent corriger trois types de perturbations du signal de la mesure :

- les bruits instrumentaux ;
- les erreurs sur la détermination de l'orbite ;
- les erreurs dues à l'environnement géophysique.

Les bruits instrumentaux sont dus à des perturbations à bord du satellite. Afin de prendre en compte le délai de traitement des instruments et la distance entre le centre de gravité du satellite

et l'instrumentation, des corrections doivent être appliquées pour accéder à une mesure absolue [Christensen *et al.*, 1994; Ménard *et al.*, 1994]. Pour positionner le satellite, des systèmes d'orbitographie sont mis en place. Ils permettent de réduire la composante radiale de la position du satellite par rapport à l'ellipsoïde de référence à quelques centimètres. Les corrections géophysiques sont plus nombreuses et nécessitent une étude au cas par cas.

### 8.3.2.2 Corrections géophysiques

Elles doivent corriger :

- la propagation du signal radar dans l' atmosphère
- l'état de la mer ;
- les variations de pression atmosphérique ;
- les effets de la marée terrestre ;
- les effets de charge.

Comme l'océan, l' atmosphère terrestre n' est pas homogène mais stratifiée. Ses couches diffèrent par leur composition en gaz, en électrons libres, en vapeur d' eau... Or tous ces facteurs intervenant dans l' expression de l' indice de réfraction du milieu, la célérité de l' onde est modifiée selon la couche de l' atmosphère qu' elle traverse. Dans l'ionosphère, les électrons libres ralentissent l'onde ; dans la troposphère, ce sont les gaz atmosphériques. C'est pourquoi de nombreuses corrections doivent être appliquées.

Plus la mer est agitée, plus sa rugosité est élevée, et plus la puissance du signal envoyé par l'altimètre est reçue faiblement par ce dernier. Les creux des vagues réfléchissent plus le signal radar que les crêtes ce qui entraîne une sous-estimation de la mesure de la hauteur de la surface instantané, d'où la nécessité de corriger les mesures en tenant compte de l'état de la mer. Il peut-être modélisé en termes de hauteur significative des vagues et de la vitesse de vent qui applique une friction à la surface de la mer [Gaspar *et al.*, 1994].

Théoriquement, dans le cadre de l' hydrostatique, une augmentation de pression à la surface de la mer entraîne une diminution de hauteur de mer. Grossièrement, une augmentation de pression de 1 mbar entraîne une diminution de hauteur de mer de 1 cm. La pression atmosphérique locale est prise en compte par une *correction de baromètre inverse*.

Tout comme les masses fluides océaniques, la Terre se déforme sous l'action de la Lune et du Soleil. Ces deux astres créent des marées terrestres. Cette déformation élastique du globe solide doit être retirée de la mesure altimétrique pour accéder au signal océanique.

Plus la hauteur de mer est importante, plus la poussée exercée par la masse d'eau sur le fond océanique augmente. Cette masse d'eau va entraîner une déformation de ce fond en créant une marée de charge. Des corrections tenant compte de cette marée de charge sont aussi à appliquer.

Ainsi pour obtenir la signature des variations du niveau océanique, il faut appliquer toutes ces corrections au signal altimétrique brut. C'est l'analyse de ce signal corrigé qui va nous permettre d'obtenir les composantes de la marée qui nous intéressent plus particulièrement dans le cadre de notre étude.

## 8.4 Problème de l'aliasing

---

### 8.4.1 Définition

Un satellite est en rotation constante autour de la Terre sur une orbite répétitive. D'après le paragraphe 8.3.1, pour T/P cette répétition est de 9,9156 jours. Ce qui implique que la mesure ponctuelle d'une hauteur de mer instantanée à un endroit donné ne pourra être faite que tous les 9,9156 jours. Le satellite fournit donc une série temporelle (suite discrète de valeurs) des variations du niveau de la surface océanique de période égale à 9,9156 jours. D'après la théorie du signal, un signal continu en temps de période  $T$  ne pourra être complètement reconstitué à partir de valeurs discrétisées que si ces valeurs sont échantillonnées à une fréquence supérieure à  $2/T$  (fréquence de *Nyquist*). Si l'intervalle d'échantillonnage est supérieur à  $T/2$  alors le signal de fréquence  $1/T$  devient aliasé, c'est-à-dire qu'il prend les propriétés d'un signal de période bien plus longue (phénomène de repliement). Dans le cas de l'altimétrie spatiale, ce phénomène d'aliasing est donc lié à la période de révolution du satellite. C'est un effet indésirable de battement qui résulte d'une fréquence d'échantillonnage trop grande [Schalx and Chelton, 1995].

Sur un exemple très simple, la Figure 43 présente ce phénomène d'aliasing. Soit un signal périodique (trait foncé) de période  $T$  inférieure à la période d'échantillonnage  $T_0$  l'intervalle de temps entre deux instants de mesures échantillonnant ce signal (représenté par des points). Le signal reconstitué (trait clair) à partir de ces points sous échantillonnés conduit à un signal de période apparente  $T_a$  qui est bien supérieure à  $T$  et surtout à  $T_0$ . Le sous échantillonnage du signal n'a pas permis sa reconstitution.

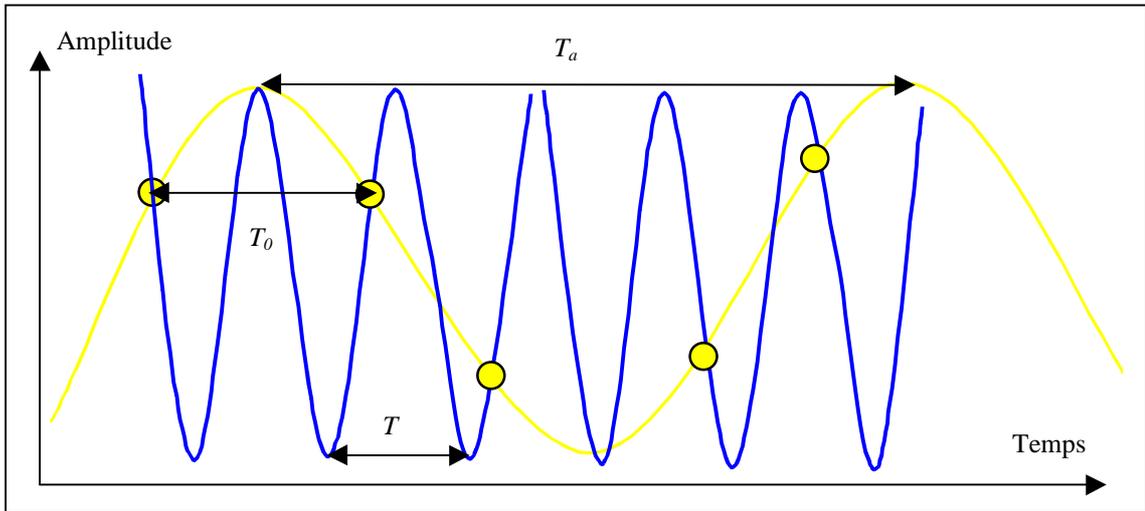


Figure 43 : Le phénomène d'aliasing

Ainsi, dans notre cas, il y a repliement des hautes fréquences de la marée vers les basses fréquences.

### 8.4.2 Aliasing des données altimétriques

Dans le cadre de l'étude de la marée, il faut donc tenir compte de ces périodes d'aliasing pour chacune des ondes constituant le spectre de marée. Pour déterminer la période minimale de mesure pour ne pas avoir le repliement du spectre d'une onde posons [Ponchaut, 1998] :

$$q = \frac{\omega}{\omega_{satellite}} \quad (8.68)$$

avec :

- $\omega$  : la fréquence de l'onde considérée ;
- $\omega_{satellite}$  : la fréquence de T/P.

Pour ne pas avoir d'aliasing pour une onde de fréquence  $\omega$ , il faut que l'entier  $n$  vérifie :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < q - n < \frac{1}{2} \Leftrightarrow q - \frac{1}{2} < n < q \\ ou \\ 0 < n - q < \frac{1}{2} \Leftrightarrow q < n < q + \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (8.69)$$

Ainsi, en résolvant (8.69), nous pouvons calculer les périodes d'aliasing des principales ondes du spectre pour les données de T/P (Tableau 13). La période réelle indique la période du

phénomène répétitif de l'onde. La période aliasée est le temps minimal d'échantillonnage de mesure pour T/P afin d'obtenir une analyse non aliasée de la composante considérée.

Ondes	Période réelle (heures)	Période aliasée (jours)
$K_1$	23.934	173.192
$O_1$	25.819	45.714
$P_1$	24.066	88.891
$S_1$	24.000	117.483
$Q_1$	26.868	69.364
$OO_1$	22.306	29.920
$J_1$	23.098	32.768
$M_2$	12.441	62.107
$S_2$	12.000	58.742
$N_2$	12.658	49.528
$K_2$	11.967	86.596
$2N_2$	12.905	22.538
$\mu_2$	12.872	20.315
$\nu_2$	12.626	65.216
$L_2$	12.192	20.636
$T_2$	12.016	50.604
$M_4$	6.210	31.054
$MS_4$	6.103	1083.939
$M_6$	4.140	20.702

Tableau 13 : Périodes d'aliasing des ondes de marées dans le signal altimétrique de T/P

### 8.4.3 Séparation des ondes

Mais un autre phénomène de la théorie du signal se produit aussi dans l'analyse des données T/P et entraîne une certaine imprécision dans les analyses. En effet les ondes qui ont des fréquences très proches les unes des autres doivent être séparées lors de l'analyse du signal altimétrique. Les ondes d'une même espèce requièrent donc une attention encore plus importante lors de l'analyse du signal altimétrique. La répétitivité du satellite intervient encore dans ce phénomène. La séparation des ondes est liée à la longueur en temps de la série d'observation.

Le critère de séparation des ondes le plus communément employé est celui de Rayleigh [Parke *et al.*, 1987; Ponchaut, 1998]. Il permet de déterminer la période minimale d'observation  $\tau$  nécessaire à la séparation de deux ondes de fréquences  $\omega_i$  et  $\omega_j$  voisines :

$$\tau \geq \left| \frac{1}{\omega_i - \omega_j} \right| \quad (8.70)$$

Ainsi faut-il des temps de mesures beaucoup plus longs pour pouvoir départager certaines ondes entre elles. Nous donnons dans le Tableau 14 [Smith, 1999], les périodes nécessaires pour séparer deux ondes de marées par l'analyse du signal altimétrique issu de T/P.

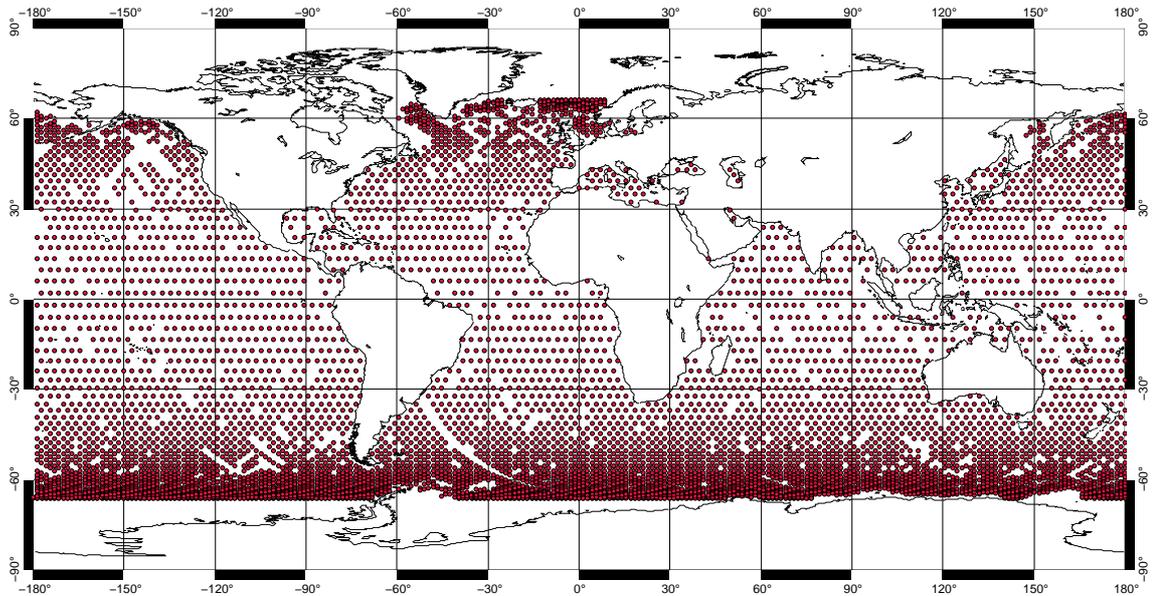
	$M_2$	$S_2$	$N_2$	$K_2$	$K_1$	$O_1$	$P_1$	$Q_1$	$M_f$	$M_m$	$S_{sa}$	$S_a$
$M_2$	62	1084	245	220	97	173	206	594	87	50	94	75
$S_2$	-	59	316	183	89	206	173	384	94	52	87	70
$N_2$	-	-	50	116	69	594	112	173	134	62	68	57
$K_2$	-	-	-	87	173	97	3355	349	62	40	165	114
$K_1$	-	-	-	-	173	62	183	116	46	33	3355	329
$O_1$	-	-	-	-	-	46	94	134	173	69	61	52
$P_1$	-	-	-	-	-	-	89	316	61	40	173	118
$Q_1$	-	-	-	-	-	-	-	69	76	46	112	86
$M_f$	-	-	-	-	-	-	-	-	36	116	45	40
$M_m$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	28	33	30
$S_{sa}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	183	365
$S_a$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	365

**Tableau 14 : Période nécessaire à la séparation des ondes de marée entre elles dans un signal T/P (en jours)**

Ainsi, nous pouvons noter qu'il faut plus de 2 ans de mesures T/P pour pouvoir séparer les composantes  $M_2$  et  $S_2$  et presque 10 ans pour  $K_1$  et  $S_{sa}$ . Cependant la période de T/P est intéressante car, comme le montre le Tableau 14, la plupart des ondes peuvent être séparées entre elles avec moins d'un an de mesures, ce qui explique pourquoi de nombreux modèles de marée ont pu voir le jour seulement un an après le lancement de T/P.

#### 8.4.4 Analyse aux points de croisement

La rotation de T/P autour de la Terre introduit des points de mesures plus intéressants que les autres : ce sont les points de croisement à l'intersection de deux traces au sol du satellite. A ces points de croisement correspondent deux fois plus de points de mesures, puisqu'une mesure est faite sur une trace montante et une sur une trace descendante au cours d'un même cycle. La Figure 44 illustre ce fait pour les mesures fournies par AVISO [1996] pour le cycle 126.



**Figure 44 : Répartition des mesures de T/P aux points de croisement (données AVISO du cycle 126)**

Il est donc possible d'utiliser cette information supplémentaire pour réduire le problème de l'aliasing des hautes fréquences de la marée vers les basses fréquences. Cependant un autre problème apparaît dans ce cas, car les intervalles de temps entre un passage ascendant et le passage descendant consécutif ne sont pas constants mais sont fonctions de la latitude du point de croisement [Ponchaut, 1998; Schrama and Ray, 1994]. Pour apporter une information nouvelle entre deux de ces moments consécutifs (toujours inférieur à la demi période de T/P soit 4,958 jours), il faut que les phases de l'onde considérée sur la trace montante et la trace descendante soit le plus possible différentes. Ainsi les ondes possèdent une ou plusieurs bandes de latitude où l'étude aux points de croisement est réellement intéressante et d'autres qui n'apportent que très peu d'information supplémentaire (cf. Tableau 15, tiré de [Schrama and Ray, 1994]).

Latitude (degrés)	Intervalle de temps (jours)	$Q_1$	$O_1$	$P_1$	$K_1$	$N_2$	$M_2$	$S_2$	$K_2$
66,12	-3,9823	159	107			162	110		
66,08	-1,0157								
66,03	1,9509	-93				-108			
65,97	4,9175	141	-154			116	-179		
65,89	-2,0315								
65,80	0,9351								
65,70	3,9017	175	-134			143	-166		
65,58	-3,0473	100							
65,44	-0,0807								
65,29	2,8859	-152	-114			170	-153		
65,12	-4,0631	133				107			
64,93	-1,0965								
64,73	1,8701	-119	-94			-164	-139	-94	-90
64,50	4,8367	115	179				124	-118	-108
64,26	-2,1123								
64,01	0,8542					-137	-126	-105	-103
63,73	3,8208	149	-161				138	-129	-122
63,42	-3,1283							-92	-99
63,10	-0,1617					-110	-112	-116	-117
62,75	2,8048	-178	-141			114	151	-141	-135
62,38	-4,1442	107						-104	-112
61,98	-1,1777						-99	-128	-130
61,56	1,7888	-145	-121			141	164	-152	-149
61,10	4,7553		151	-93				-176	-167
60,62	-2,1938							-140	-144
60,10	0,7727	-112	-101			167	177	-164	-162
59,55	3,7391	122	171	-98	-90			172	180
58,96	-3,2100							-151	-158
58,33	-0,2435					-166	-169	-175	-176
57,65	2,7228	156	-169	-102	-97		94	160	166
56,94	-4,2263							-163	-171
56,17	-1,2599			-92	-95	-140	-156	173	170
55,34	1,7064	-171	-149	-107	-104		107	149	152
54,46	4,6727		124	-122	-113			124	134
53,52	-2,2766			-97	-102	-114	-144	161	156
52,51	0,6897	-138	-129	-112	-111	111	120	137	138
51,43	3,6560	96	143	-127	-120			112	119
50,26	-3,2934			-102	-109		-131	149	142
49,01	-0,3272	-105	-110	-117	-118	137	132	124	124
47,67	2,6389	129	163	-133	-127			100	105
46,22	-4,3106			-108	-116		-119	136	128
44,66	-1,3446			-123	-125	162	145	112	109
42,98	1,6214	161	-177	-138	-135				91
41,17	4,5874		95	-153	-144	-109			
39,21	-2,3624			-128	-133	-172	157	99	94
37,10	0,6034	-166	-158	-143	-142				
34,82	3,5692		114	-159	-152				
32,37	-3,3808			-134	-140	-148	168		
29,72	-0,4152	-134	-139	-149	-150				
26,89	2,5503	100	133	-164	-159				
23,85	-4,3999			-140	-148	-123	179		
20,61	-1,4346	-101	-120	-155	-158	101			
17,18	1,5306	132	152	-170	-167				

13,57	4,4958		174	-177	-171	-113	
9,81	-2,4547		-101	-161	-166	125	92
5,94	0,5103	164	171	-177	-176		
1,99	3,4753		168	175	-148	-103	

**Tableau 15 : Déphasage des ondes aux points de croisement**

Pour éviter de surcharger le Tableau 15, nous n'avons reporté que les déphasages supérieurs à 90 degrés [Ponchaut, 1998]. Ainsi, les points de croisement aux hautes latitudes n'apporteront que peu d'information dans l'étude des ondes  $P_1$  et  $K_1$ , seule la bande comprise entre 46° et 64° sera d'un intérêt significatif pour les ondes  $K_2$  et  $S_2$ . Pour les autres ondes, les bandes de latitudes apportant une information significative aux points de croisement sont moins explicites. Le problème de la réduction de l'aliasing aux points de croisement sera donc dépendant de l'onde considérée et de la latitude du point considéré.

## 8.5 Comparaison avec les marégraphes

---

La distribution spatiale des mesures altimétriques sur la surface des océans est la véritable amélioration qu'elles apportent par rapport aux marégraphes, en particulier aux points de croisement des traces.

Cependant, alors que seuls quelques mois de mesures marégraphiques suffisent pour obtenir une décomposition harmonique précise de l'enregistrement des variations du niveau de la mer, l'effet de l'aliasing dans l'analyse des mesures altimétriques impose que nous ayons besoin de plusieurs années pour obtenir le même spectre. De plus, la mise en place logistique est très lourde (quantité énorme de données à analyser, à corriger et à distribuer) et très coûteuse (envoi d'un satellite dans l'espace, maintenance et collecte des données).

Dans l'étude des marées, il faut donc voir la mesure satellitale comme un complément de la mesure marégraphique et non pas un remplacement. Chaque type de mesure a ses avantages et ses inconvénients. L'utilisation réfléchie de ces deux sources d'informations pour la validation et l'amélioration des modèles hydrodynamiques est un atout très important qu'il ne faut pas négliger. Dans la suite de notre travail nous allons mettre en œuvre ces deux informations de manière complémentaire afin de produire une modélisation de la marée la plus précise possible.

---

## **Partie III**

# **Modélisation de la marée**



## Chapitre 9

# L'assimilation de données dans le modèle hydrodynamique

### 9.1 Présentation du chapitre

---

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté une méthode de calcul de solutions de marée sur une couverture locale grâce à la modélisation des équations des ondes de marées sur un maillage éléments finis. Le code CEFMO nous permet de résoudre ces équations à l'échelle globale. La structure même du code CEFMO couplé à un code de résolution par blocs, nous permet d'obtenir des solutions indépendantes de conditions aux limites. Cependant, l'imprécision des plusieurs paramètres d'entrée tels la bathymétrie, le forçage astronomique, les effets de charges donnent des solutions qui sont globalement de qualité (~3 cm de différence avec des données mesurées de plein océan) mais qui manquent parfois d'exactitude en particulier le long des côtes et en petits fonds. C'est pourquoi, afin d'améliorer ces solutions, nous avons recours à la technique d'assimilation de données. Dans ce chapitre, nous allons développer la formulation de cette technique afin de présenter les résultats qu'elle engendre pour les solutions de marées à l'échelle globale dans le chapitre suivant.

### 9.2 Généralités sur l'assimilation de données

---

#### 9.2.1 Schéma général de l'assimilation

L'assimilation de données dans un modèle numérique est une technique de calcul mathématique qui permet de fournir une solution combinant le résultat du calcul numérique et les mesures d'un phénomène en tenant compte des imprécisions du calcul numérique et des mesures de terrain. L'estimation de ces imprécisions s'appuie sur des statistiques d'erreurs qui sont en

général supposées gaussiennes. Ces statistiques permettent de donner plus ou de moins d'influence aux observation in situ et aux sorties numériques de modèles.

Ainsi, de manière générale, l'assimilation de données est une approche basée sur une comparaison quantitative entre un modèle et des observations. Dans le cas de la modélisation de la marée océanique, nous avons d'une part les sorties numériques de CEFMO et d'autre part des mesures extraites des marégraphes placés sur le terrain et de l'altimétrie. De ces deux sources d'informations (calculs numériques et mesures) sont tirées la mer 'vraie' c'est-à-dire la dénivellation réelle des océans due à la marée océanique en donnant une confiance correspondant à l'inverse de l'erreur sur ces deux sources d'informations. Dans notre cas, le modèle par éléments finis CEFMO fournit en tous les nœuds du maillage des dénivellations a priori de la marée (auxquels sont attribuées des erreurs) et les données in situ sont fournies par diverses bases de données marégraphiques et altimétriques (auxquelles sont attribuées des barres d'erreurs).

L'assimilation de données utilisée dans notre étude est basée sur une technique d'inversion avec une approche de type moindres carrés. Cette approche revient à chercher la perturbation du modèle qui minimise une fonction coût  $J$  :

$$J(\text{perturbation de la solution du modèle}) = \frac{(\text{erreur par rapport aux données})^2}{(\text{erreur sur les données})^2} + \frac{(\text{erreur par rapport au modèle})^2}{(\text{erreur sur le modèle})^2}$$

### 9.2.2 Historique

La terminologie 'assimilation de données' a été introduite au cours des années 60 dans le domaine de la météorologie. Cette méthodologie fut développée afin d'améliorer la précision des modèles opérationnels de prévision au moyen de mesures in situ.

Dans le domaine de l'océanographie appliquée aux marées, cette technique a commencé à être développée à la fin des années 70 [Bennett and McIntosh, 1982]. En effet, bien que les marées soient certainement le phénomène océanique le plus prévisible, que les constantes harmoniques du spectre soient connues et calculées le long de la plupart des côtes et des îles du globe terrestre et que les équations régissant la dynamique des marées soient établies depuis Laplace (fin du 18<sup>ème</sup> siècle), l'acquisition de données marégraphiques en zone pélagique est récente. Il a fallu attendre l'avancée technologique de mesures du niveau de la surface en plein océan (marégraphes de grands fonds) pour obtenir une base de données des composantes du spectre de marée bien distribuées parmi les océans. En outre, les années 90 ont vu l'essor de l'exploration satellitaire par des satellites tels TOPEX/Poséidon ou ERS1 qui ont permis de fournir des

relevés altimétriques du niveau de la mer sans précédent en matière de densité spatiale. Les mesures satellitales et les mesures marégraphiques apportent donc de précieuses et nombreuses informations qui, au lieu d'être uniquement utilisées comme bases de comparaisons quantitatives peuvent être aussi incorporées dans les modèles numériques de marées pour les améliorer. De nombreuses méthodes d'assimilation ont alors été mise en place pour améliorer la modélisation globale de la marée [Egbert and Bennett, 1996; Jourdin, 1992; Jourdin et al., 1991; Zahel, 1991 ].

### 9.2.3 Sources d'erreurs

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 9.1, la détermination des erreurs sur les données et sur le modèle numérique est primordiale pour l'assimilation. En effet, elle conditionne la précision et la cohérence des solutions issues de cette technique. Il faut donc différencier les différentes sources d'erreur sur les données et sur le modèle.

Les erreurs sur le modèle sont dues principalement :

- aux erreurs sur le forçage ;
- aux erreurs sur les conditions aux limites ouvertes et fermées.

Les erreurs sur les données sont dues :

- aux erreurs de mesures ;
- aux erreurs d'analyse des données.

---

## 9.3 Mise en place théorique de l'assimilation

### 9.3.1 Equations du modèle

Le paragraphe 6.3 nous a conduit au système hydrodynamique à résoudre. Il se résume par :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} \in \Omega, S[\alpha](\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) \\ \forall \mathbf{x} \in \Omega_c, \alpha = \alpha_a \\ \forall \mathbf{x} \in \Omega_o, H\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{M}(\nabla \alpha - \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \end{cases} \quad (9.71)$$

Ce système est résolu par la technique de discrétisation en élément finis (éléments triangulaires, approximation en Lagrange P2). La solution de ce système sera appelée *solution a priori*.

### 9.3.2 Estimation des erreurs

A ce stade de la recherche de solutions de marées océaniques, nous disposons d'une part de la solution a priori fournie par notre modèle et d'autre part des mesures des appareils in situ. Au lieu de n'utiliser que les données in situ dans un but de comparaison qualitative avec le modèle, nous pouvons utiliser cette source d'informations supplémentaire en assimilant les données avec le modèle (comparaison quantitative). Nous recherchons donc une 'vérité' qui se situe entre la solution a priori et les indications des données in situ en attribuant une erreur à ces deux sources.

Dans la suite nous prenons comme notation :

- l'indice *prior* pour toutes les variables faisant référence à la solution a priori ;

- l'indice \* pour représenter la transposée d'un vecteur :  $\mathbf{X}^* = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}^* = [x_1 \quad \dots \quad x_n]$

#### 9.3.2.1 Rappels mathématiques

Soit  $\mathbf{x}$  un vecteur de dimension N et  $\mathbf{A}$  une matrice symétrique de dimension NxN. Le scalaire  $S = \mathbf{x}^* \mathbf{A} \mathbf{x}$  est appelé *forme quadratique*.

Soit  $\mathbf{A}$  une matrice de dimension NxN.  $\mathbf{A}$  est dite *matrice hermitienne* si et seulement si :

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{C}^N, \quad \mathbf{x}^* \mathbf{A} \mathbf{x} \in \mathbf{R} \quad (9.72)$$

Une des propriétés fondamentales de la matrice  $\mathbf{A}$  est que la transposée du conjugué de  $\mathbf{A}$  est égal à  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{A} = [\text{conj}(\mathbf{A})]^* \quad (9.73)$$

Soit  $\mathbf{A}$  une matrice hermitienne de dimension NxN.  $\mathbf{A}$  est dite *matrice hermitienne définie positive* si et seulement si :

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{C}^N, \quad \mathbf{x}^* \mathbf{A} \mathbf{x} > 0 \quad (9.74)$$

#### 9.3.2.2 Rappels statistiques

La *probabilité d'un événement* est le rapport du nombre n de cas favorables sur le nombre N de cas possibles, en supposant tous les cas également possibles.

Une *variable aléatoire* est une variable  $X$  qui prend une valeur donnée avec une probabilité donnée.

La *fonction de répartition* associée à une variable aléatoire  $X$  est :

$$F(x) = \text{Prob}(X < x) \quad (9.75)$$

La *densité de probabilité* associée à une variable aléatoire  $X$  est :

$$f(x) = \frac{dF}{dx}(x) = \text{Prob}(x < X < x + dx) \quad (9.76)$$

L'*espérance mathématique*  $E$  est la somme des produits de toutes les valeurs distinctes  $x_i$  que peut prendre  $X$ , multipliées par leurs probabilités respectives  $p_i$  :

$$E(X) = \sum x_i p_i \quad (9.77)$$

Si  $f(x)$  est continue et intégrable :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (9.78)$$

La *variance* d'une variable aléatoire est définie par :

$$\text{Var}(X) = E\{[X - E(X)]^2\} = \sigma^2 \quad (9.79)$$

L'*écart-type* est alors  $\sigma$ .

La *covariance* de deux fonctions aléatoires est définie par :

$$\text{Covar}(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} \quad (9.80)$$

La *matrice de covariance*  $\Sigma_x$  d'un vecteur de variables aléatoires  $\mathbf{X} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$  est :

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} \text{Var}(x_1) & \dots & \text{Covar}(x_1, x_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ \text{Covar}(x_n, x_1) & \dots & \text{Var}(x_n) \end{bmatrix} \quad (9.81)$$

### 9.3.2.3 Erreurs sur les données

Nous définissons une variable aléatoire  $\varepsilon_k$  représentant l'erreur de mesure du  $k^{\text{ième}}$  site d'observation de donnée in situ :

$$\varepsilon_k = m_k - d_k \quad (9.82)$$

avec  $m_k$  la valeur de la dénivellation réelle et  $d_k$  le meilleur estimateur non-biaisé de l'observation (mesure marégraphique in situ).

On définit de même une fonction de covariance d'erreur pour les observations :

$$c_\varepsilon(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = E[\varepsilon_k \varepsilon_l^*] \quad (9.83)$$

ainsi qu'une matrice de covariance d'erreur pour les N données mesurées :

$$\mathbf{C}_\varepsilon = [c_\varepsilon(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l)]_{k=1, N, l=1, N} \quad (9.84)$$

### 9.3.2.4 Erreurs sur le modèle

Soient  $(\psi, \alpha_o, \Phi)$  les valeurs réelles du forçage, de la dénivellation sur les frontières ouvertes et le flux des vitesses sur les frontières fermées. Nous définissons les erreurs  $\delta\psi$ ,  $\delta\alpha_o$  et  $\delta\Phi$  :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} \in \Omega, & \delta\psi(\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) - \psi_{prior}(\mathbf{x}) \\ \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_o, & \delta\alpha_o(\mathbf{x}) = \alpha_o(\mathbf{x}) - \alpha_{o, prior}(\mathbf{x}) \\ \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_c, & \delta\Phi(\mathbf{x}) = [H(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{prior}) \cdot \mathbf{n}](\mathbf{x}) \end{cases} \quad (9.85)$$

Ainsi, le champ de dénivellation qui résulte de cette considération des erreurs est donné par :

$$\forall \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, \quad \alpha(\mathbf{x}) = \alpha_{prior}(\mathbf{x}) + \delta\alpha(\mathbf{x}) \quad (9.86)$$

Comme le système  $S$  défini en (9.71) est linéaire, l'erreur sur la dénivellation est donnée par :

$$S[\delta\alpha](\mathbf{x}) = \delta\psi(\mathbf{x}) \quad (9.87)$$

Nous considérerons par la suite que  $(\delta\psi, \delta\alpha_o, \delta\Phi)$  est un triplet de trois champs de variables aléatoires indépendantes. La solution assimilée est définie par la réalisation de ces trois variables qui minimise une fonction coût. Nous supposons que les erreurs statistiques sont approximativement décrites par leurs fonctions de covariance d'erreur :

$$\begin{cases} \forall (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in \Omega \times \Omega & , & c_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E[\delta\psi(\mathbf{x}_1)\delta\psi(\mathbf{x}_2)^*] \\ \forall (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in \partial\Omega_o \times \partial\Omega_o & , & c_o(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E[\delta\alpha_o(\mathbf{x}_1)\delta\alpha_o(\mathbf{x}_2)^*] \\ \forall (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in \partial\Omega_c \times \partial\Omega_c & , & c_c(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E[\delta\Phi(\mathbf{x}_1)\delta\Phi(\mathbf{x}_2)^*] \end{cases} \quad (9.88)$$

où E est l'espérance mathématique.

Nous définissons ensuite pour chacune des erreurs du modèle, les opérateurs linéaires de covariances agissant sur le champ de dénivellation  $\alpha$  :

$$\begin{cases} C_i : \psi \mapsto C_i[\psi] & , & C_i[\psi](\mathbf{x}) = \int_{\Omega} c_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\psi(\mathbf{x}')d\mathbf{s} \\ C_o : \alpha \mapsto C_o[\alpha] & , & C_o[\alpha](\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega_o} c_o(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\alpha(\mathbf{x}')dl \\ C_c : \Phi \mapsto C_c[\Phi] & , & C_c[\Phi](\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega_c} c_c(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\Phi(\mathbf{x}')dl \end{cases} \quad (9.89)$$

### 9.3.3 Fonctions coûts

#### 9.3.3.1 Fonction coût pour les observations

Posons  $L_k$  la fonction linéaire qui à l'observation  $d_k$ , mesurée au point  $x_k$ , projette le champ de dénivellation  $\alpha$  dans l'espace des observations. C'est en fait l'interpolation du champ  $\alpha$  au point  $x_k$  de la mesure in situ.

Soit  $\mathbf{e}$  le vecteur des différences entre la mesure  $d_k$  à un point  $x_k$  et le champ  $\alpha$  interpolé au point  $x_k$  :

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{L}[\alpha] = [d_k - L_k[\alpha]]_{k=1,K} \quad (9.90)$$

Nous définissons alors la fonction coût  $J_d$  pour les observations :

$$J_d(\alpha) = \mathbf{e}^* \mathbf{C}_\varepsilon^{-1} \mathbf{e} \quad (9.91)$$

Supposons que  $\alpha$  soit distribué suivant une loi normale. La densité de probabilité pour que les observations in situ du champ  $\alpha$  coïncident avec la mesure de  $\alpha_{vraie}$  est donnée par :

$$\rho_d(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^K \det C_\varepsilon}} \exp(-J_d(\alpha)) \quad (9.92)$$

Dans la pratique, nous supposons que les données ne sont pas corrélées entre elles. Cette hypothèse est justifiée par le fait que l'erreur de mesure d'un marégraphe n'influe aucunement sur la mesure d'un autre marégraphe. La matrice de corrélation  $C_\varepsilon$  est donc une matrice diagonale composée des variances sur les erreurs des données. La matrice inverse  $C_\varepsilon^{-1}$  représente la confiance que nous attribuons à chacune de ces données.

### 9.3.3.2 Fonction coût pour le modèle

Définissons de même une fonction coût  $J_m$  pour le modèle au moyen des opérateurs de covariances introduits en (9.89) suivant une approche développée par *Tarantola* [1987] :

$$J_m(\alpha) = \int_{\Omega} \partial\psi^*(\mathbf{x}) C_i^{-1} [\partial\psi](\mathbf{x}) ds + \int_{\partial\Omega_o} \partial\alpha_o^*(\mathbf{x}) C_o^{-1} [\partial\alpha_o](\mathbf{x}) dl + \int_{\partial\Omega_c} \delta\Phi^*(\mathbf{x}) C_c^{-1} [\delta\Phi](\mathbf{x}) dl \quad (9.93)$$

La densité de probabilité pour qu'un triplet de paramètres du modèle coïncide avec la mesure de  $\alpha_{vraie}$  est donnée par :

$$\rho_m = A \exp(-J_m(\alpha)) \quad (9.94)$$

où A est un facteur de normalisation.

### 9.3.3.3 Fonction coût pour les deux sources d'informations

Définissons la fonction coût  $J$  selon :

$$J(\alpha) = J_d(\alpha) + J_m(\alpha) \quad (9.95)$$

La dénivellation  $\alpha$  qui minimise cette fonction coût est la solution la plus cohérente à la fois des observations et la de la solution a priori proposé par le modèle. Ainsi,  $J_d$  donne une indication sur la meilleure estimation de l'ensemble des observations  $\mathbf{d}$  par rapport à la dénivellation vraie aux sites d'observations.

La densité de probabilité pour qu'un triplet de paramètres du modèle et pour que les observations in situ du champ  $\alpha$  coïncide avec la mesure de  $\alpha_{vraie}$  est donnée par :

$$\rho_{md} = B \exp[-(J_d(\alpha) + J_m(\alpha))] \quad (9.96)$$

où B est un facteur de normalisation.

Cependant, nous ne connaissons qu'approximativement les fonctions de covariances. De plus, si le nombre de nœuds du maillage est important, il faut inverser des matrices de covariances de très grandes dimensions, ce qui est numériquement très lourd. Nous avons donc utilisé la technique des représentants qui permet de résoudre ces problèmes.

### 9.3.4 La technique des représentants

La technique des représentants adaptée au problème des marées a déjà été abordé dans la littérature [Bennett, 1992; Egbert and Bennett, 1996; Lyard, 1999]. Nous rappelons les principaux résultats ci-dessous.

Soit  $H_1(\Omega)$  l'espace des dénivellations possibles de marées. La fonction coût définie en (9.95) est une forme quadratique définie positive. Nous pouvons donc définir un produit scalaire dans l'espace des dénivellations  $H_1(\Omega)$  :

$$\begin{aligned} \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle_C = & \\ \int_{\Omega} (S[\alpha_1])^* C_i^{-1} [S[\alpha_2]] ds + \int_{\partial\Omega_0} \alpha_1^* C_o^{-1} [\alpha_2] dl + \int_{\partial\Omega_c} (\mathbf{M}\nabla\alpha_1 \cdot \mathbf{n})^* C_c^{-1} [\mathbf{M}\nabla\alpha_2 \cdot \mathbf{n}] dl & \end{aligned} \quad (9.97)$$

Ce produit scalaire contient toute l'information associée à l'erreur sur le modèle. La fonction coût s'exprime alors selon :

$$J(\alpha) = (\mathbf{d} - \mathbf{L}[\alpha])^* \mathbf{C}_\varepsilon^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{L}[\alpha]) + \|\alpha - \alpha_{prior}\|_C^2 \quad (9.98)$$

Sous certaines hypothèses de régularité des opérateurs de covariances,  $H_1(\Omega)$  est un espace de Hilbert (c'est-à-dire que les dénivellations sont carrée-intégrables sur  $\Omega$ ). Donc, d'après le théorème de Riesz, puisque  $L_k$  est une fonctionnelle linéaire, il existe un champ  $r_k$  dans  $H_1(\Omega)$  tel que :

$$\forall \alpha \in H_1(\Omega), \quad L_k[\alpha] = \langle r_k, \alpha \rangle_C \quad (9.99)$$

$r_k$  est appelé *représentateur* associé à la fonctionnelle  $L_k$  [Egbert and Bennett, 1996; Yosida, 1980].

En supposant que les représenteurs sont linéairement indépendants, ils forment une base de vecteurs de l'espace vectoriel  $V$  de dimension  $K$ , où  $K$  est le nombre de mesures in situ que nous voulons assimiler. Ainsi tous les champs de l'espace  $H_1(\Omega)$  peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\forall \alpha \in H_1(\Omega), \quad \alpha = \alpha_V + \alpha_{V^\perp} \quad (9.100)$$

où  $V^\perp$  est l'espace vectoriel orthogonal à  $V$ . L'espace de dimension infinie  $H_1(\Omega)$  est la réunion de  $V$  et  $V^\perp$ . Les propriétés des sous-espaces vectoriels orthogonaux (norme d'une somme égale à la somme de la norme et produit scalaire d'un vecteur orthogonal nul) nous permettent d'écrire :

$$\|\alpha\|_C^2 = \|\alpha_V\|_C^2 + \|\alpha_{V^\perp}\|_C^2 \quad (9.101)$$

$$L_k[\alpha] = \langle r_k, \alpha \rangle_C = \langle r_k, \alpha_V \rangle_C + \langle r_k, \alpha_{V^\perp} \rangle_C = \langle r_k, \alpha_V \rangle_C + 0 = L_k[\alpha_V] \quad (9.102)$$

Ainsi, le terme orthogonal de (9.99) ne modifie pas le premier membre de la fonction coût. Nous pouvons le choisir de telle manière qu'il soit égal au champ zéro pour qu'il minimise le terme de droite de la fonction coût (9.97). Nous recherchons la solution sous la forme de combinaison linéaire de représenteurs, c'est-à-dire :

$$\alpha(\mathbf{x}) = \alpha_{prior}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^K b_k r_k(\mathbf{x}) \quad (9.103)$$

Posons  $\mathbf{R}$  la matrice hermitienne des produits scalaires des représenteurs :

$$\mathbf{R} = [R_{kl}]_{k=1, K, l=1, K} = [\langle r_k, r_l \rangle_C]_{k=1, K, l=1, K} \quad (9.104)$$

Les principales caractéristiques des composantes de cette matrice sont :

$$R_{kl} = \langle r_k, r_l \rangle_C = L_k[r_l] = \langle r_l, r_k \rangle_C^* = L_l^*[r_k] \quad (9.105)$$

Le problème, initialement de dimension infinie, est devenu de dimension finie  $K$ , le nombre de mesures in situ à assimiler (nombre de degrés de liberté). Nous avons donc :

$$\begin{aligned}
 \|\alpha - \alpha_{prior}\|_C^2 &= \langle \alpha - \alpha_{prior}, \alpha - \alpha_{prior} \rangle_C \\
 &= \left\langle \sum_{k=1}^K b_k r_k(\mathbf{x}), \sum_{l=1}^K b_l r_l(\mathbf{x}) \right\rangle_C \\
 &= \sum_{k=1}^K b_k \sum_{l=1}^K b_l \langle r_k, r_l \rangle_C \\
 &= \mathbf{b} \left[ \langle r_k, r_l \rangle_C \right]_{k=1, K, l=1, K} \mathbf{b}^* \\
 &= \mathbf{bRb}^*
 \end{aligned} \tag{9.106}$$

La fonction coût se simplifie en :

$$J(\alpha) = (\mathbf{d} - \mathbf{L}[\alpha])^* \mathbf{C}_\varepsilon^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{L}[\alpha]) + \mathbf{b}^* \mathbf{Rb} \tag{9.107}$$

Le vecteur  $\mathbf{b}$  qui minimise (9.107) est solution du système  $K \times K$  :

$$(\mathbf{R} + \mathbf{C}_\varepsilon) \mathbf{b} = \mathbf{e}_{prior} \tag{9.108}$$

Les représentateurs sont calculés en résolvant (9.108) et la solution en dénivellation est calculée en résolvant (9.99). La matrice de covariance d'erreurs associée à la solution assimilée est :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{R}^{-1} + \mathbf{C}_\varepsilon^{-1})^{-1} \tag{9.109}$$

La matrice de covariance a posteriori est très intéressante pour diagnostiquer l'assimilation. Elle nous permet de diagnostiquer la cohérence entre la covariance a priori des observations et celle du modèle.



## Chapitre 10

# Un modèle indépendant de la mesure altimétrique : FES98

### 10.1 Présentation du chapitre

---

Au milieu des années 90, les solutions FES94.1 et FES95.2 offraient à la communauté scientifique des nouveaux types de solutions globales de marées. Dans la continuité des améliorations sans cesse réalisées sur les modèles FES (Finite Element Solution), nous sommes à même de calculer une nouvelle solution globale qui tient compte des apports de l'assimilation de données grâce à la méthode des représenteurs introduite dans le chapitre précédent. Cette méthode d'assimilation va nous permettre d'inclure les informations de terrain dans notre modèle afin de produire de nouvelles solutions pour les principales ondes du spectre de marée. En premier lieu dans ce chapitre, nous mettrons en place les améliorations à apporter au modèle hydrodynamique. Puis nous quantifierons les solutions hydrodynamiques obtenues. Enfin, nous utiliserons la méthode d'assimilation basée sur les représenteurs pour améliorer nos solutions en dénivellation, au moyen de données marégraphiques. Nous produirons ainsi des solutions de qualité en zones côtières et sur les plateaux tout en étant indépendant de la mesure altimétrique. Les nouvelles solutions seront nommées FES98.

### 10.2 Calcul des solutions hydrodynamiques libres

---

#### 10.2.1 Division du maillage

Pour les calculs des solutions FES à l'échelle globale, les équations sont résolues sur un maillage global éléments finis. La génération d'un maillage est longue et coûteuse en temps de calcul. Un des buts premiers dans cette étude étant de vérifier le code d'assimilation sur une

couverture globale, nous avons réutilisé le maillage élément finis couvrant globalement les océans et utilisé pour calculer les solutions FES94.1 et FES95.2 (cf. Figure 45). Nous avons préféré refaire un maillage beaucoup plus précis ultérieurement. Une augmentation immédiate de la précision aurait apporté de trop nombreux problèmes informatiques à résoudre simultanément avec le débogage du code d'assimilation.

Malgré tout, la taille du maillage est trop grande pour permettre une résolution globale. Il a donc été divisé en plusieurs sous domaines (les noms entre parenthèses sont les termes génériques des bassins utilisés dans le code) :

- l'océan Arctique (ARCTIC) ;
- l'Atlantique Nord (ATLNORD) ;
- l'Atlantique Sud (ATLSUD) ;
- la baie d'Hudson (HUDSON) ;
- l'océan Indien (INDIEN) ;
- les mers de la Malaisie (MALAYSIE) ;
- la mer Méditerranée (MEDITER) ;
- le Pacifique Nord (PACNORD) ;
- le Pacifique Sud (PACSUD).

Nous donnons dans le Tableau 16 les différentes caractéristiques des bassins en termes numériques. Ces données sont essentielles pour la résolution du modèle. Elles permettent de dimensionner tous les paramètres et les tableaux numériques qui interviennent au cours des calculs. En effet pour nous affranchir au maximum de tous les problèmes de débordements de tableaux (véritables fléaux du programmeur...) au cours de l'exécution du code CEFMO, toutes nos déclarations de tableaux sont statiques et non dynamiques.

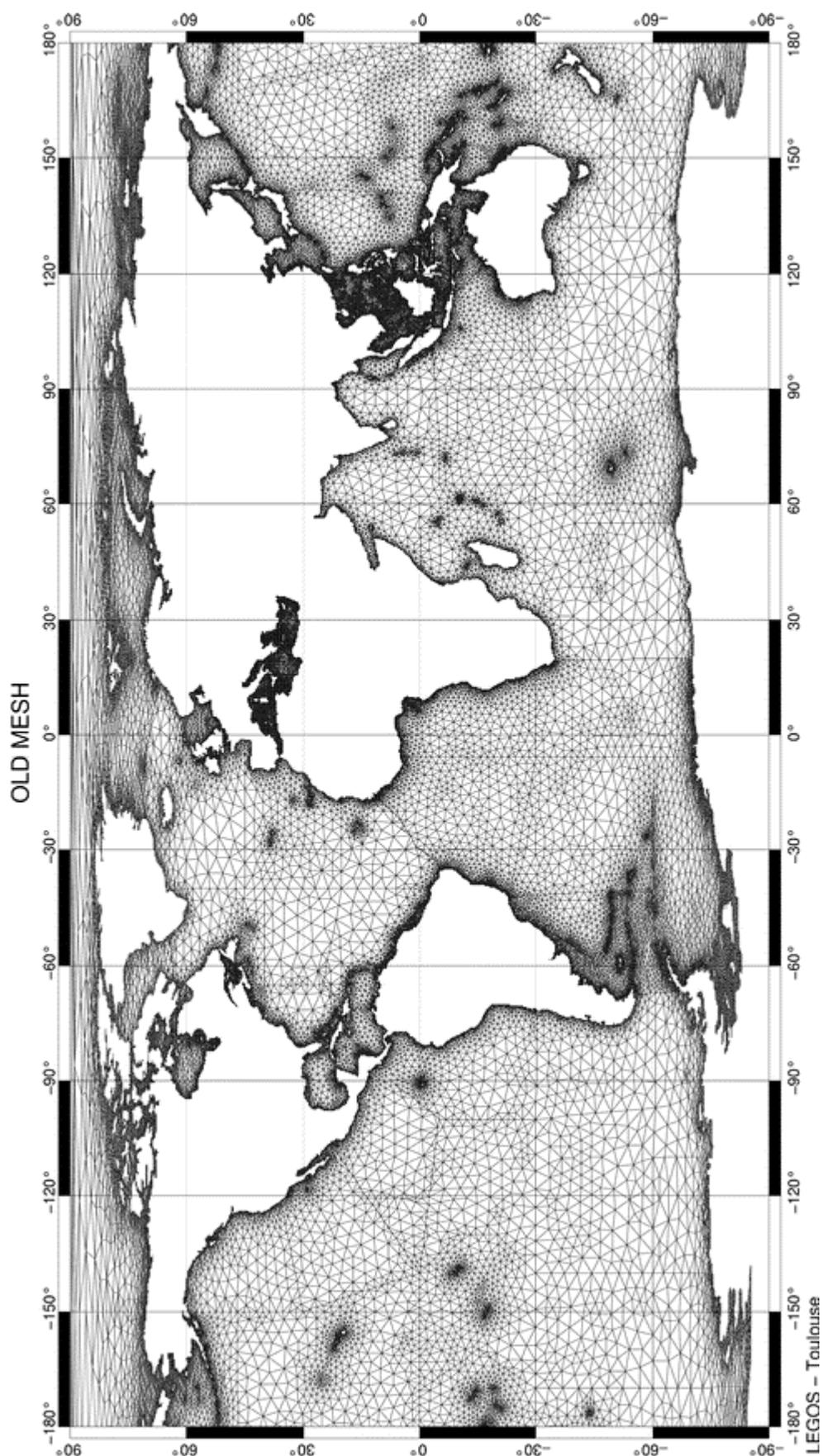


Figure 45 : Maillage global pour le calcul des solutions FES94.1, FES95.2 et FES98

Bassin	Nombre d'éléments triangulaires	Nombres de nœuds en Lagrange-P2	Nombre de conditions aux limites ouvertes en Lagrange-P2
ARCTIC	18 787	41 858	100
ATLNORD	16 129	3 5695	211
ATLSUD	20 585	43 817	171
HUDSON	3 315	7 564	17
INDIEN	18 695	40 804	276
MALAYSIE	14 787	31 556	251
MEDITER	11 350	23 998	5
PACNORD	20 897	45 913	280
PACSUD	20 044	43 487	250
Total	144 589	314 692	1 561

Tableau 16 : Caractéristiques numériques des différents bassins océaniques utilisés dans CEFMO

Dans un premier temps, tous les calculs se font indépendamment pour chaque bassin.

## 10.2.2 Résolution numérique

Les calculs des solutions de marées sont effectués sur les supercalculateurs CRAY de l'IDRIS par la soumission de jobs en batch. Les solutions sont assemblées sur des stations de travail Sun Ultra 1. Afin de faciliter et d'automatiser les calculs, un script de soumission a été établi au niveau mondial. Pour calculer les ondes  $M_2$  et  $K_1$ , les calculs se décomposent en quatre étapes principales :

- *Etape 1* (2 calculs en tout) : 1 calcul en mode dominant pour chacune des ondes  $M_2$  et  $K_1$  et pour chacun des 9 bassins ;
- *Etape 2* (8 calculs pour tous les bassins à part HUDSON avec 20 calculs) : 4 calculs en mode mixte pour chacune des ondes  $M_2$  et  $K_1$  et pour chacun des 9 bassins;
- *Etape 3* (1 calcul) : 1 calcul avec sauvegarde des réponses impulsionnelles pour l'onde  $M_2$  ou  $K_1$  et pour chacun des 9 bassins;
- *Etape 4* (1 calcul) : 1 calcul d'assemblage par une résolution par blocs des solutions sur chacun des bassins (réponse libre).

Pour calculer les ondes  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $O_1$ , et  $Q_1$  les calculs se décomposent en deux parties principales :

- *Etape 1* (1 calcul) : 1 calcul utilisant les coefficients de frottement calculé pour les ondes  $M_2$  et  $K_1$  avec sauvegarde des réponses impulsionnelles pour chacun des 9 bassins ;
- *Etape 2* (1 calcul) : 1 calcul d'assemblage par une résolution par blocs des solutions sur chacun des bassins (réponse libre).

## 10.2.3 La résolution par blocs

### 10.2.3.1 Principe

Le calcul d'une solution de marée au niveau global est coûteux en temps de calcul et en place mémoire. Les ordinateurs actuels ne permettent pas de calculer une solution globale de marée sur le maillage global éléments finis que nous avons considéré. C'est pourquoi, en prenant en compte les caractéristiques des moyens informatiques mis à notre disposition par l'IDRIS, le maillage de la surface océanique a été divisé en plusieurs sous domaines. Les solutions sont calculées indépendamment les unes des autres sur chacun des sous domaines en imposant des conditions aux limites aux frontières partagées. Pour chaque bassin ces frontières partagées sont des frontières ouvertes et les côtes représentent les frontières fermées. Puis, par la linéarité du modèle, une résolution finale utilisant les calculs effectués pour chacun des sous domaines, permet d'assembler la solution globale. Nous reprenons et expliquons de manière plus approfondie cette méthode développée initialement par *Lyard* [1998].

### 10.2.3.2 Système par blocs

Considérons le problème global obtenu en additionnant  $N-1$  bassins océaniques séparés. Les inconnues sont triées par bassin sauf les inconnues qui sont à la frontière de deux bassins différents. Ces inconnues partagées sont assemblées dans un  $N^{\text{ième}}$  vecteur : elles appartiennent toutes à des frontières ouvertes. Par ce formalisme, le modèle hydrodynamique global des  $N-1$  bassins est équivalent au système :

$$\begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & \mathbf{A}_{i,i} & 0 & \mathbf{A}_{i,N} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \cdots & \mathbf{A}_{N,i} & \cdots & \mathbf{A}_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N-1} \\ \mathbf{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N-1} \\ \mathbf{Y}_N \end{bmatrix} \quad (10.110)$$

avec :

- $\mathbf{A}_{j,k}$  : les matrices de coefficients fixés par les équations hydrodynamiques et imposant les dépendances entre les nœuds du maillage ;
- $\mathbf{X}_i$  : les vecteurs d'inconnues strictement à l'intérieur du bassin  $i$  ;
- $\mathbf{X}_N$  : le vecteur d'inconnues partagées entre deux bassins (pour tous les  $N-1$  bassins) ;
- $\mathbf{Y}_i$  : le forçage total appliqué sur le bassin océanique  $i$  ;
- $\mathbf{Y}_N$  : le forçage total appliqué sur les frontières ouvertes partagées.

De (10.110) nous pouvons déduire :

$$\forall i \in \{1, \dots, N-1\}, \quad \mathbf{X}_i = \mathbf{A}_{i,i}^{-1} (\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N) \quad (10.111)$$

$$\mathbf{X}_N = \mathbf{A}_{N,N}^{-1} \left( \mathbf{Y}_N - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{X}_i \right) = \mathbf{A}_{N,N}^{-1} \left[ \mathbf{Y}_N - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} (\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N) \right] \quad (10.112)$$

### 10.2.3.3 Solution a priori : système contraint

Dans notre cas, nous cherchons à retirer l'action du forçage que nous imposons par des conditions aux limites sur les frontières ouvertes de l'ensemble des bassins. Nous voulons obtenir une solution globale qui n'a plus d'interdépendance fixée par ces conditions aux limites entre les différents bassins du domaine global. Ainsi, notre but est de calculer la part des solutions de marée qui est due aux forçages (que nous imposons a priori sur les frontières ouvertes) et la part du forçage naturel (pour simplifier nous emploierons le terme de forçage naturel pour désigner le forçage astronomique plus le forçage des effets secondaires). Comme le système est linéaire, si nous retirons l'influence de ces conditions aux limites imposées sur les frontières ouvertes, nous accéderons aux solutions purement hydrodynamiques qui ne sont que la conséquence du forçage naturel.

Notre système hydrodynamique est linéaire, donc nous pouvons chercher les vecteurs  $\mathbf{X}_i$  sous la forme :

$$\forall i \in \{1, \dots, N-1\}, \quad \mathbf{X}_i = \mathbf{X}_i^0 + \mathbf{X}_i^1 \quad (10.113)$$

avec :

- $\mathbf{X}_i^0$ : les vecteurs d'inconnues strictement à l'intérieur du bassin  $i$  et qui ne sont que la conséquence du forçage naturel ;
- $\mathbf{X}_i^1$ : les vecteurs d'inconnues strictement à l'intérieur du bassin  $i$  et qui ne sont que la conséquence du forçage imposé par nos conditions aux limites ;

### 10.2.3.4 Système libre

Les vecteurs qui nous intéressent sont les vecteurs  $\mathbf{X}_i^0$  car ils sont exempts de l'influence des conditions aux limites qui nous permettent a priori d'assurer le calcul des solutions de marées sur chaque sous domaine et la continuité entre les sous domaines du maillage de l'océan mondial.

Ainsi, d'après (10.110) le système a priori sans condition aux limites imposée s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{i,i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \cdots & \mathbf{A}_{N,i} & \cdots & \mathbf{A}_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^0 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N-1}^0 \\ \mathbf{X}_N^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_N^0 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N-1}^0 \\ \mathbf{Y}_N^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_N^0 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N-1}^0 \\ \mathbf{Y}_N^0 \end{bmatrix} \quad (10.114)$$

Nous n'avons plus de dépendance en  $\mathbf{A}_{i,N}$  puisque les conditions aux limites sont nulles dans le calcul des  $\mathbf{X}_i^0$ . Nous ne considérons que la part du forçage astronomique. Nous en déduisons :

$$\forall i \in \{1, \dots, N-1\}, \quad \mathbf{X}_i^0 = \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{Y}_i^0 \quad (10.115)$$

et,

$$\mathbf{X}_N^0 = \mathbf{A}_{N,N}^{-1} \left( \mathbf{Y}_N - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{X}_i^0 \right) \quad (10.116)$$

Soit :

$$\mathbf{X}_N^0 = \mathbf{A}_{N,N}^{-1} \left( \mathbf{Y}_N - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{Y}_i^0 \right) = \mathbf{X}_N - \mathbf{A}_{N,N}^{-1} \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N \quad (10.117)$$

### 10.2.3.5 Système de perturbation

Les vecteurs  $\mathbf{X}_i^1$  peuvent être considérés comme des perturbations de la solution libre. En effet, ils représentent la contribution dans la solution forcée des conditions aux limites forcées, sans influence du potentiel naturel. Ainsi, d'après (10.110) le système qui est l'unique conséquence des conditions aux limites imposées s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & \mathbf{A}_{i,i} & 0 & \mathbf{A}_{i,N} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \cdots & \mathbf{A}_{N,i} & \cdots & \mathbf{A}_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N-1}^1 \\ \mathbf{X}_N^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N-1}^1 \\ \mathbf{Y}_N^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{1,N} \mathbf{X}_N^0 \\ \vdots \\ -\mathbf{A}_{N-1,N} \mathbf{X}_N^0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.118)$$

En effet, il n'y a pas de dépendance autres sur les frontières :

$$\forall i \in \{1, \dots, N-1\}, \quad \mathbf{Y}_i^0 = \mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N^0 \quad (10.119)$$

### 10.2.3.6 Réduction des matrices d'inversion

La technique de résolution par blocs consiste à éliminer les vecteurs  $\mathbf{X}_i$  de (10.112). En reportant, les valeurs des vecteurs  $\mathbf{X}_i$  données par (10.111) dans (10.112) pour tous les indices  $i$  variant de 1 à  $N-1$ , nous obtenons après simplifications :

$$\left( \mathbf{A}_{N,N} + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{A}_{i,N} \right) \mathbf{X}_N = \mathbf{Y}_N - \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{Y}_i \quad (10.120)$$

Il nous faut maintenant résoudre (10.120) pour déterminer  $\mathbf{X}_N$ . Le problème ici est que cette résolution implique le calcul de l'inverse de la matrice globale  $\mathbf{A}_{i,i}$  ce qui est impossible étant donnée la taille de cette matrice. Le calcul direct est donc compromis. Il faudrait utiliser une résolution itérative, lourde et coûteuse pour résoudre (10.120).

Cependant, nous remarquons que la matrice inverse  $\mathbf{A}_{i,i}^{-1}$  est multipliée par des matrices  $\mathbf{A}_{N,i}$  et  $\mathbf{A}_{i,N}$  telles que tous les coefficients de la matrice inverse ne sont pas nécessaires. En effet, les matrices  $\mathbf{A}_{N,i}$  et  $\mathbf{A}_{i,N}$  ne contiennent que des coefficients d'équations ne faisant intervenir que les nœuds frontières et les nœuds auxquels ils sont connectés, c'est-à-dire les nœuds voisins de ces nœuds frontières. Les inconnues strictement intérieures d'un bassin  $i$  peuvent être séparées en deux groupes :

- le groupe 1 qui contient les inconnues qui n'ont pas de relations directes avec les inconnues aux frontières ;
- le groupe 2 qui contient les nœuds voisins des inconnues aux frontières ouvertes.

En classant les inconnues des bassins suivant le groupe 1 et le groupe 2, nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{N,-} \times \mathbf{A}_{-,-}^{-1} \times \mathbf{A}_{-,N} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{1,2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{N,-}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1,1} & \mathbf{C}_{1,2} \\ \mathbf{C}_{2,1} & \mathbf{C}_{2,2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{-,-}^{-1}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}_{2,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{-,N}} \\ &= \mathbf{B}_{1,2} \times \mathbf{C}_{2,2} \times \mathbf{D}_{2,1} \end{aligned} \quad (10.121)$$

Introduisons la notation  $\sim$  qui indique que les vecteurs ou les matrices sont réduits à leurs seuls blocs en relation avec les inconnues du bassin océanique  $i$ . Le problème avec conditions aux limites imposées devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i,i} & \tilde{\mathbf{A}}_{i,N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i \\ \tilde{\mathbf{X}}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_i \\ \tilde{\mathbf{X}}_N \end{bmatrix} \quad (10.122)$$

Nous avons alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i,i} & \tilde{\mathbf{A}}_{i,N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} & -\mathbf{A}_{i,i}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}_{i,N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (10.123)$$

Si nous distinguons les deux groupes d'inconnues strictement intérieures, il vient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1,1} & \mathbf{E}_{1,2} & 0 \\ \mathbf{E}_{2,1} & \mathbf{E}_{2,2} & \tilde{\mathbf{D}}_{2,1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1,1} & \mathbf{C}_{1,2} & -\mathbf{C}_{1,2}\tilde{\mathbf{D}}_{2,1} \\ \mathbf{C}_{2,1} & \mathbf{C}_{2,2} & -\mathbf{C}_{2,2}\tilde{\mathbf{D}}_{2,1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (10.124)$$

Le terme  $\mathbf{C}_{2,2}$  est dimensionné par le carré du nombre de nœuds qui sont voisins d'au moins un nœud partagé sur une frontière ouverte. Ce terme peut être calculé par les matrices inverses déduites du problème a priori (méthode de réponse impulsionnelle) sur chacun des bassins.

Une fois que nous avons calculé les termes  $\mathbf{C}_{2,2}$ , nous en déduisons les termes  $\mathbf{A}_{N,-} \times \mathbf{A}_{-,-}^{-1} \times \mathbf{A}_{-,N}$ . Puis nous pouvons calculer  $\mathbf{X}_N$  à partir de (10.120). Une fois que nous avons calculé le vecteur  $\mathbf{X}_N$ , nous pouvons le reporter dans (10.117), ce qui nous donne le vecteur  $\mathbf{X}_N^0$ . De là nous en déduisons les vecteurs  $\mathbf{X}_i^0$ . Nous avons ainsi résolu le problème de détermination des inconnues aux frontières ouvertes.

### 10.2.3.7 Calcul

Si les solutions sont contraintes par les conditions aux limites  $\mathbf{X}_N^{BC}$  aux frontières ouvertes, alors la solution vectorielle des nœuds partagés est donnée par :

$$\left( \mathbf{A}_{N,N} - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{A}_{i,N} \right) \mathbf{X}_N = \mathbf{Y}_N - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{X}_i^0 - \sum_1^{N-1} \mathbf{A}_{N,i} \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N^{BC} \quad (10.125)$$

Une fois que le problème de détermination des inconnues aux frontières ouvertes est résolu, nous pouvons calculer les inconnues intérieures de chaque domaine grâce à la formule :

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{A}_{i,i}^{-1} (\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_{i,N} \mathbf{X}_N) = \mathbf{X}_i^0 + \mathbf{A}_{i,i}^{-1} \mathbf{A}_{i,N} (\mathbf{X}_N^{BC} - \mathbf{X}_N) \quad (10.126)$$

Ainsi, nous obtenons les solutions libres de notre système hydrodynamique.

## 10.2.4 Outils de comparaison

Pour évaluer la qualité des nouvelles solutions FES98, les comparaisons ont été faites avec des banques de données de différentes origines (marégraphie et altimétrie) et la RMS introduite dans le paragraphe 7.4 et dont nous rappelons l'expression:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left\| [\alpha_i(\lambda, \varphi) e^{iG_i}]_{\text{Mesures}} - [\alpha_i(\lambda, \varphi) e^{iG_i}]_{\text{Modèle}} \right\|^2} \quad (10.127)$$

avec :

- $\| \|$  la norme telle que pour un complexe :  $\|a + ib\| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ;
- $N$  le nombre d'observations ;
- $i$  l'indice sur les observations ;
- $\alpha_i$  l'amplitude du point d'indice  $i$  ;
- $G_i$  la phase du point d'indice  $i$ .

De plus, afin de rendre compte globalement de la qualité des solutions (en prenant en compte toutes les ondes calculées), nous introduisons une Root Sum Square (RSS) :

$$RSS = \sqrt{\sum_{\text{ondes}} RMS^2} \quad (10.128)$$

## 10.2.5 Calcul des solutions forcées et libres

Avant de calculer de nouvelles solutions globale de marée sur notre maillage éléments finis, nous avons révisé quelques paramètres d'entrée de notre modèle par rapport aux calculs des solutions précédentes FES94.1 et FES95.2.

### 10.2.5.1 Conditions aux limites

Comme nous l'avons vu plus haut, il n'est pas possible de calculer d'un seul bloc les solutions de marées à une échelle globale. Le calcul se fait sur chacun des 9 sous domaines. L'assemblage de ces sous domaines constituera la solution globale. Pour les calculs, il faut donc imposer des conditions aux limites fermées pour les points des maillages qui sont sur des côtes et des conditions limites ouvertes pour les points des maillages qui sont frontières avec un autre maillage (dernière colonne du Tableau 16). Les conditions aux limites fermées imposent un flux de vitesse nul aux frontières du domaine considéré. Les conditions aux limites ouvertes sont

imposées par le modèle de marée CSR3.0 [Eanes and Bettadpur, 1996]. Au moment de nos calculs, ce modèle était considéré par la communauté scientifique comme un des meilleurs modèles globaux de marée particulièrement en plein océan [Shum et al., 1997]. Les solutions obtenues dans ce cas sont appelées *solutions forcées*. Nous verrons dans la suite que ces conditions aux limites ne sont utilisées que pour assurer une convergence plus rapide des solutions au cours du calcul itératif. En effet grâce à un ultime calcul, du fait de la linéarité des équations, il est possible de retirer l'influence de ces conditions aux limites grâce à la méthode de résolution par blocs introduite dans le paragraphe 10.2.3.

#### 10.2.5.2 Mode de calcul

Dans le cas des zones littorales, l'hypothèse d'une onde  $M_2$  dominante n'est plus vérifiée partout (exemple de l'océan Arctique [Lyard, 1997] et de la Mer Jaune [Lefèvre et al., 1999c]). Nous avons donc effectué tous nos calculs suivant un mode dit 'combiné'. Ce mode tient compte de l'effet de deux ondes dominantes dans le calcul des coefficients de frottement au cours des itérations effectuées dans le code CEFMO. Ainsi, nous avons considéré que l'onde  $M_2$  est dominante dans certaines zones de l'océan mondial et que par complémentarité, l'onde  $K_1$  l'est dans les autres.

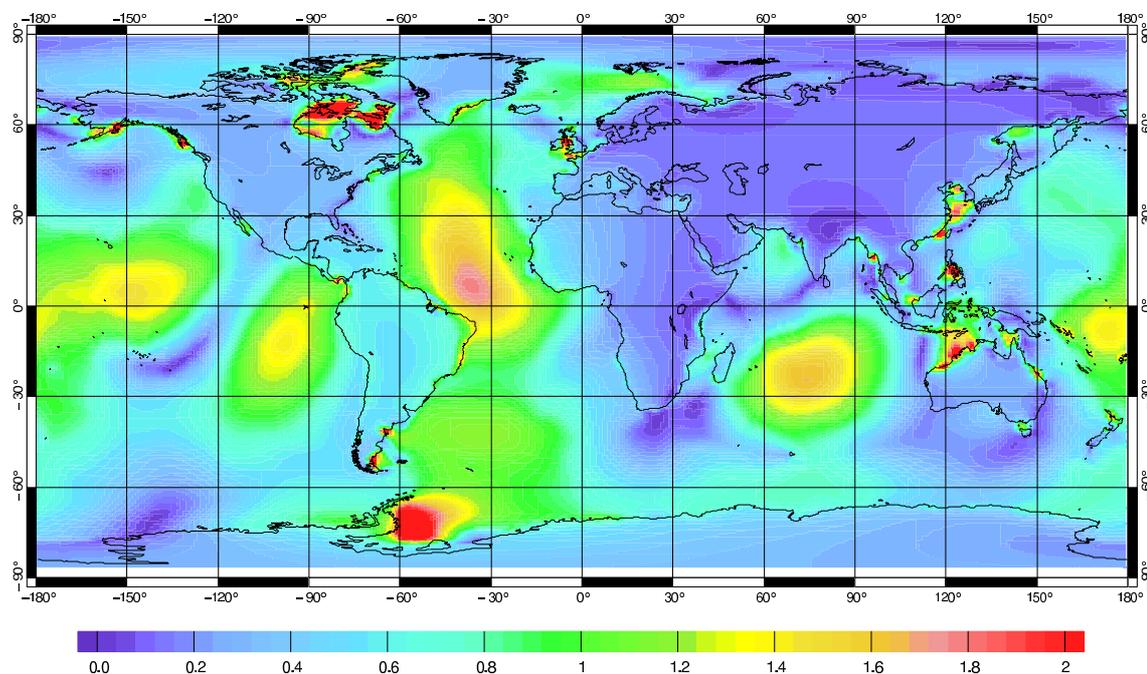
#### 10.2.5.3 Bathymétrie

La base de données ETOP05 [National Geographic Data Center, 1987] a été complétée sur les plateaux continentaux et des mers particulières comme la Mer de Ross ou la Mer de Weddell [Le Provost et al., 1994]. Ces améliorations sont le fruit d'études locales basées sur des fonds de cartes et des collectes de points de sondes. La bathymétrie a été projetée sur nos grilles éléments finis.

#### 10.2.5.4 Effets de charges et d'auto-attraction

Pour FES94.1 des cartes globales des effets de charges et d'auto-attraction avaient été calculées par Francis et Mazzega [1990] en se basant sur les solutions de Schwiderski [1980c]. Mais la résolution de ces dernières n'est que de 1x1 degrés. De nouvelles cartes ont été calculées à partir de la solution de marée CSR3.0 (Francis, communication personnelle, 1995), avec une résolution de 0,5x0,5 degrés. Une résolution plus fine apporte donc une meilleure prise en considération des gradients. La résolution de ces effets de charge près des côtes, là où la dissipation énergétique est la plus forte, est donc elle aussi améliorée. Afin de bien rendre compte de l'amélioration apportée entre les anciennes cartes et les nouvelles cartes de charges et d'auto-attraction, nous donnons Figure 46 la différence des deux solutions citées précédemment.

Comme nous pouvons le voir, des différences supérieures au centimètre sont présentes au milieu de l'océan Atlantique, et de plus de 2 cm dans certaines mers littorales comme la Mer de Weddell, la Baie de l'Hudson, la Mer d'Irlande...



### 10.2.5.5 Coefficients de frottement

Dans le modèle de résolution par éléments finis, le coefficient de frottement est paramétrisé par une loi quadratique. Un coefficient de type Chézy est utilisé empiriquement dans la modélisation. Ce coefficient a été déterminé par des études sur le plateau continental européen. Etant essentiel à la bonne représentation de la dissipation et donc à la bonne qualité de nos solutions, nous avons entrepris plusieurs simulations avec des coefficients de Chézy différents afin de déterminer si, d'une part, la valeur habituellement utilisée est optimale à l'échelle globale, et si, d'autre part, cette valeur n'est pas différente suivant les bassins océaniques. La valeur communément prise à l'échelle de calculs globaux étant  $3 \times 10^{-3}$ , nous avons effectué différentes simulations globales autour de cette valeur avec 6 coefficients de frottement différents :

- $2 \times 10^{-3}$  ;
- $2,5 \times 10^{-3}$  ;
- $3 \times 10^{-3}$  ;
- $3,5 \times 10^{-3}$  ;

- $4 \times 10^{-3}$  ;
- $5 \times 10^{-3}$  ;

afin de dégager une valeur seuil optimale.

Pour comparer les différentes solutions calculées nous avons eu recours à la base de données marégraphiques ST95 introduite dans le paragraphe 7.4. Nous avons calculé les différentes RMS des solutions hydrodynamiques libres, c'est-à-dire qui n'ont subi aucun forçage (Tableau 5).

<b>Coefficient de frottement</b>	<b>RMS (cm)</b>
$2 \times 10^{-3}$	13,22
$2,5 \times 10^{-3}$	13,13
$3 \times 10^{-3}$	12,84
$3,5 \times 10^{-3}$	13,15
$4 \times 10^{-3}$	13,21
$5 \times 10^{-3}$	13,34

**Tableau 4 : RMS des solutions de marées mondiales en fonction des coefficients de frottement**

Ces résultats montrent que la meilleure RMS reste celle avec le coefficient de frottement  $3 \times 10^{-3}$ . Cependant, nous avons effectué la différence entre les solutions que nous avons calculées (solutions avec 6 itérations et conditions aux frontières ouvertes imposées, c'est-à-dire jusqu'à l'étape 2 du calcul par CEFMO) et la solution CSR3.0. Une rapide étude graphique des solutions obtenues comparée à une des meilleures solutions de marée mondiale, semble montrer que suivant les zones océaniques considérées ce coefficient est plus ou moins bien adapté. Ainsi, par des études locales, nous avons déterminé les meilleurs coefficients de frottement pour nos 9 domaines océaniques :

- $3 \times 10^{-3}$  pour le domaine ARCTIC ;
- $5 \times 10^{-3}$  pour le domaine ATLNORD ;
- $5 \times 10^{-3}$  pour le domaine ATLSUD ;
- $2 \times 10^{-3}$  pour le domaine HUDSON ;
- $4 \times 10^{-3}$  pour le domaine INDIEN ;
- $5 \times 10^{-3}$  pour le domaine MALAYSIE ;
- $3 \times 10^{-3}$  pour le domaine MEDITER ;
- $2 \times 10^{-3}$  pour le domaine PACNORD ;
- $3 \times 10^{-3}$  pour le domaine PACSUD.

Avec ces nouvelles valeurs nous avons assemblé une nouvelle solution globale. Mais le calcul de la RMS obtenue avec la base de données marégraphiques ST95 est de 13,40 cm. Cette valeur est plus élevée que les RMS calculées avec des coefficients de frottements constants sur toute la couverture océanique, ce qui tend à prouver que la variation du coefficient sur un bassin influe sur le calcul des solutions d'un autre bassin. Il faut donc comprendre le mécanisme de dissipation de l'énergie afin de trouver le bon coefficient de frottement sur chacun des bassins avant de pouvoir fixer le frottement sur chaque bassin.

Nous avons donc utilisé un coefficient de type Chézy égal à  $3 \times 10^{-3}$  pour toutes nos simulations globales.

## **10.3 Assimilation de données marégraphiques**

---

### **10.3.1 Intérêts de l'assimilation**

La plupart des modèles globaux de marées disponibles à ce jour sont issus de l'analyse de données altimétriques (T/P et ERS1/2). Ils ont apporté de grandes améliorations en regard des modèles globaux de marées plus anciens et ont atteint des précisions de l'ordre du centimètre en plein océan [Shum *et al.*, 1997]. Cependant des différences plus importantes sont constatées en petits fonds (plateaux continentaux et zones côtières) à cause de la complexité et des caractéristiques spécifiques des ondes de marées dans ces zones. Les longueurs d'onde sont plus courtes et les amplifications régionales, souvent dues aux résonances locales, conduisent à de forts gradients qui sont difficilement modélisables par les modèles cités précédemment. De plus des effets non-linéaires prennent place dans ces zones, ce qui génère un spectre de marée beaucoup plus complexe que dans le plein océan.

Les analyses des données satellites sont précises en plein océan, ce qui explique la grande qualité des modèles globaux récents. Cependant près des côtes, ces analyses ne peuvent pas être aussi précises du fait de problèmes techniques lors de la mesure. En effet, des corrections à faire ne sont plus aussi bonnes en zones côtières telles les corrections ionosphériques et troposphériques qui nécessitent une mesure par le radiomètre de T/P à une distance d'au moins une trentaine de kilomètres des côtes.

D'autre part, les marégraphes sont peu présents en plein océan (quelques marégraphes plongeurs dans les eaux profondes), mais ils sont très nombreux le long des côtes. En outre, les mesures marégraphiques sont très précises du fait de leur courte période d'échantillonnage (en général une heure) et de la qualité de la méthode d'analyse harmonique utilisée. Ainsi, les

marégraphes fournissent une information précise du phénomène de marée qui prend place en eaux peu profondes comparés aux données de marées extraites de l'altimétrie. En effet, la qualité de ces dernières est limitée par les problèmes d'aliasing et de résolution spatiale dans ces zones.

Ainsi, notre but a été d'utiliser cette information apportée par les mesures marégraphiques grâce à notre méthode d'assimilation, pour calculer de nouvelles solutions éléments finis de marée (FES98). Ces solutions sont globales, améliorées le long des côtes et sur les plateaux et indépendantes de l'altimétrie.

### **10.3.2 Schéma de l'assimilation**

Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, les solutions libres manquent de précision. L'utilisation d'une méthode d'assimilation de données marégraphiques qui tient compte des informations apportées par la mesure de terrain, va nous permettre de réduire les erreurs constatées entre ces solutions libres et des données in situ. La méthode d'assimilation a été présentée dans le Chapitre 9. Rappelons juste qu'un représentant est calculé pour chacun point de mesure qui doit être assimilé. Il est représentatif d'une perturbation instantanée à l'endroit de la donnée assimilée, cette perturbation se propageant parmi l'océan mondial dont la surface est modélisé de manière discrète par la grille éléments finis. C'est pourquoi l'information hydrodynamique de la marée est conservée car elle est intrinsèquement contenue dans le représentant. Les dimensions de chaque représentant sont celles du champs de dénivellation de la marée. La solution assimilée complète est égale à la somme de la solution libre plus une combinaison linéaire de représentants pondérés par une valeur (poids) significative. Les poids sont déterminés par les confiances qui sont allouées à chaque donnée assimilée et par la minimisation d'une fonction coût.

### **10.3.3 Données marégraphiques assimilées**

#### **10.3.3.1 Sélection des banques de données marégraphiques**

L'utilisation de données marégraphiques est un des buts principaux de notre travail, afin d'améliorer la modélisation de la marée dans les eaux peu profondes tout en restant indépendant de l'altimétrie. Le paragraphe 7.3 a introduit trois banques de données marégraphiques : WOCE, IAPSO, BHI. Nous avons sélectionné nos données à assimiler parmi ces banques. Un gros effort pour filtrer les bonnes données des mauvaises a été entrepris (en particulier pour la banque BHI). En effet, jusqu'à notre étude, aucun travail à notre connaissance n'avait été entrepris pour

sélectionner des données marégraphiques à l'échelle mondiale dans un but d'amélioration de solutions de marée grâce à une technique d'assimilation.

Nous avons scindé notre sélection en deux parties. Une partie des marégraphes est réservée pour effectuer des comparaisons (ils proviennent des banques ST95 et ST727). L'autre partie est utilisée pour l'assimilation. Cependant dans certaines zones, il y a tellement peu de données marégraphiques, que nous avons estimé nécessaire d'utiliser ces données à la fois pour les comparaisons et l'assimilation. C'est pourquoi, nous mettons en place une banque de données altimétriques indépendante de ces données marégraphique afin de comparer nos solutions FES98. Ainsi, nous avons extrait de ces banques de données une banque réduite pour chacune des huit ondes calculées. Ces banques réduites ont été choisies pour être représentatives de la physique des ondes de marées à la fois en plein océan et le long des côtes. De même que pour la construction de ST727, plusieurs critères ont été appliqués pour sélectionner ces banques réduites à partir des banques WOCE, IAPSO et BHI :

- recherche des marégraphes à l'intérieur du maillage global éléments finis ;
- modification des coordonnées des marégraphes à 5 km à l'extérieur des maillages pour qu'ils soient inclus dans le maillage ;
- étant donnée la qualité des données WOCE et IAPSO, retrait de tous les marégraphes BHI qui sont à moins de 20 km des marégraphes de ces deux premières banques ;
- exclusion des marégraphes co-localisés ;
- exclusion des marégraphes mesurant des phénomènes locaux de résonance, d'étales ou d'effets non-linéaires ;
- retrait des marégraphes dont la durée de mesure est inférieure à 28 jours, car considérés comme fournissant une analyse incomplète du spectre (problèmes de séparabilité des ondes) ;
- sélection des marégraphes BHI restants et qui n'ont pas plus de 20% de différence en amplitude et 10° de phase avec les solutions globales de marée CSR3.0 et FES94.1 ;
- complément avec des marégraphes qui ne sont pas retenus par les critères de sélections ci-dessus mais compatibles avec des modèles locaux dans les Mers Arctiques [Lyard, 1997] et les Mers de Chine [Lefèvre et al., 1999c] (une trentaine de données).

Les critères appliqués ont surtout permis de sélectionner les marégraphes de la banque BHI. Ces critères ont été utilisé indépendamment pour chaque onde. Au moyen de cette approche, nous avons retenu plusieurs centaines de marégraphes pour chacune des ondes calculées (cf. Tableau 17).

Onde	Nombre de données assimilées
$M_2$	763
$S_2$	733
$N_2$	623
$K_2$	636
$2N_2$	232
$K_1$	877
$O_1$	881
$Q_1$	634

**Tableau 17 : Nombre de données assimilées suivant les ondes pour obtenir FES98**

Le nombre de marégraphes sélectionnés varient suivant les ondes. En effet, les analyses harmoniques de la banque BHI ont été faites par de nombreuses personnes depuis deux siècles. Ces dernières ont utilisé des algorithmes de calculs différents sur des séries temporelles de mesures de qualité variable, ce qui ne permet d'obtenir le même nombre d'ondes pour chacune des décompositions harmoniques de cette base.

La Figure 47 présente les cartes de localisation des données marégraphiques assimilées dans FES98 pour les huit ondes principales.

## Un modèle indépendant de la mesure altimétrique : FES98

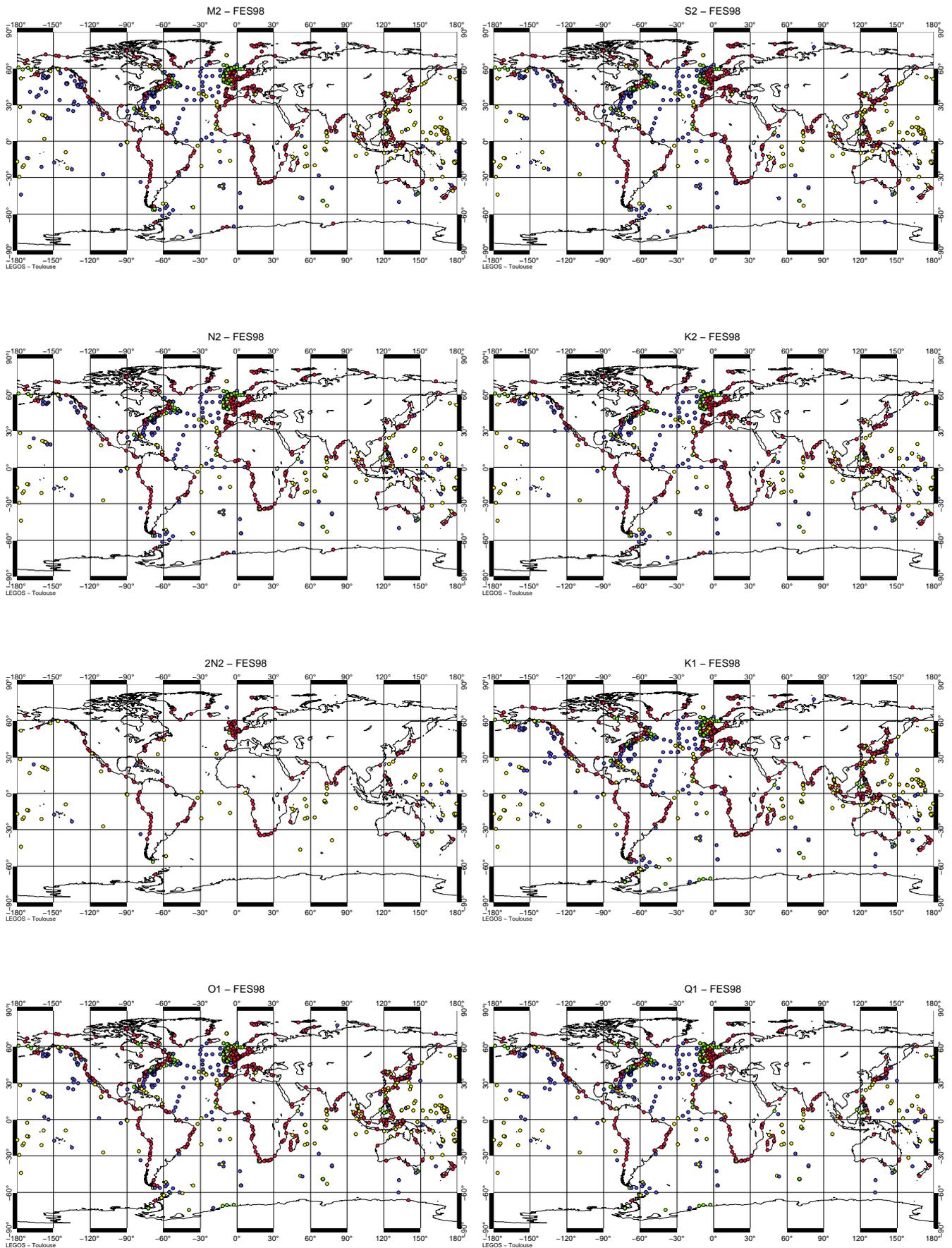


Figure 47 : Localisation des données marégraphiques assimilées

### 10.3.3.2 Procédure d'assimilation

L'algorithme de calcul par les représentants nécessite de donner une confiance (inverse de l'erreur) à chacune des données assimilées et au modèle. Une grande confiance sur une donnée va amplifier son influence sur la qualité globale de la solution, alors qu'une faible confiance va localiser voire lisser son effet. Donner une confiance sur chacune des données à assimiler est une phase clé du schéma de l'assimilation. Or, les marégraphes et plus particulièrement les analyses des marégraphes, ne sont pas fournis avec des barres d'erreur qui sont tout autant d'information sur la qualité de la mesure, des erreurs instrumentales, des problèmes rencontrés au cours de l'analyse harmonique. De nombreux phénomènes peuvent expliquer ces erreurs. Nous avons donc eu recours à une méthode empirique de détermination des erreurs sur les mesures marégraphiques.

Nous estimons que les données WOCE et IAPSO sont de meilleures qualités que les données BHI (de façon générale). Les techniques de mesures et de décompositions harmoniques ne sont pas comparables. Ces données peuvent être distinguées par leur localisation. En effet, la banque IAPSO n'est composée que d'appareils de grand fond qui ne mesurent donc pas les phénomènes côtiers de la marée. Les analyses sont donc a priori meilleures. La plupart des données WOCE proviennent du même type d'appareil et les méthodes d'analyse pour en extraire les composantes de la marée sont robustes et bien vérifiées. Ces données peuvent être considérées comme fiable et de bonne qualité. Par contre les données BHI sont côtières et d'origine très diverses, donc de qualité variable. Ainsi, en classant les marégraphes suivant leur situation par rapport au fond océanique, nous pouvons déterminer empiriquement une confiance acceptable pour chacune des données. Au moyen de la carte bathymétrique des fonds marins utilisées dans la modélisation, nous avons classé les marégraphes sélectionnés pour l'assimilation en 4 familles :

- la zone côtière (petit fonds compris entre la surface et 100 m) ;
- la zone de plateaux (fonds entre 100 m et 500 m) ;
- la zone de plein océan (fonds inférieurs à 500 m) ;
- la zone insulaire (comme la zone côtière mais fonds océaniques à pente très forte, en bref , zone autour des îles).

Dans l'océan profond, les interactions entre les ondes sont faibles et ce sont de bonnes mesures (IAPSO, WOCE) qui permettent de déterminer les composantes de ces ondes de marée. C'est pourquoi, nous avons donné une confiance de 0,25 cm aux données de la zone de plein océan. Pour les zones côtières et insulaires, ce n'est pas le cas. Les analyses sont supposées être moins bonnes. Nous avons fixé leur confiance à 2,5 cm. Pour faire une transition entre les petits fonds

et le plein océan, nous avons donné une confiance de 1 cm aux données de plateaux. Pour les données de la zone insulaire, après plusieurs essais numériques, nous avons finalement fixé leur confiance à 2.5 cm. Ces confiances ont été attribuées après concertations entre scientifiques ayant étudié et utilisés les mesures marégraphiques. Pour rendre compte de ces différentes zones, nous donnons pour l'onde  $M_2$  la carte de répartition des marégraphes Figure 48. Les points rouges représentent les marégraphes côtiers, les verts, ceux de plateaux, les jaunes, ceux près des îles, et les bleus, les marégraphes de plein océan.

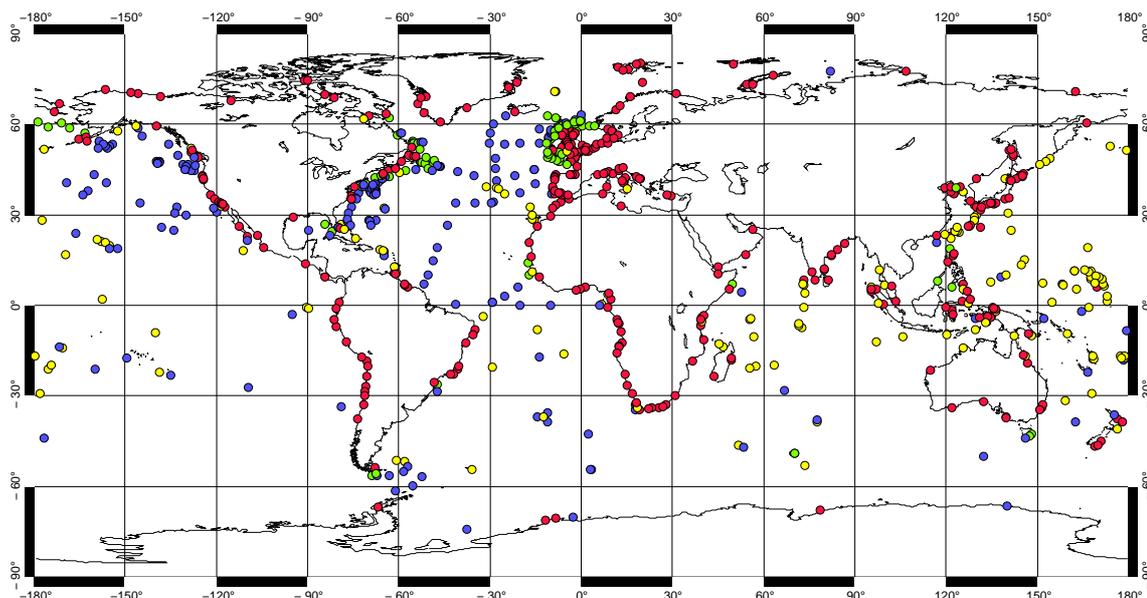


Figure 48 : Répartition des zones de marégraphes pour l'attribution des confiances

Le Tableau 18 présente le nombre de marégraphes assimilés par zone.

Onde	$M_2$	$S_2$	$N_2$	$K_2$	$2N_2$	$K_1$	$O_1$	$Q_1$
Côtiers	351	350	284	315	149	436	438	268
Plateaux	91	90	86	73	6	104	105	100
Iles	152	152	110	117	67	178	179	97
Pélagique	189	165	156	151	15	179	179	174
Total	783	757	636	656	237	897	901	639

Tableau 18 : Nombre de marégraphes par zone

Ce nombre de marégraphes est plus important en zone côtière. C'est la conséquence du nombre beaucoup plus élevé de ces appareils de mesure en petit fonds. Cependant, le nombre de marégraphes en zone pélagique est malgré tout assez important (un peu plus de 50% du nombre de marégraphes côtiers en moyenne). La qualité des mesures des marégraphes de pression de fond et la quasi-absence d'interactions entre les ondes en plein océan font que les analyses harmoniques des mesures de ces appareils sont bonnes, d'où leur importance dans notre sélection.

En outre, dans le cadre de l'assimilation de données, nous nous sommes placés en contrainte faible. C'est-à-dire que nous considérons que notre modèle n'est pas parfait. En effet, les équations ne sont pas exactement le reflet de la réalité, nous avons fait de nombreuses approximations et les problèmes numériques au cours de la résolution des équation par CEFMO ne sont pas inexistantes. C'est pourquoi, nous imposons aussi une erreur sur le modèle. Comme nous ne pouvons pas quantifier directement cette erreur sur le modèle, nous l'estimons par le biais d'une erreur sur le forçage, en considérant que ce dernier à une variance uniforme et une covariance spatiale qui à la forme d'une gaussienne.

## 10.4 Qualité des solutions

---

Ainsi, la nouvelle formulation du modèle hydrodynamique nous a permis de calculer de nouvelles solutions à l'échelle globale. Grâce à la résolution par blocs, ces nouvelles solutions sont purement hydrodynamiques car elles ne sont forcées que par le potentiel astronomique et les effets de charges et d'auto-attraction. Les huit ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_2$ ,  $O_1$  et  $Q_1$  sont donc calculées sous formes de solutions libres, affranchies des perturbations des conditions aux limites initiales imposées aux frontières ouvertes afin de permettre une convergence rapide des solutions.

Afin d'évaluer la qualité des nouvelles solutions FES98, nous avons effectué plusieurs comparaisons avec les autres modèles FES (FES94.1 et FES95.2.1). FES95.2.1 est une version réduite de FES95.2 : quelques zones littorales affectées par de gros problèmes de résonance ont été retirées. La qualité de la solution en est bien sur améliorée, mais, surtout, sa qualité en plein océan n'est pas occultée par les quelques zones côtières détériorées.

Nous avons effectué les comparaisons avec trois banques de données :

- la banque de données marégraphiques pélagiques ST95 ;
- la banque de données marégraphiques côtières ST727 ;
- une banque de données altimétriques Topex.

### 10.4.1.1 Comparaisons aux données marégraphiques pélagiques

La comparaison des solutions FES avec ST95 nous permet d'évaluer leur qualité en plein océan par rapport à la marégraphie. Le Tableau 19 illustre les améliorations sensibles que FES98 apporte pour toutes les ondes principales, excepté pour  $2N_2$  pour laquelle beaucoup moins de données ont été assimilées. La précision atteint maintenant 1,5 cm pour une RSS de 2,41 cm. Il faut cependant noter qu'étant donné la qualité des données de la banque ST95, nous retrouvons

quelques-unes de ces données de comparaison dans les données que nous avons assimilées. Ainsi 58 données de ST95 ont été assimilées pour obtenir FES98. C'est pourquoi, pour plus de fiabilité dans notre validation, nous avons comparé FES98 à d'autres banques de données.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES94.1 RMS (cm)	FES95.2.1 RMS (cm)	FES98 RMS (cm)
M <sub>2</sub>	33,55	95	2,85	1,74	1,51
S <sub>2</sub>	12,81	95	1,57	1,12	0,86
N <sub>2</sub>	6,79	91	0,91	0,89	0,80
K <sub>2</sub>	3,32	90	0,48	0,48	0,35
2N <sub>2</sub>	1,01	90	0,29	0,29	0,31
K <sub>1</sub>	11,10	95	1,19	1,17	1,00
O <sub>1</sub>	7,66	95	1,09	1,05	0,93
Q <sub>1</sub>	1,61	87	0,28	0,28	0,25
RSS	-	-	3,80	2,82	2,41

**Tableau 19 : Comparaisons numériques pour ST95**

#### 10.4.1.2 Comparaisons aux données côtières

L'amélioration des solutions hydrodynamiques globales était un des objectifs à atteindre en produisant FES98. C'est pourquoi, de nombreuses données marégraphiques de qualité ont été assimilées en milieu côtier. Mais qu'en est-il de la qualité des solutions obtenues dans ces zones ? La banque ST727 nous offre un outil de comparaison intéressant pour l'évaluer (cf. Tableau 20), car elle est représentative des phénomènes locaux de marée le long des principales côtes de l'océan mondial. Les améliorations y sont importantes. Les comparaisons peuvent être considérées comme fiables car seulement 53 données de ST727 ont été assimilées dans FES98. En particulier, en comparant FES98 à la solution altimétrique FES95.2.1, ces améliorations sont d'un facteur 2. La RSS de FES98 le long des côtes est de 14,40 cm soit 4,03 cm de moins que FES94.1. Nous pouvons donc estimer que FES98 (en RSS par rapport à ST727) est 22% plus précise que FES94.1 jusqu'à présent considérée par la communauté scientifique comme étant la meilleure solution hydrodynamique en milieu côtier.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES94.1 RMS (cm)	FES95.2.1 RMS (cm)	FES98 RMS (cm)
$M_2$	57,78	727	14,69	22,02	10,99
$S_2$	22,04	725	6,84	18,82	5,56
$N_2$	12,18	617	4,32	5,12	3,66
$K_2$	6,54	616	2,54	2,54	2,24
$2N_2$	1,84	263	1,18	1,18	1,09
$K_1$	13,48	724	5,50	7,08	4,71
$O_1$	9,74	720	4,37	4,54	3,56
$Q_1$	2,01	402	1,09	1,08	1,11
RSS	-	-	18,43	30,74	14,40

**Tableau 20 : Comparaisons numériques pour ST727**

### 10.4.1.3 Comparaisons à l'altimétrie

Cependant, afin d'affiner encore plus les comparaisons, nous avons voulu comparer nos solutions par rapport à une troisième source de données indépendantes de la marégraphie. C'est pourquoi nous avons comparé nos solutions FES à une banque de données altimétriques issues de points de croisement T/P (*Schrama*, communication personnelle, 1999). Cette banque nous donne accès à l'analyse harmonique de la marée en plus de 5000 points pour les ondes de marée  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ , et  $Q_1$ . Les comparaisons montrent que FES95.2.1 est la meilleure solution comparée à cette banque (cf. Tableau 21), ce qui est a priori normal puisque cette solution FES a été obtenue en assimilant des données altimétriques T/P. Par contre, nous pouvons constater une amélioration certaine de FES98 par rapport à FES94.1 : 25% pour  $M_2$  et 11% pour  $K_1$ .

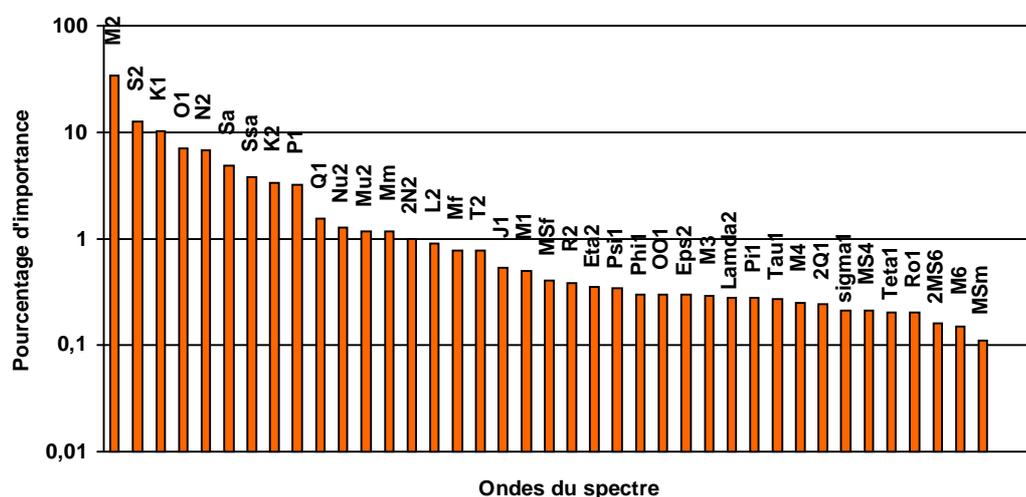
Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES94.1 RMS (cm)	FES95.2.1 RMS (cm)	FES98 RMS (cm)
$M_2$	25,85	5313	3,32	1,33	2,51
$S_2$	9,71	5313	1,62	0,82	1,19
$N_2$	5,59	5313	1,01	0,75	0,82
$K_2$	2,83	5313	0,99	0,97	0,98
$2N_2$	-	-	-	-	-
$K_1$	10,00	5313	1,80	1,11	1,61
$O_1$	7,20	5313	1,11	0,87	1,14
$Q_1$	1,70	5313	1,61	0,83	0,83
RSS	-	-	4,72	2,57	3,73

Tableau 21 : Comparaisons numériques pour la banque Topex

## 10.5 Extension du spectre de marée

### 10.5.1 Décomposition du spectre

Dans le Chapitre 7, nous avons donné des décompositions de spectre basées sur les deux banques de données marégraphiques (ST95 et ST727). Ces deux décompositions sont représentatives de l'importance des différentes ondes du spectre à l'échelle globale, que ce soit en plein océan (ST95) ou le long des côtes (ST727). La Figure 16 illustre l'importance des différentes ondes dans la décomposition du spectre de marée. Nous avons calculé le pourcentage



de RMS de chaque onde par rapport à la RMS globale.

Figure 49 : Importance des ondes dans la décomposition harmonique du spectre de marée pour ST95

Le Tableau 22 donne les importances en pourcentage des 8 ondes calculées.

Onde	Pourcentage d'importance
$M_2$	33,5%
$S_2$	12,6%
$K_1$	10,1%
$O_1$	7,0%
$N_2$	6,8%
$K_2$	3,3%
$Q_1$	1,5%
$2N_2$	1,0%
Total	75,9%

**Tableau 22 : Pourcentage d'importance des principales ondes du spectre**

Ainsi, les 8 ondes calculées ne représentent que 75,9% du spectre total de la marée déduit des 95 données marégraphiques de la banque ST95. La décomposition harmonique de ST95 montre que même en plein océan, les 8 ondes principales ne suffisent pas à expliquer tout le spectre. En effet, outre les ondes longues périodes  $S_a$ ,  $S_{sa}$ , et  $M_m$  il existe 4 autres ondes ( $P_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\mu_2$  et  $L_2$ ) dont l'amplitude est de plus de 1 centimètre et qui représente chacune plus de 1% du spectre.

Il apparaît donc clairement que compléter le spectre de marée est essentiel si nous voulons accroître la précision de la prédiction.

## 10.5.2 Ondes secondaires

### 10.5.2.1 Méthode d'admittance

Afin d'augmenter le nombre de composantes du spectre de marée il est possible de calculer de nouvelles ondes sans avoir recours à un nouveau modèle de marée identique à celui qui a permis d'obtenir les 8 ondes principales. Cette méthode repose sur le principe d'admittance qui s'appuie sur la méthode harmonique.

La méthode harmonique est basée sur un développement quasi périodique en temps du potentiel de marée donné par *Doodson* [1921]. Comme l'a montrée le Chapitre 4, il est composé de plus de 400 composantes. D'habitude, pour des prédictions de marées océaniques, un spectre simplifié est utilisé : seules les composantes majeures sont conservées. Des facteurs de corrections nodales, variant très lentement sur la période chaldéenne (18,61 années), sont alors introduits pour corriger ce spectre réduit.

### 10.5.2.2 L'approche par admittance

Une façon d'accorder les composantes secondaires aux composantes principales qui leurs sont voisines dans le spectre est de relier la réponse régulière de l'océan au potentiel astronomique.

D'après *Munk et Cartwright* [1966], l'admittance est le rapport de l'onde de marée observée et de sa marée d'équilibre au méridien de Greenwich. Elle est donc dépendante de la fréquence de l'onde considérée. En reprenant les notations introduites par *Le Provost et al.* [1991], pour une composante de marée d'indice  $m$ , l'admittance est définie par :

$$Z_m(\sigma_k) = \frac{\zeta_m(\sigma_k)}{C_k} e^{-ig_m(\sigma_k)} \quad (10.129)$$

avec :

- $\sigma_k$  la fréquence de la composante de marée d'indice  $k$  ;
- $C_k$  l'amplitude de la marée d'équilibre de la composante  $k$  ;
- $\zeta_k$  l'amplitude de la composante d'indice  $k$  ;
- $g_k$  la phase de la composante d'indice  $k$  référencée par rapport au méridien de Greenwich.

Une façon d'obtenir ces fonctions d'admittance est d'utiliser la méthode harmonique classique et de définir des approximations analytiques parmi chacune des espèces diurnes et semi-diurnes.

### 10.5.2.3 Rappels sur la marée d'équilibre

Le calcul par admittance introduit la notion de marée d'équilibre définie comme étant la forme hypothétique globale qu'aurait la surface des océans si elle était en équilibre avec les forces engendrées par le potentiel générateur, en l'absence de toute inertie et de courants. Elle est communément approchée par le potentiel générateur multiplié par le rapport  $0,69/g$ . Cependant des modifications sont à appliquer si le contour des continents et des océans est pris en compte.

La marée d'équilibre dérive du potentiel générateur (cf. paragraphe 4.2.3). Elle ne dépend que de la position du point considéré sur la surface des océans et de la classe de l'onde (semi-diurne, diurne, longue période). Pour un point de coordonnées  $(\lambda, \varphi)$  la marée d'équilibre (amplitude  $a$ , phase  $p$ ) sera le coefficient d'équilibre donné par les tables de *Doodson* [1921] pour l'onde considérée, multiplié par un coefficient d'amplitude  $a$  et de phase  $p$  donnés par :

- $a = \frac{1-3\sin^2\varphi}{2}$ ,  $p = 0$  pour les ondes longues périodes (classe 0) ;
- $a = \sin(2\varphi)$ ,  $p = +\lambda$  pour les ondes diurnes (classe 1) ;
- $a = \cos^2\varphi$ ,  $p = 2\lambda$  pour les ondes semi-diurne (classe 2).

Les longitudes sont référencées par rapport au méridien de Greenwich.

#### 10.5.2.4 Fonctions splines

Ainsi pour obtenir le coefficient d'admittance d'une onde secondaire, il suffit de faire une interpolation (voire une extrapolation) avec deux des coefficients d'admittance des ondes principales qui lui sont voisines (du point de vue de la période des ondes).

Cependant, une régression linéaire peut être trop grossière pour décrire la courbe d'admittance de certaines ondes secondaires dans certaines zones de l'océan global. C'est pourquoi des fonctions splines cubiques utilisant les caractéristiques de trois ondes de marée permettent de pallier ce problème. *Cartwright et al.* [1988] furent les premiers à introduire ces fonctions sous la forme :

$$Z_m(\sigma_k) = a \cos[2\pi N(\sigma - \sigma_M)] + b \sin[2\pi N(\sigma - \sigma_M)] + c \quad (10.130)$$

avec :

- $\sigma_M$  la fréquence de l'onde  $M_2$  ;
- $a$ ,  $b$  et  $c$  les coefficients complexes ajustés aux ondes principales  $M_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ .

Avec ces splines, la forme de la courbe d'admittance peut-être mieux ajustée.

En négligeant les effets radiationnels et non linéaires, les ondes  $2N_2$ ,  $\nu_2$ ,  $\mu_2$ ,  $L_2$  et  $T_2$  peuvent être déduites par admittance.

Le même raisonnement peut-être appliqué à l'espèce diurne.

#### 10.5.2.5 Calcul des ondes secondaires

Grâce aux calculs des solutions globales des 8 ondes principales ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$  pour les semi-diurnes et  $K_1$ ,  $O_1$ , et  $Q_1$  pour les diurnes) et l'utilisation de la méthode d'admittance décrite au paragraphe 10.5.2.2 nous pouvons compléter le spectre de marée de FES98 avec des ondes secondaires. L'importance de ces ondes secondaires a été déterminée par des décompositions harmoniques de mesures marégraphiques. Ainsi, 19 ondes ont été calculées pour tous les points du maillage global éléments finis :

- $\mu_2$ ,  $\nu_2$ ,  $L_2$ ,  $\lambda_2$  et  $T_2$  calculées à partir de splines sur les ondes  $M_2$ ,  $N_2$  et  $K_2$  ;
- $\varepsilon_2$  calculée à partir d'une interpolation linéaire sur  $2N_2$  et  $N_2$  ;

- $\eta_2$  calculée à partir d'une interpolation linéaire sur  $M_2$  et  $K_2$  ;
- $P_1$  calculée à partir de splines sur les ondes  $Q_1$ ,  $O_1$  et  $K_1$  ;
- $2Q_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\sigma_1$  calculées à partir d'interpolations linéaires sur  $Q_1$  et  $O_1$  ;
- $J_1$ ,  $\chi_1$ ,  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $OO_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\pi_1$ , et  $\theta_1$  calculées à partir d'interpolations linéaires sur  $O_1$  et  $K_1$ .

Le spectre de marée de FES98 devient ainsi beaucoup plus complet.

### 10.5.3 Ondes longues périodes

Pour affiner encore plus le spectre de FES98, nous avons ajouté aux ondes principales et secondaires, trois ondes longues périodes déterminées par Lyard [1998] :  $M_f$ ,  $M_m$ , et  $M_{tm}$ . Les ondes  $M_f$  et  $M_m$  ont été calculées par la méthode d'assimilation. L'onde  $M_{tm}$  est hydrodynamique.

## 10.6 Bilan sur FES98

---

Nous avons mis en place une nouvelle version de notre modèle hydrodynamique éléments finis combiné à une procédure d'assimilation. Les améliorations apportées par la résolution par blocs ont permis de calculer des solutions de marées à l'échelle globale affranchies de conditions imposées aux frontières ouvertes des sous domaines du maillage. Ces solutions libres, uniquement forcées par le potentiel astronomique et les effets secondaires d'auto-attraction et d'effets de charge, ont été calculées pour  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$  et  $Q_1$ . La méthode d'assimilation qui avait été utilisée pour FES95.2.1 a été revue et corrigée afin de ne plus avoir d'effets de résonance anormaux en quelques zones côtières. Pour chacune des huit ondes, une banque de plusieurs centaines de données réparties sur l'océan mondial et majoritairement le long des côtes, a été constituée. Ces données ont été soigneusement extraites des banques WOCE, IAPSO et BHI et ont été assimilées dans les solutions libres. Ces nouvelles solutions indépendantes de la mesure altimétrique ont été comparées à la marégraphie et l'altimétrie et montrent de réelles améliorations en particulier en zones côtières. Afin de compléter le spectre de marée 19 autres composantes ont été déduites par admittance :  $\mu_2$ ,  $\nu_2$ ,  $L_2$ ,  $\lambda_2$ ,  $T_2$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\eta_2$ ,  $P_1$ ,  $2Q_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $J_1$ ,  $\chi_1$ ,  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $OO_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\pi_1$ , et  $\theta_1$ . De plus, 3 ondes longues périodes ont été ajoutées :  $M_f$ ,  $M_m$  et  $M_{tm}$ .

Ces nouvelles solutions éléments finis ont été projetées sur des grilles régulières et sont disponibles sur des grilles de  $0,25^\circ \times 0,25^\circ$ .

Cependant comme nous l'avons vu dans les comparaisons, l'amélioration est très sensible en zone côtière et nettement moins en zone pélagique. En effet, la principale source d'amélioration est donnée par l'assimilation de marégraphes placés le long des côtes. Il nous manque donc de l'information en plein océan.



## Chapitre 11

# FES99 : un modèle global issu de la marégraphie et de l'altimétrie

### 11.1 Présentation du chapitre

---

Le calcul des solutions de marée hydrodynamique utilisant la technique d'assimilation basée sur la méthode des représentants nous a permis d'obtenir les solutions globales de marée FES98. D'après les comparaisons faites dans le chapitre précédent, FES98 a apporté une bonne amélioration des solutions FES en milieu côtier. Même si sa qualité est bonne en plein océan, celle-ci n'est pas suffisante pour les applications liées à l'altimétrie. Nous avons donc souhaité produire un nouveau jeu de solutions FES qui, grâce à l'expertise que nous avons acquise en construisant FES98, vont être de bonne précision le long des côtes et en plein océan. C'est pourquoi nous allons interpréter les représentants afin de mieux en appréhender les effets sur le calcul d'une solution globale. Puis, pour affiner la précision des solutions, nous assimilerons des données issues de l'analyse altimétrique en plein océan. Ces analyses ont été réalisées au cours d'une collaboration avec E.J.O. Schrama du DEOS (Delft institute for Earth Oriented Space research) au Pays-Bas. Cette approche nous permet de produire les solutions éléments finis FES99 qui sont, à la base, hydrodynamiques et perfectionnées par l'assimilation de données marégraphiques et altimétriques.

### 11.2 Interprétation de l'assimilation

---

#### 11.2.1 Rappels

Pour le calcul de FES98, nous n'avions pas de solution modélisée de marée pouvant nous donner matière à interpréter réellement les effets de l'assimilation de données marégraphiques

par la méthode des représentateurs dans notre modèle hydrodynamique. Dans la perspective du calcul de nouvelles solutions assimilées, nous avons cherché à qualifier les apports de l'assimilation en interprétant les représentateurs qui lui sont associés.

Le Chapitre 9 a introduit cette notion de représentateurs  $r_k$  par l'introduction d'un produit scalaire :

$$\forall \alpha \in H_1(\Omega), \quad L_k[\alpha] = \langle r_k, \alpha \rangle_C \quad (11.131)$$

avec :

- $\alpha$  : le champ de dénivellation (de dimension le nombre de nœuds du maillage) ;
- $H_1(\Omega)$  : l'espace des dénivellations ;
- $L_k$  : la fonctionnelle linéaire qui au champ  $\alpha$  associe la dénivellation au point de la donnée assimilée  $k$  ;
- $\langle \cdot, \cdot \rangle_C$  : le produit scalaire prenant en compte les erreurs sur le modèle.

### **11.2.2 Aspects géométriques des représentateurs**

Dans notre approche de l'assimilation, la forme analytique des représentateurs n'est pas simple. L'étude de plus d'une centaine de représentateurs associés aux données marégraphiques que nous avons assimilé dans FES98, nous a permis d'en extraire les principales caractéristiques. Pour les illustrer, nous avons choisi et tracé trois représentateurs calculés au cours de la construction de FES98 pour l'onde  $M_2$ . Ces représentateurs sont associés aux données de trois stations marégraphiques situées dans des zones de fonds différents :

- les données marégraphiques de la station côtière de Port Tudy sur les côtes bretonnes françaises ;
- les données du marégraphe plongeur IAPSO 1.4.32 mouillé sur un fond d'environ 970 m dans l'océan Atlantique Sud ;
- les données marégraphiques de la station de l'île de Saint Paul dans l'océan Indien.

Nous avons tracé les amplitudes normalisées des représentateurs, c'est-à-dire que nous avons divisé les amplitudes en chaque point du champ du représentant par l'amplitude de la donnée marégraphique associée. Ainsi, nous avons une valeur de 1 au niveau du marégraphe pour les trois représentation sur carte. Une valeur inférieure (respectivement supérieure) à 1 indique que le représentant propagera peu (respectivement de manière importante) l'information introduite

par l'assimilation de sa donnée marégraphique. De plus, nous avons tracé les phases de ces représenteurs qui sont référencées entre 0 et 360°. Sur les six figures qui suivent, le point clair indique la position du marégraphe auquel est associé le représenteur.

### 11.2.2.1 Représenteur en zone côtière

Le représenteur associé à la donnée de Port Tudy présente une petite zone autour du marégraphe (point jaune) où l'amplitude est importante, particulièrement dans la Manche et de façon moindre sur le plateau Européen et la Mer du Nord (Figure 50). Ailleurs, dans le reste de l'océan mondial, les amplitudes normalisées sont toutes inférieures à 1, ce qui montre que l'information apportée par l'assimilation d'un marégraphe côtier (en petits fonds donc) va avoir peu d'influence sur la solution globale de marée, sauf autour de la donnée assimilée. Les phases du représenteur montrent clairement que la dynamique du modèle est conservée par ce représenteur (Figure 50). En effet, nous retrouvons quantitativement les phases de l'onde  $M_2$ .

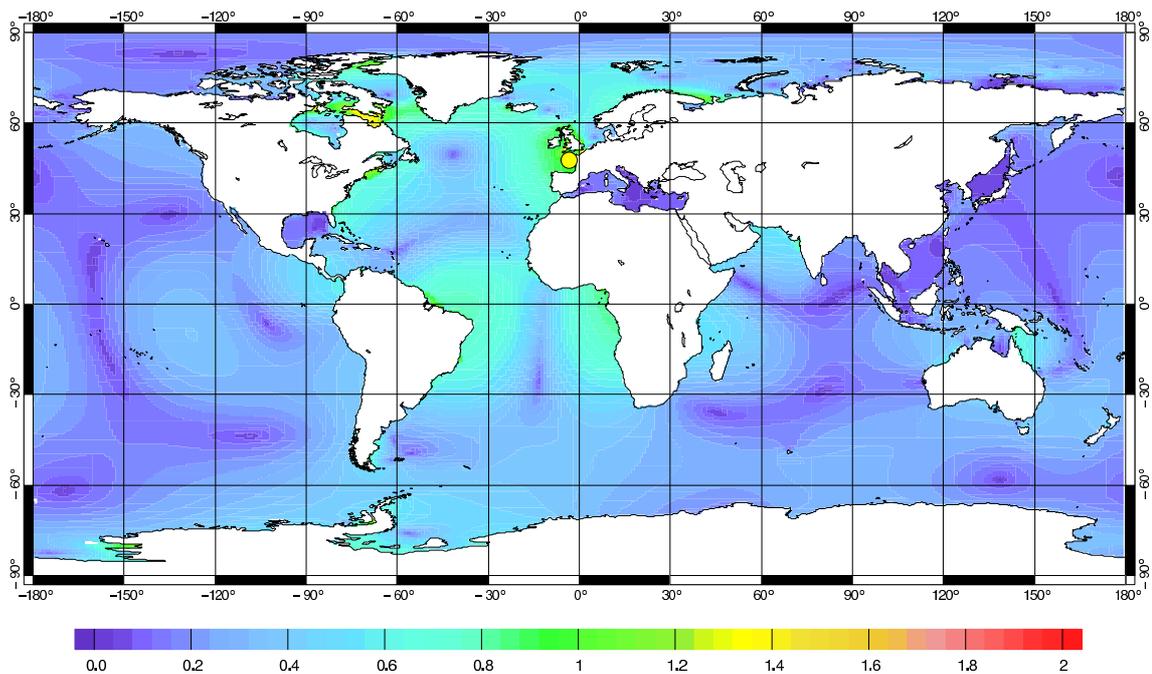


Figure 50 : Amplitude normalisée du représenteur associé à la station de Port Tudy

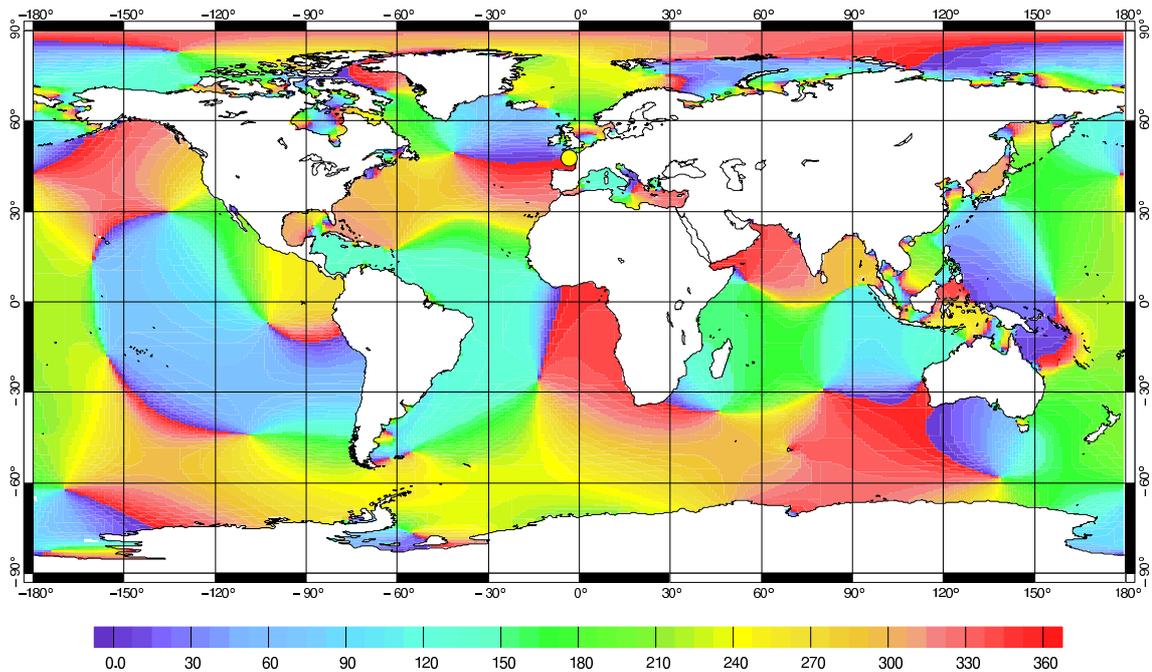


Figure 51 : Phase du représentant associé à la station de Port Tudy

### 11.2.2.2 Représenteur en zone pélagique

Les mesures de la station marégraphique IAPSO 1.4.32 sont représentatives de la marée en plein océan. Ainsi, les mesures ne sont pas altérées par les interactions entre les ondes principales. L'amplitude normalisée de ce représentant est beaucoup plus importante que celle de Port Tudy. En effet, elle n'est pas supérieure à 1 qu'autour de la localisation du marégraphe (point jaune), mais dans de nombreux bassins océaniques, en particulier l'Atlantique et l'océan Indien (Figure 52). Plusieurs remarques sont à faire. Le représentant est important quand nous nous rapprochons des côtes et donc des petits fonds : par exemple dans le canal du Mozambique, le long des côtes occidentales de l'Inde dans la mer d'Arabie, une portion du plateau de Patagonie, le long des côtes orientales de l'Australie dans la mer de Corail et le détroit de la baie d'Hudson dans l'Atlantique Nord. En outre, le représentant n'est pas maximum à l'emplacement du marégraphe, mais à quelques centaines de kilomètres au sud. Enfin, nous pouvons noter que l'amplitude du représentant est peu importante dans l'océan Pacifique. Ainsi, l'assimilation d'une donnée en plein océan entraîne une propagation de l'information par le représentant beaucoup plus importante qu'en petits fonds. Cependant, comme l'analyse harmonique d'une donnée en plein océan est beaucoup plus fiable en plein océan, l'information propagée sera elle aussi plus fiable qu'en milieu côtier. Nous vérifions encore que la dynamique du problème est conservée en traçant les phases du représentant de la station IAPSO 1.4.32 (Figure 53).

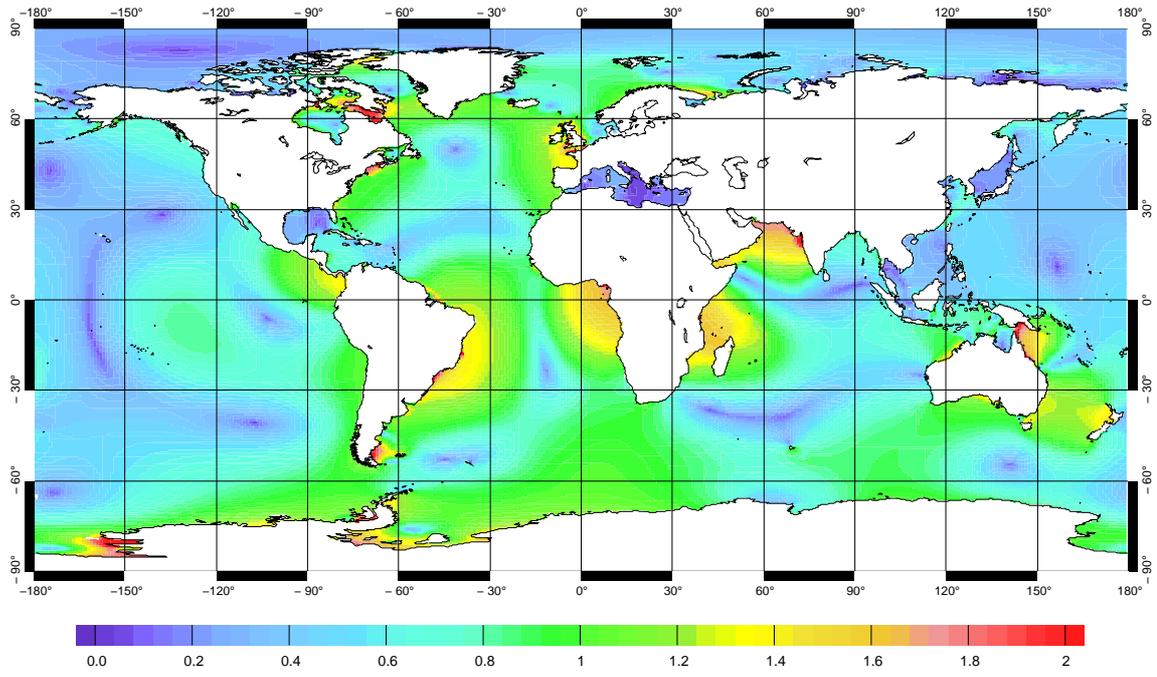


Figure 52 : Amplitude normalisée du représentant associé à la station IAPSO 1.4.32

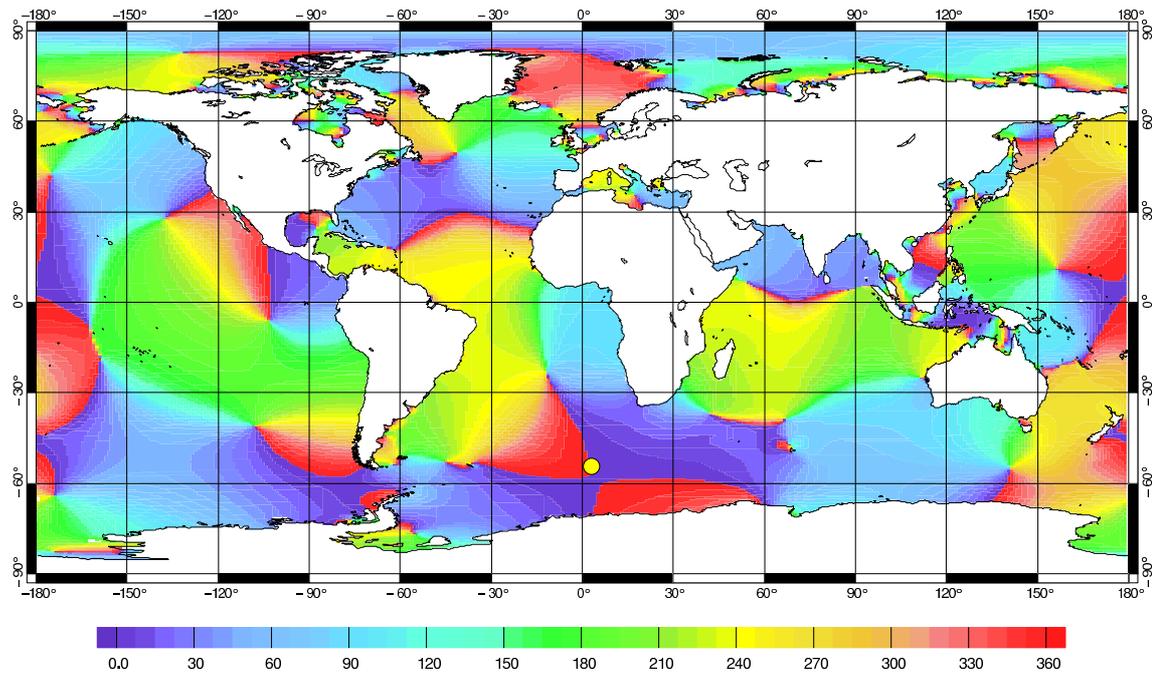


Figure 53 : Phase du représentant associé à la station IAPSO 1.4.32

### 11.2.2.3 Représenteur en zone insulaire

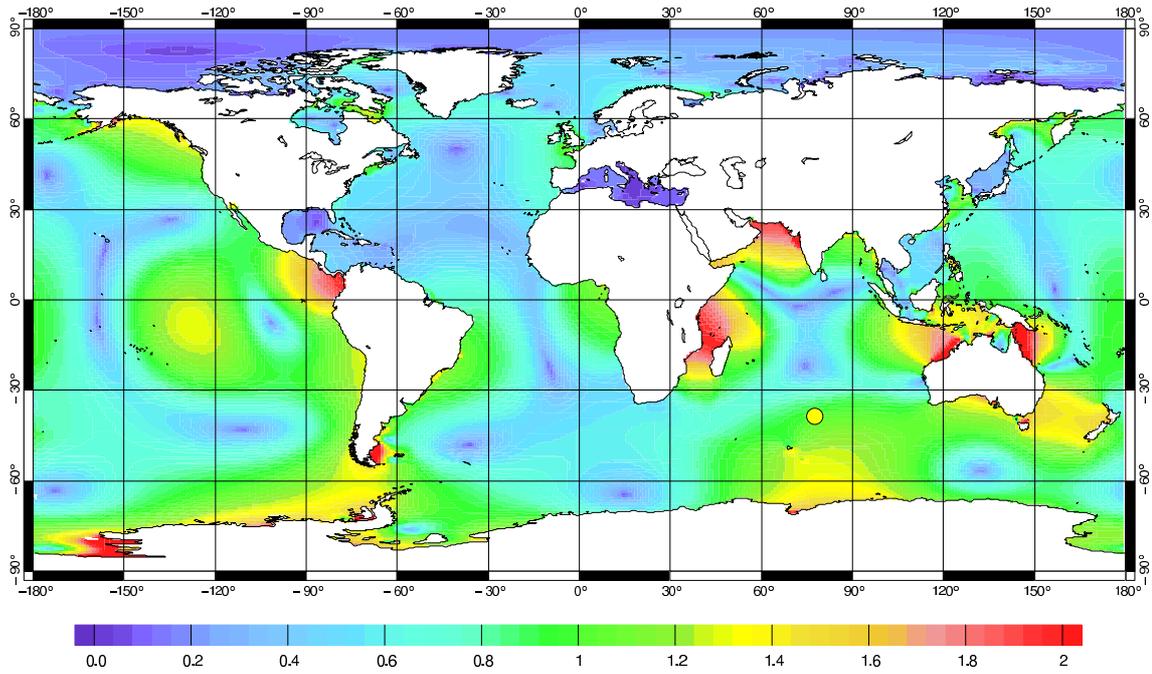


Figure 54 : Amplitude normalisée du représentant associé à la station de Saint Paul

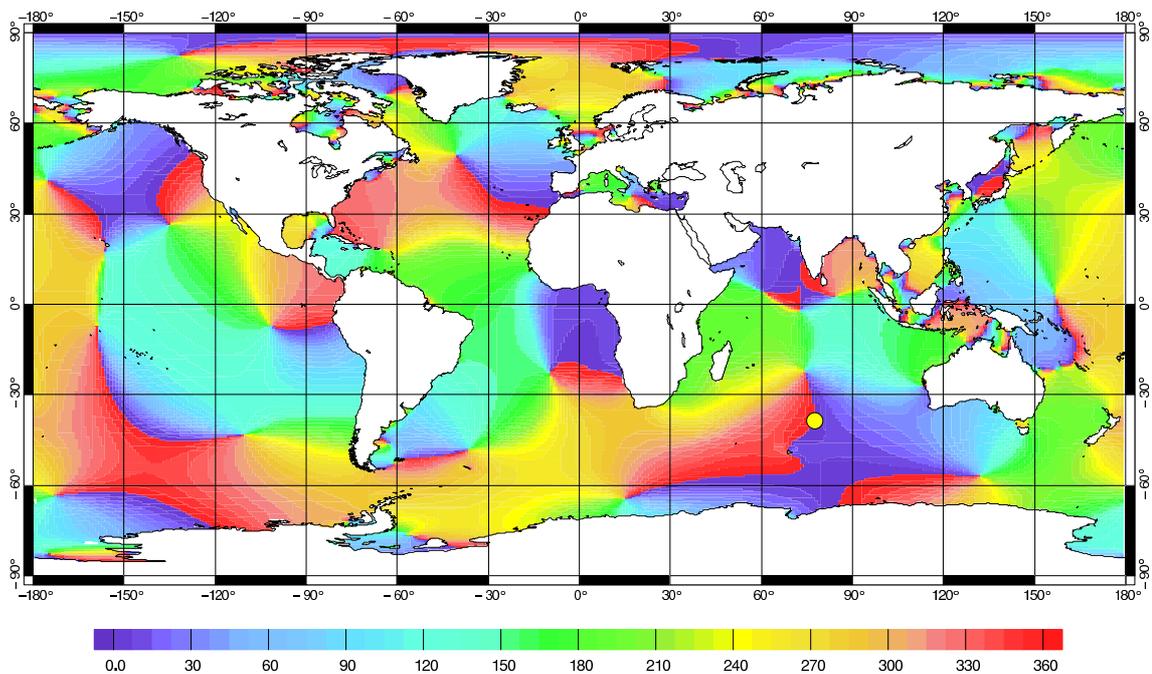


Figure 55 : Phase du représentant associé à la station de Saint Paul

Afin de bien saisir l'importance des représentants, nous avons aussi étudié un représentant associé aux données d'un marégraphe placé sur une île entourée de fonds profonds. C'est l'île de Saint Paul qui a été choisie. Comme le montre l'amplitude normalisée du représentant de Saint Paul sur la Figure 54, ce dernier a une influence globale que ce soit dans l'océan Indien, dans l'océan Pacifique et dans une moindre mesure dans l'océan Atlantique. Comme pour le représentant de la station IAPSO 1.4.32, nous retrouvons les mêmes caractéristiques en milieu côtier : de grandes amplifications dans certaines zones (canal du Mozambique, côtes occidentales de l'Inde dans la mer d'Arabie, plateau de Patagonie, détroit de la Sonde, côtes

orientales de l'Australie dans la mer de Corail, mer de Ross, côtes occidentales de l'Amérique Centrale) qui sont supérieures à l'amplitude de la donnée assimilée. Les marégraphes localisés sur une île semblable à celle de Saint Paul (ce qui est le cas de la majorité des îles du Pacifique) ont donc des représentants associés qui ont des caractéristiques semblables à ceux des marégraphes de plein océan. Enfin les phases du représentant de Saint Paul sont une fois de plus en accord avec la dynamique de la propagation de l'onde  $M_2$  sur l'océan mondial.

### 11.2.3 Commentaires sur les représentants

Les représentants sont des champs qui nous donnent les corrélations d'erreurs que propagent notre modèle hydrodynamique à partir d'une position donnée sur toutes les positions de l'océan mondial. Ainsi, si nous avons une forte corrélation entre la position de la donnée assimilée et un autre point, le calcul de la marée en cet autre point ne sera pas dégradé si la donnée assimilée est bonne. Nous aurons bien évidemment une solution dégradée en ce point dans le cas où la donnée assimilée est mauvaise. Il est donc essentiel d'assimiler des données de bonne qualité (*Bennet* (communication personnelle, 1999) et *Lefèvre* [1999a]).

Les caractéristiques que nous avons dégagées ci-dessus sont valables pour l'ensemble des représentants calculés pour produire FES98. Nous pouvons en tirer plusieurs commentaires. Les données assimilées en petits fonds ne vont perturber le calcul des solutions qu'autour de leur localisation. En effet la corrélation des petits fonds avec les grands fonds est faible en regard de l'amplitude de la donnée assimilée (nous avons représenté les amplitudes normalisées des représentants). Ce qui permet donc de régler localement l'erreur que nous devons associer à la donnée. Comme les marégraphes côtiers mesurent un spectre complexe de la marée, l'analyse est a priori moins fiable, mais nous pouvons malgré tout donner une erreur relativement faible puisque leur assimilation ne pourra pas trop dégrader la solution de marée globalement. La précision de l'analyse harmonique ne dépend pas du contenu fréquentiel, elle dépend de l'erreur sur les mesures et de la durée de la série analysée. En revanche pour les marégraphes de plein océan et sur les îles, les mesures du spectre sont plus précises. Ainsi les données assimilées sont a priori bonnes et nous pouvons donc mettre une erreur faible sur les données assimilées. La qualité de ces données est primordiale car comme l'a montré l'étude précédente, la propagation de l'information assimilée par le représentant est quasiment globale. Une mauvaise donnée assimilée en plein océan peu donc entraîner une dégradation notable de la solution de marée le long des côtes. Un problème réside cependant pour les données sur les îles. En général, les données analysées de ces marégraphes sont bonnes en amplitude, mais la configuration des îles entraîne parfois un déphasage de l'onde par rapport à la propagation en plein océan. Assimiler brutalement une donnée située sur une île pourrait donc amener une erreur notable en phase.

Nous avons donc fixé une erreur plus importante pour ce type de donnée que pour une donnée de type pélagique.

De plus, les tracés des représenteurs associées aux trois types de données marégraphiques (côtiers, grands fonds, îles) ont montré que ce n'est pas forcément à l'endroit où la donnée est assimilée que le représenteur est maximum. Nous retrouvons à l'échelle globale les résultats que *Egbert et Bennet* [1996] avaient découverts à l'échelle locale. Ainsi, avec la méthode des représenteurs, l'assimilation d'une donnée ne va pas forcément améliorer la solution globale à l'endroit précis de la donnée. Pour améliorer localement une solution, il faut donc prendre en compte la globalité de la dynamique du modèle qui est intrinsèquement propagée par les représenteurs.

La connaissance plus aboutie des représenteurs, et donc des corrélations spatiales d'erreurs de notre modèle, nous a permis de déterminer avec plus de rigueur les erreurs à donner à nos données assimilées.

### 11.3 Données assimilées

---

Le Chapitre 10 a montré les qualités de FES98 le long des côtes. Mais, comme nous l'avons déjà souligné auparavant, cette solution présente un manque de précision en plein océan. Afin de réduire ce manque, nous avons entrepris l'assimilation de données altimétriques qui ajoutent une densité spatiale conséquente à l'ensemble des données que nous assimilons. Nous produisons ainsi FES99, une solution hydrodynamique issue à la fois de données marégraphiques (qui apportent une information importante sur les phénomènes de marées en zones côtières) et de données altimétriques (qui fournissent une information de qualité sur la propagation de la marée en plein océan).

#### 11.3.1 Données marégraphiques

Les données marégraphiques assimilées sont majoritairement celles qui ont été utilisées pour calculer les solutions de marées non altimétriques FES98 [*Lefèvre et al.*, 2000a]. Cependant des problèmes majeurs résidaient sur le plateau de Patagonie (dus à une bathymétrie incertaine et des phénomènes de marées très complexes et très importants dans cette zone : les élévations peuvent atteindre plusieurs mètres le long des côtes). C'est pourquoi, en fonction des travaux de *Glorioso et al.* [1997], une sélection minutieuse de quelques données côtières a été entreprise afin de les assimiler pour améliorer les imperfections constatées. Ainsi, 20 données marégraphiques ont été sélectionnées pour  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$  et  $Q_1$ , 13 pour  $K_2$ , 7 pour  $N_2$  et 5 pour

$2N_2$  puis ont été assimilées. L'amélioration apportée par l'assimilation de ces données est très bonne qualitativement et quantitativement. En effet, les amplifications de marées qui ont lieu dans le golfe de San Jorge et dans le Golfe de San Matias [*Glorioso and Flather, 1997*] n'étaient pas modélisées dans FES98. Elles le sont maintenant. Le Tableau 17 présente le nombre de données marégraphiques assimilées.

<b>Onde</b>	<b>Nombre de données assimilées</b>
$M_2$	783
$S_2$	757
$N_2$	636
$K_2$	656
$2N_2$	237
$K_1$	897
$O_1$	901
$Q_1$	652

**Tableau 23 : Nombre de données marégraphiques assimilées suivant les ondes pour obtenir FES99**

## 11.3.2 Données altimétriques

### 11.3.2.1 Origine des données

Une banque de composantes de la marée issue de l'analyse des données de T/P a été construite dans le cadre de notre étude (*Schrama, communication personnelle, 1999*). La grande majorité de ce paragraphe est issu d'un mémorandum de Schrama. Les données sont situées aux points de croisement de T/P c'est-à-dire aux points d'intersection d'une trace montante et d'une trace descendante. Théoriquement, pour une répétition cyclique de 10 jours (ce qui est approximativement le cas de T/P), le nombre maximum de points de croisement est de  $127^2$ . Environ 60% de ces points sont situés sur des zones océaniques, l'autre partie étant sur des terres émergées. La couverture de T/P ne s'étendant pas jusqu'aux pôles, nous ne retrouvons pas le chiffre classique de la couverture océanique sur la Terre, à savoir ~75%. Nous avons utilisé les points de croisement par héritage des corrections altimétriques faites auparavant et qui déjà utilisaient les points de croisement (correction d'orbites...). Dans notre cas, nous avons supposé que toutes les corrections autres que la marée océanique et les effets de charges qui sont appliquées à la mesure altimétrique et qui sont données par les GDR (Geophysical Data Records) sont valides car calculées par d'autres scientifiques et vérifiées. Les erreurs résiduelles sont considérées comme trop faibles pour intervenir dans notre calcul de la marée océaniques par l'altimétrie. Il faut noter que nous avons appliqué les corrections de marées polaires et de marées terrestres qui sont données par les GDR.

Traditionnellement, les données aux points de croisement sont utilisées comme une observation de différence de hauteur aux intersections des traces satellitaires. Dans notre étude, ce n'est pas nécessairement le cas car chacune des données que nous générons est issue de l'interpolation de plusieurs mesures autour du point d'intersection. La méthode de calcul de la marée océanique aux points de croisement est basée sur une orbite nominale représentant la trace au sol de T/P plutôt que les positions réellement observées. Cette source est appelée le 'collinear stack file' : elle est issue d'une collection de nombreux GDR gérée, complétée et corrigée au Delft institute for Earth Oriented Space research. De cette base de données nous avons calculé, pour toutes les données T/P jusqu'au cycle 236, la trajectoire moyenne au sol de T/P à des intervalles de 1 seconde par rapport au point où la trace coupe l'équateur. Cette méthode d'interpolation, dorénavant dénommée interpolation colinéaire, est une procédure qui peut-être appliquée à tous systèmes altimétriques survolant la Terre avec une répétitivité constante. L'interpolation colinéaire suppose que la trace au sol du satellite se répète suffisamment près d'un cycle sur l'autre. Elle ne tient pas en compte les erreurs négligeables habituelles introduites par les résidus dans le gradient spatial du géoïde. Dans ce cas, l'erreur introduite par le gradient résiduel  $r$  du géoïde est équivalent à :

$$r = d \frac{dN}{ds} \quad (11.132)$$

avec :

- $d$  : la déviation moyenne de la position de l'altimètre par rapport à la moyenne (meilleure que 1 km pour T/P) ;
- $\frac{dN}{ds}$  : la pente du géoïde.

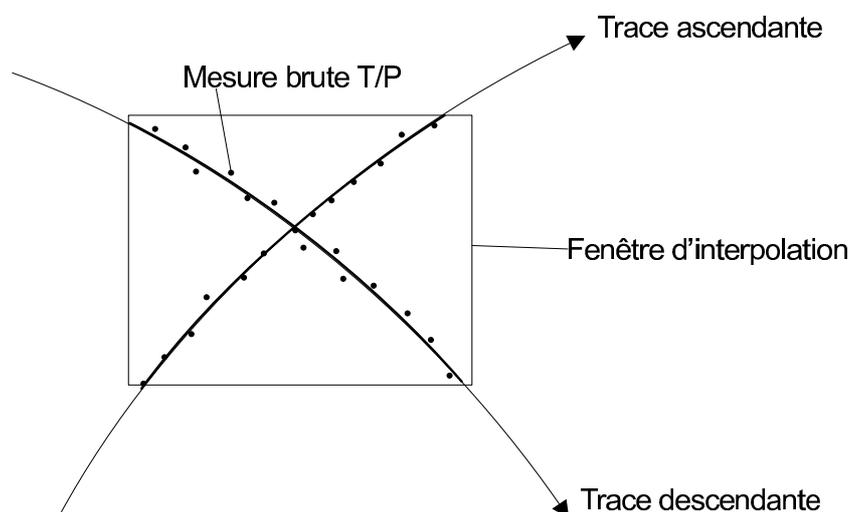
Dans les cas extrêmes, la pente peut atteindre 10 m pour 100 km soit un gradient de  $10^{-4}$ . Dans la plupart des parties de l'océan, il est de l'ordre de  $10^{-5}$  ce qui entraîne une erreur inférieure à 1 cm pour l'interpolation colinéaire. L'erreur introduite sur des zones de forte pente comme les vallées et les monts sous-marins, est souvent plus élevées d'un facteur 10. Ces événements accidentels sont éliminés par le moyen de procédures qui testent la répétitivité des anomalies de mesures du niveau de la mer interpolées toutes les secondes dans 'collinear stack file'. Des 7990 points de croisement théoriques, nous avons extrait grâce à cette procédure 7140 points de croisement de ce fichier. A chaque point de ce fichier, nous obtenons des séries temporelles d'anomalies du niveau de la mer mesurées par l'altimètre de T/P.

### 11.3.2.2 Correction du baromètre inverse

Bien que la correction de baromètre inverse soit donnée dans les GDR, nous avons appliqué une procédure originale de calcul pour corriger la donnée altimétrique de cet effet. En effet, nous avons jugé la correction insuffisante pour nos besoins car les effets de baromètre inverse sont bien souvent en phase avec l'onde de marée solaire  $S_2$  qui est non seulement due au forçage gravitationnel mais aussi au forçage radiatif. C'est d'ailleurs la majeure contribution à la génération de  $S_2$  en plein océan. Dans le cas courant, l'algorithme calcule l'effet de baromètre inverse comme étant la réponse hydrostatique locale calculée avec une pression atmosphérique moyenne de référence égale à 1013.3 mbar. Dans notre cas, nous nous sommes basés sur les données ECMWF de la pression atmosphérique à la surface de la mer, moyennée toutes les six heures.

### 11.3.2.3 Filtrage le long des traces

Nous savons que des phénomènes de petits échelles interviennent dans les marées par la génération d'ondes internes et qui sont visibles dans les anomalies de surface de la mer. *Ray et Mitchum* [1996] ont montré que la puissance moyenne de ces ondes se concentrent autour de longueur d'onde spatiale de 100 km. Nous avons cherché à éliminer ces phénomènes indésirables en introduisant une fenêtre de 20 secondes de côté centrée à chaque position de points de croisement. La Figure 56 illustre ce procédé.



**Figure 56 : Fenêtre de filtrage des ondes internes dans l'analyse altimétrique des points de croisement**

La longueur de la fenêtre correspond approximativement à 150 km de chaque côté du point de croisement que se soit pour la trace montante ou la trace descendante. Le but de cette fenêtre est de sélectionner toutes les anomalies de surface observées par T/P et de les introduire dans une

procédure d'estimation polynomiale. Ensuite, un filtrage par moindres carrés permet de supprimer la partie barocline du signal de marée.

#### 11.3.2.4 Génération des données harmoniques altimétriques

Ainsi, des séries temporelles d'élévations du niveau de la mer mesurées par les altimètres de T/P ont été calculées. Ces données ont été corrigées pour se rapporter à des mesures absolues du niveau de la mer, référencées par rapport au géoïde terrestre. Afin de construire des séries temporelles assez longues, les points choisis furent les points de croisement des traces T/P : les séries sont deux fois plus conséquentes. Après analyse harmonique des séries temporelles en ces points, cette première sélection a permis de construire une base de plus de 7140 points donnant les amplitudes et les phases des ondes de marée  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$  et  $Q_1$ . Des corrections par comparaison *a priori* et *a posteriori* des analyses ont permis de sélectionner un nombre plus restreint de 5318 points (Figure 57).

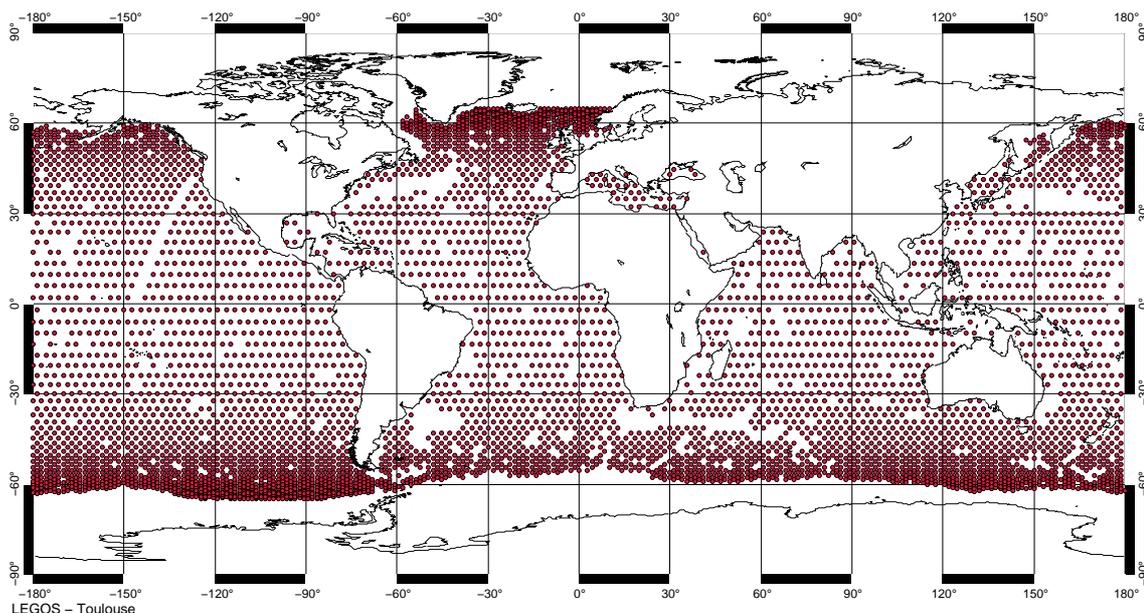


Figure 57 : Points de croisement sélectionnés comme base de travail

#### 11.3.2.5 Sélection des données altimétriques à assimiler

La méthode d'assimilation est basée sur la méthode des représentants qui sont significatifs de la dynamique du modèle. Donc, en plein océan, deux représentants associés à deux données assimilées très proches spatialement l'une de l'autre (et en particulier en plein océan où les interactions entre ondes de marées sont très faibles) vont être similaires. Il n'est donc d'aucune utilité de calculer tous les représentants associés à tous les points de croisement pris en compte (les 5318 dans notre cas). Vu la lourdeur des calculs et le temps nécessaire pour obtenir un

représenteur, il est préférable de sélectionner un certain nombre de points caractéristiques à assimiler de l'ensemble de l'assimilation comme l'ont déjà montré *Egbert et al.* [1994]. Ainsi nous sommes nous en partie restreints aux capacités de calculs des supercalculateurs mis à notre disposition. Pour sélectionner les points à assimiler à partir des 5318 à disposition, plusieurs critères ont été mis en place :

- Tous les points en dehors des maillages éléments finis ont été écartés car ils ne seraient de pas pris en compte dans l'assimilation.
- Tous les points placés au niveau de profondeurs inférieures à 200 mètres ont été éliminés. En effet, les analyses de points de croisement dans les zones peu profondes sont encore incertaines et, de plus, les données marégraphiques assimilées, en particulier dans les petits fonds, comblent cette lacune.
- Une distance minimale entre les points de croisement a été appliquée afin d'éviter un sur-échantillonnage de points localement. Cette distance a été fixée à 600 kilomètres ce qui représente approximativement le double de la distance entre deux traces T/P à l'équateur.

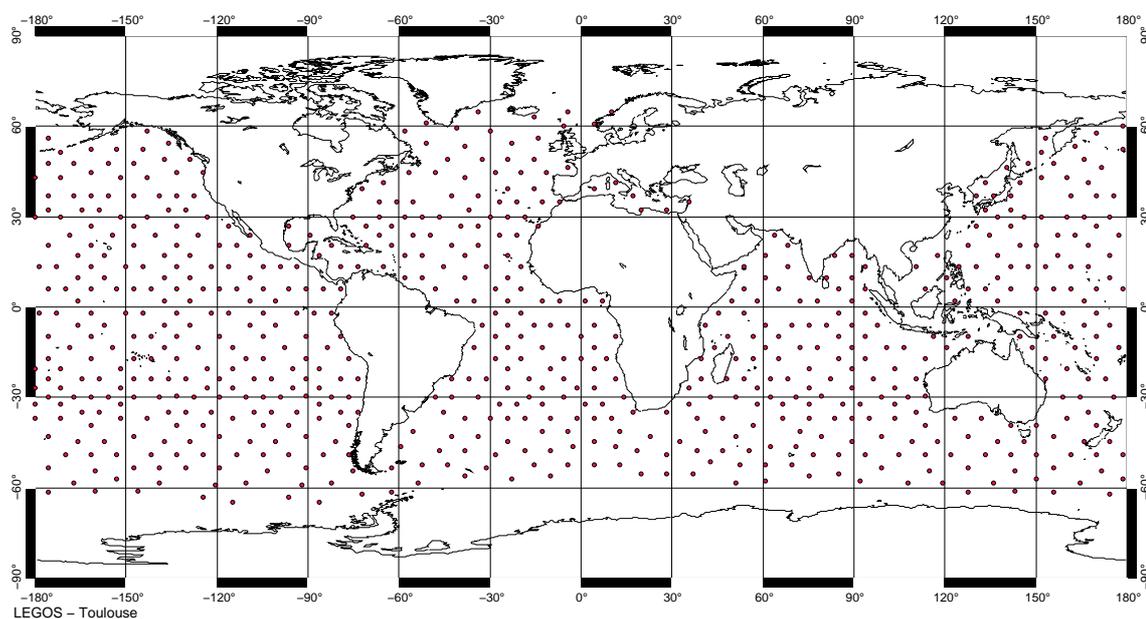


Figure 58 : Sélection des points de croisement à assimiler

Ces critères ont permis d'extraire 687 points des 5318 initiaux (cf. Figure 58) et ont fourni l'amplitude et la phase de la marée pour les 8 ondes citées auparavant. Pour chacune des 7 ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$  et  $Q_1$  les 687 représenteurs associés aux 687 localisations définies ont été calculés.

Afin de rendre compte de la répartition géographique de l'ensemble des données assimilées pour le calcul de FES99, nous présentons Figure 59 cette répartition pour l'onde  $M_2$ . Nous pouvons voir que la répartition spatiale est bien meilleure que celle utilisée pour le calcul des solutions FES98.

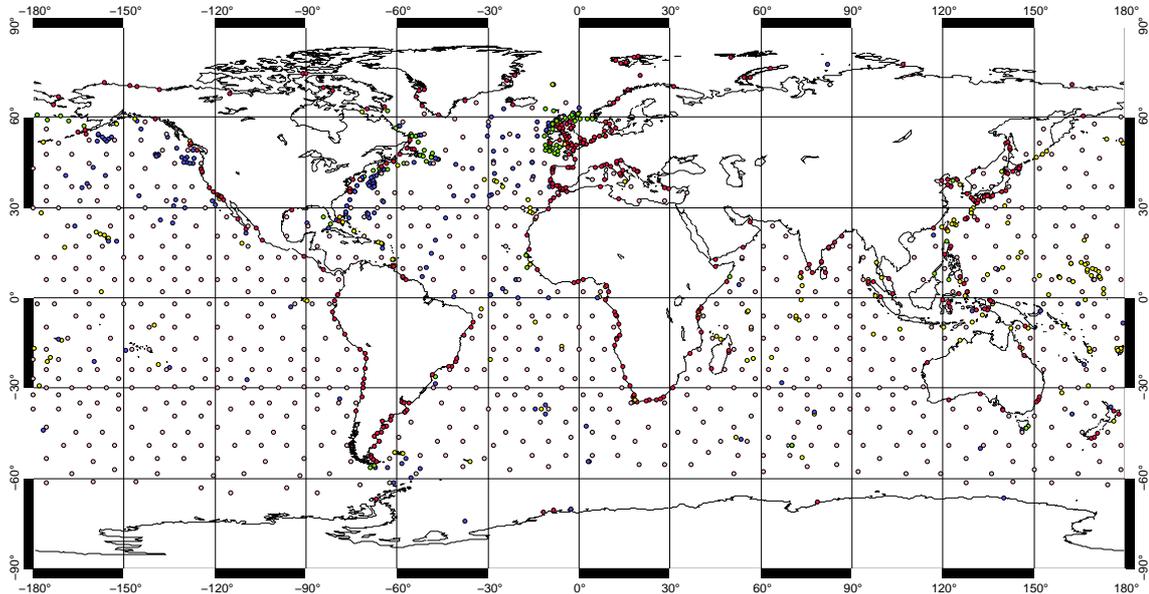


Figure 59 : Répartition géographique de l'ensemble des points assimilés pour l'onde  $M_2$

### 11.3.3 Sélection des pondérations pour l'assimilation

L'assimilation de données utilisée dans notre étude est basée sur une technique d'inversion avec une approche moindres carrés. Cette approche revient à chercher la perturbation du modèle qui minimise une fonction coût  $J$  introduite dans le Chapitre 9 et que nous rappelons ici :

$$J(\text{perturbation de la solution du modèle}) = \frac{(\text{erreur avec les données})^2}{(\text{erreur sur les données})^2} + \frac{(\text{erreur avec le modèle})^2}{(\text{erreur sur le modèle})^2}$$

Il faut donc déterminer les erreurs sur les données et sur le modèle.

#### 11.3.3.1 Erreurs sur les données

Des comparaisons avec d'autres modèles ainsi que des mesures de terrains permettent de fixer une erreur (inverse de la confiance) sur les données en fonction de leur localisation. Ainsi, de même que pour le calcul de FES98, nous avons créé 5 catégories de données, en fonction de la bathymétrie, du profil des côtes et de l'origine des données :

- la catégorie côtière (coastal) ;

- la catégorie de plateau (shelf) ;
- la catégorie pélagique (pelagic) ;
- la catégorie insulaire (island) ;
- la catégorie altimétrique (altimetry) ;

A ces 5 catégories nous avons associé une confiance aux données, fixée par expérience des mesures et par plusieurs calculs d'assimilation.

Pour les ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$  nous avons pris une confiance de :

- 2,5 centimètres en catégorie côtière ;
- 1 centimètre en catégorie de plateau ;
- 0,5 centimètre en catégorie pélagique ;
- 2,5 centimètres en catégorie insulaire ;
- 0,75 centimètre en catégorie altimétrique.

Ces erreurs sont bien en accord avec les conclusions de notre étude sur les représentateurs, à savoir que l'analyse d'une donnée étant bonne en plein océan et que sa corrélation spatiale étant importante avec les autres points de l'océan, nous lui avons fixé une confiance élevée (et donc une faible erreur). Par contre, du fait des problèmes liés aux phases avec les données des îles, nous ne leur avons donné qu'une erreur de 2,5 cm. Pour les données de plateaux et les données côtières, nous avons gardé les erreurs utilisées dans FES98. Enfin, pour les données altimétriques, une erreur de 0,75 cm est raisonnable, puisque le but des mesures T/P est d'atteindre la précision centimétrique. Nous avons vérifié que ces erreurs sont consistantes avec l'assimilation en vérifiant en chaque donnée que le modèle a posteriori donne environ la valeur de l'observation plus ou moins l'erreur fixée a priori.

### 11.3.3.2 Erreurs sur le modèle

La méthode d'assimilation est à contrainte faible, c'est-à-dire que nous prenons en considération l'erreur du modèle. Cette erreur est principalement due à une erreur sur le forçage qui ne peut pas être quantifiée. C'est pourquoi, nous avons sélectionné l'erreur à donner au modèle par plusieurs assimilations successives qui nous ont permis de la fixer en comparant la solution a priori (qui est purement hydrodynamique c'est-à-dire sans assimilation) par rapport à la solution a posteriori (qui est la solution assimilée). En effet, la procédure d'assimilation nous donne accès à un certain nombre d'outils nous permettant de vérifier sa qualité a posteriori, et donc d'avoir une idée de l'erreur à appliquer au modèle. Le calcul de la fonction coût est le

rapport du signal sur le bruit. Il nous permet de quantifier l'assimilation, sachant que le cas idéal est atteint pour un rapport de 100%.

Ondes	$R_{prior}$	$R_{posterior}$	Coefficient modèle
$M_2$	1738%	103%	$3 \times 10^{-3}$
$S_2$	882%	107%	$1 \times 10^{-3}$
$N_2$	349%	87%	$3 \times 10^{-4}$
$K_2$	236%	107%	$1 \times 10^{-4}$
$2N_2$	52%	42%	$1 \times 10^{-2}$
$K_1$	324%	98%	$2 \times 10^{-3}$
$O_1$	332%	103%	$5 \times 10^{-4}$
$Q_1$	108%	80%	$5 \times 10^{-4}$

**Tableau 24 : Rapport signal bruit avant et après assimilation**

Le rapport a priori  $R_{prior}$  est l'écart type entre les erreurs du modèle a priori et les erreurs des données assimilées. Une valeur de 100% indique que le modèle a priori et les observations ne sont pas significativement différents. Le rapport a posteriori  $R_{posterior}$  est l'écart type entre les erreurs de la solution a posteriori (c'est-à-dire la solution assimilée) et l'écart type des erreurs des données assimilées. La dernière colonne du tableau indique le coefficient qui a été donné à l'erreur sur le modèle pour atteindre au mieux les 100% de  $R_{posterior}$  grâce à l'assimilation.

Nous pouvons voir que les 100% ne sont pas atteints dans tous les cas. En effet, les rapports introduits ci-dessus ne sont pas absolus pour représenter le bon déroulement de l'assimilation, mais ils sont un bon indicateur pour fixer les erreurs modèle.

## 11.4 Calcul des solutions

---

### 11.4.1 Ondes principales

Avec la même approche que celle utilisée pour FES98, nous avons calculé les ondes principales du spectre de marée, à partir des solutions libres de notre modèle hydrodynamique que nous avons amélioré par l'assimilation de données marégraphiques et altimétriques.

Onde	Nombre de données assimilées
$M_2$	1470
$S_2$	1444
$N_2$	1323
$K_2$	1343
$2N_2$	237
$K_1$	1584
$O_1$	1588
$Q_1$	1339

Tableau 25 : Nombre de données assimilées suivant les ondes pour obtenir FES99

A titre d'illustration, nous donnons la distribution de l'onde  $M_2$  (Figure 60 et Figure 61) et de l'onde  $K_1$  (Figure 62 et Figure 63) en amplitude et en phase à l'échelle globale. Ces figures sont représentatives du phénomène de propagation des ondes de marées semi-diurnes et diurnes. En particulier, nous pouvons voir grâce au réseau de phase de l'onde  $M_2$  que la dynamique du problème hydrodynamique est bien conservée dans les représentants (cf. -phase des Figure 51 et Figure 53 et Figure 55).

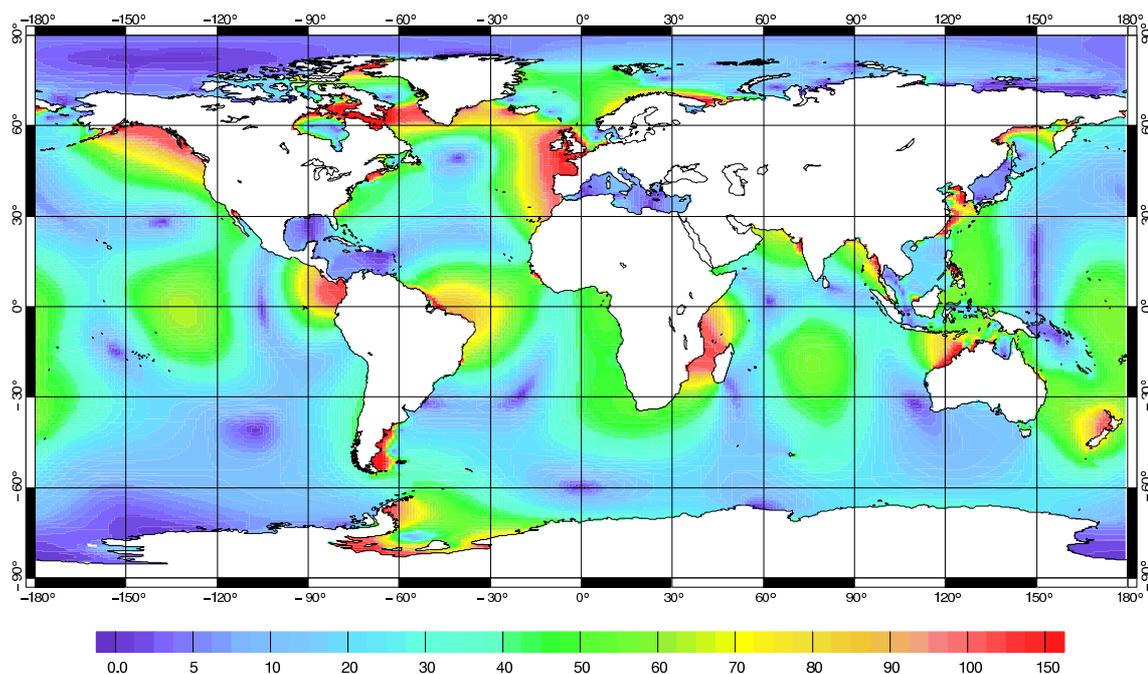


Figure 60 : Amplitude de  $M_2$  (cm) pour FES99

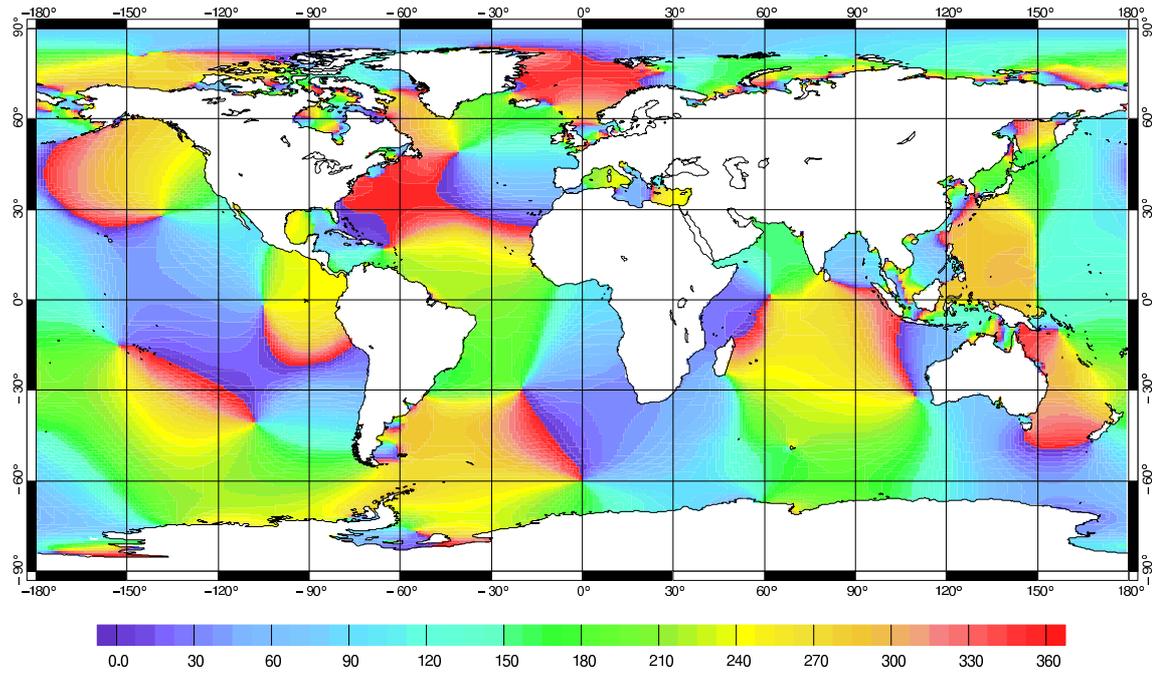


Figure 61 : Phase de  $M_2$  (degrés) pour FES99

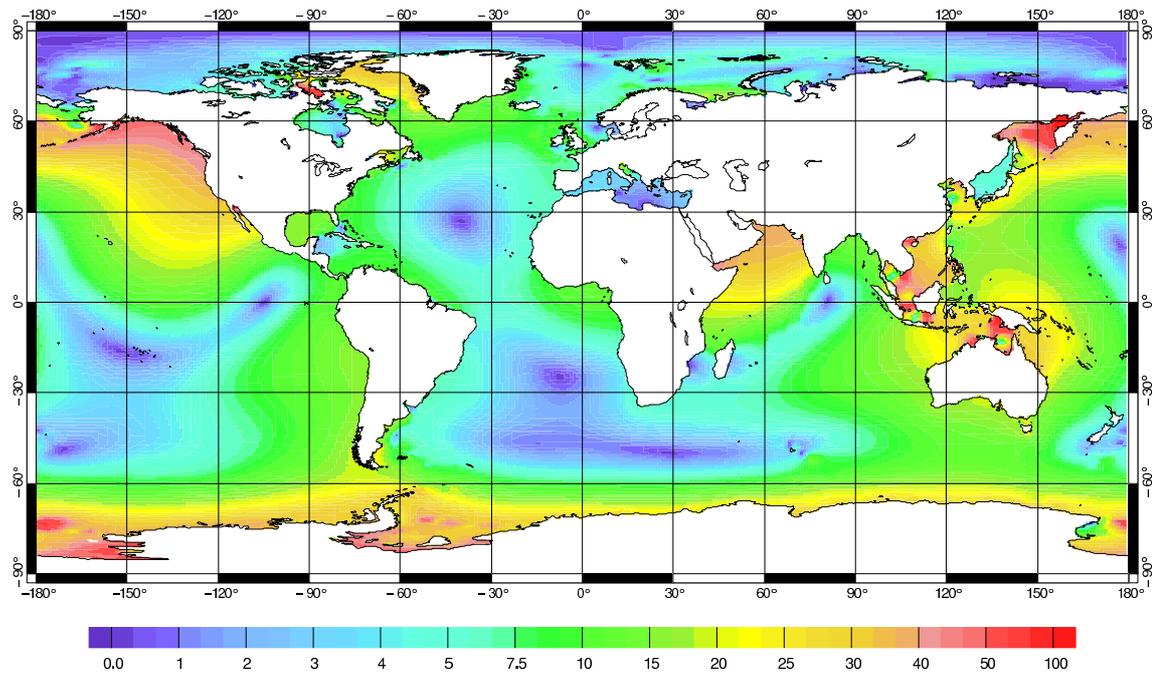


Figure 62 : Amplitude de  $K_1$  (cm) pour FES99

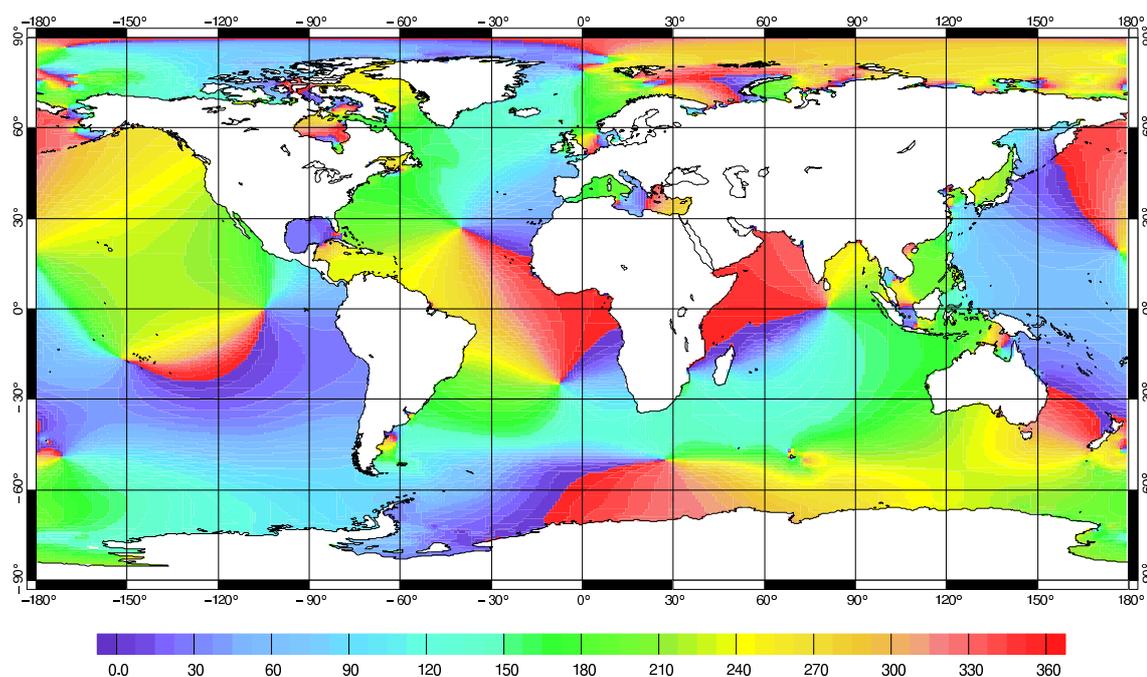


Figure 63 : Phase de  $K_1$  (degrés) pour FES99

Afin de rendre compte des améliorations apportées par l'assimilation de données altimétriques dans notre modèle, nous comparons FES98 et FES99 par rapport à trois banques : ST95, ST727 et la banque de données Topex introduite au paragraphe 10.4.1.3.

#### 11.4.1.1 Comparaisons aux données marégraphiques pélagiques

Par comparaison avec ST95, le Tableau 26 montre que FES98 est meilleure que FES99 pour toutes les ondes sauf  $M_2$ . Le fait d'avoir reconsidéré les paramètres de l'assimilation (erreurs sur le modèle et erreurs sur les données) a permis d'améliorer l'onde  $M_2$  de 14%. Les autres ondes n'ont pu être améliorées, car comme nous avons assimilé beaucoup de données en plein océan avec l'altimétrie, nous avons réduit le poids que nous donnions aux données de ST95 (située majoritairement en zones pélagiques) qui sont à la fois assimilées et utilisées dans la comparaison. Cependant, la RSS globale, du fait de l'amélioration notable de FES99 pour  $M_2$ , est meilleure que celle de FES98 (6 petits dixièmes de millimètre...)

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES98 RMS (cm)	FES99 RMS (cm)
$M_2$	33,55	95	1,51	1,30
$S_2$	12,81	95	0,86	0,87
$N_2$	6,79	91	0,80	0,82
$K_2$	3,32	90	0,35	0,38
$2N_2$	1,01	90	0,31	0,33
$K_1$	11,10	95	1,00	1,09
$O_1$	7,66	95	0,93	0,96
$Q_1$	1,61	87	0,25	0,27
RSS (cm)	-	-	2,41	2,35

Tableau 26 : Comparaisons numériques pour ST95

#### 11.4.1.2 Comparaisons aux données côtières

L'assimilation de données marégraphiques côtières a montré que FES98 améliorerait notre connaissance des marées en petits fonds. Comme nous assimilons les mêmes données en plus des données altimétriques, les comparaisons le long des côtes nous permettent de vérifier que l'assimilation de données altimétriques en plein océan n'a pas altéré la qualité de la solution en petit fond. Comme nous avons des problèmes avec FES98 sur le plateau de Patagonie, nous avons ajouté 12 marégraphes de comparaison le long des côtes de la Patagonie à la banque de données ST727 pour former une banque plus complète : ST739.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES98 RMS (cm)	FES99 RMS (cm)
$M_2$	60,30	739	17,49	10,58
$S_2$	22,22	737	6,28	5,39
$N_2$	12,48	625	4,74	3,95
$K_2$	6,58	628	2,39	2,27
$2N_2$	1,84	263	1,07	1,03
$K_1$	13,47	736	4,83	4,24
$O_1$	9,75	732	3,61	3,26
$Q_1$	2,01	403	1,11	1,01
RSS (cm)	-	-	20,30	13,87

Tableau 27 : Comparaisons numériques pour ST739

Le Tableau 27 montre que globalement, FES99 est meilleure que FES98 pour toutes les ondes, comparée à ST739. Cependant ST739 est identique à ST727 avec l'ajout de données de comparaisons le long des côtes du plateau de Patagonie où les ondes de marées peuvent prendre des valeurs assez importantes (plusieurs mètres). Comme FES98 n'est pas de très bonne qualité dans cette zone, sa comparaison à ST739 est moins bonne que celle de FES99. C'est pourquoi, nous avons aussi comparé FES99 à ST727 pour apprécier sa qualité par rapport à FES98 le long des côtes de l'océan mondial.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES98 RMS (cm)	FES99 RMS (cm)
$M_2$	57,78	727	10,99	10,30
$S_2$	22,04	725	5,56	5,35
$N_2$	12,18	617	3,66	3,34
$K_2$	6,54	616	2,24	2,26
$2N_2$	1,84	263	1,09	1,03
$K_1$	13,48	724	4,71	4,24
$O_1$	9,74	720	3,56	3,22
$Q_1$	2,01	402	1,11	1,01
RSS (cm)	-	-	14,40	13,47

Tableau 28 : Comparaisons numériques pour ST727

Ainsi, d'après le Tableau 28, FES99 reste la meilleure des deux solutions au niveau global le long des côtes pour toutes les ondes exceptée  $K_2$ . Le fait d'avoir modifié l'erreur sur le modèle, bien qu'en ayant assimilé des données altimétriques en plein océan, a amélioré la qualité de FES99 le long des côtes. La RSS est meilleure de 6,5%.

#### 11.4.1.3 Comparaisons à l'altimétrie

Des comparaisons avec la banque de données Topex nous montrent clairement les améliorations qu'apporte l'assimilation de données altimétriques dans FES99 par rapport à FES98 (cf. Tableau 29) : 64% pour  $M_2$  et 42% pour  $K_1$ . Ainsi la RSS de FES99 est 42% meilleure que celle de FES98.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES98 RMS (cm)	FES99 RMS (cm)
$M_2$	25,85	5313	2,51	0,91
$S_2$	9,71	5313	1,19	0,68
$N_2$	5,59	5313	0,82	0,65
$K_2$	2,83	5313	0,98	0,89
$2N_2$	-	-	-	-
$K_1$	10,00	5313	1,61	0,94
$O_1$	7,20	5313	1,14	0,80
$Q_1$	1,70	5313	0,83	0,80
RSS (cm)	-	-	3,73	2,16

Tableau 29 : Comparaisons numériques pour la banque Topex

#### 11.4.2 Ondes secondaires

Pour étendre le spectre de marée, nous avons calculé les ondes secondaires  $\mu_2$ ,  $\nu_2$ ,  $L_2$ ,  $\lambda_2$ ,  $T_2$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\eta_2$ ,  $P_1$ ,  $2Q_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $J_1$ ,  $\chi_1$ ,  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $OO_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\pi_1$ , et  $\theta_1$  par la méthode d'admittance mise en place dans le chapitre précédent. Nous donnons dans le Tableau 30 les comparaisons de ces ondes secondaires avec la banque ST95. Cette banque étant composée de marégraphes avec de longues

périodes de mesures dont l'analyse harmonique est de qualité, elle nous donne accès à de nombreuses ondes secondaires.

Onde	RMS sur les données (cm)	Nombre de données	FES98 RMS (cm)	FES99 RMS (cm)
$\mu_2$	1,20	90	0,39	0,39
$\nu_2$	1,27	90	0,16	0,16
$L_2$	0,89	89	0,25	0,25
$\lambda_2$	0,27	16	0,21	0,21
$T_2$	0,76	89	0,16	0,17
$\varepsilon_2$	0,29	19	0,15	0,17
$\eta_2$	0,34	7	0,19	0,19
$P_1$	3,57	90	0,39	0,39
$2Q_1$	0,22	8	0,15	0,15
$\rho_1$	0,20	9	0,10	0,10
$\sigma_1$	0,18	10	0,10	0,11
$J_1$	0,55	29	0,29	0,29
$\chi_1$	-	0	-	-
$M_{11}$	-	0	-	-
$M_{12}$	-	0	-	-
$OO_1$	0,29	24	0,21	0,21
$\varphi_1$	0,31	9	0,29	0,29
$\pi_1$	0,31	10	0,29	0,29
$\theta_1$	0,17	7	0,15	0,15
RSS	-	-	0,94	0,95

**Tableau 30 : Comparaisons numériques des ondes secondaires pour la banque ST95**

Ainsi, la précision des ondes principales nous permet d'obtenir des ondes secondaires de bonne qualité. En outre, comparée à ST95, FES99 est pratiquement de la même précision que FES98. Les RSS sont identique à un dixième de millimètre seulement.

### 11.4.3 Code de prédiction

Les chapitres précédents nous l'ont montré, la marée se décompose en sommes de composantes harmoniques. Afin d'obtenir la marée en un lieu et une date donnés, il faut donc reconstituer le signal à partir de ces composantes dépendant de la latitude, de la longitude et du temps. Grâce à la théorie de *Doodson* complétée par les calculs scientifiques de *Schureman*, nous sommes à même de proposer un code de prédiction qui nous donne la hauteur de la marée océanique en toute position de la surface océanique et à tout moment. Afin de tester ces codes de prédictions nous comparons la réduction de variance qu'ils apportent en plus des autres corrections des GDR. En effet, en soustrayant le signal brut altimétrique de toutes les corrections apportées par les GDR, nous accédons (en théorie) au signal océanique. En prenant en compte toutes les corrections des GDR et en remplaçant la correction de marée par le calcul que nous avons fait avec notre code de prédiction, nous obtenons la hauteur de mer due au signal océanique plus le bruit et les erreurs dans les corrections. Donc a priori plus la variance calculée est faible,

meilleur est le modèle car nous avons moins d'erreur sur notre modèle. Il faut cependant noter que la plus basse des variances calculées avec un modèle ne donne pas forcément le choix pour le meilleur modèle si ce modèle de marée océanique a assimilé de l'information océanique autre que la marée. Cependant, les modèles FES étant issus de méthodes semblables et étant largement basés sur des équations hydrodynamiques qui conservent l'information physique des marées, nous ferons abstraction de ce cas. Il n'en est pas de même si nous utilisons des modèles empiriques qui sont exclusivement issus des données altimétriques. En effet ces derniers, si l'analyse de marée qui a permis de les calculer a été mal faite et contient donc du signal océanique, vont donner une plus faible variance, mais ne donneront pas forcément accès au signal océanique puisqu'il aura été inclus dans le signal de marée fourni par le modèle.

Nous avons comparé les trois modèles FES95.2, FES98 et FES99 par rapport aux données fournies par les deux satellites T/P et ERS-2. Le modèle FES94.1 n'a pas été pris en considération dans cette étude car il ne présente pas assez de composantes de marée pour pouvoir donner un code de prédiction de marée suffisamment précis. Pour T/P, nous avons considéré les cycles 95 (13 avril 1995) à 195 (10 janvier 1998) et pour ERS-2, les cycles 0 (29 avril 1995) à 28 (19 janvier 1998). Ces cycles ont été sélectionnés car ils représentent plus de deux ans de données, car ils se chevauchent pour les deux satellites et car ils ont permis de conserver des temps de calculs raisonnables. Pour chaque cycle,  $\sim 4 \times 10^5$  (respectivement  $\sim 14 \times 10^5$ ) points étaient disponibles pour les comparaisons avec les données T/P (respectivement ERS-2). Le nombre important de données nous laisse supposer de la bonne qualité des tests. Nous avons ainsi calculé l'écart type (racine carrée de variance) pour chacun des trois modèles FES les autres corrections des GDR étant constantes. Les données altimétriques sont référencées par rapport au géoïde et non par rapport à la topographie dynamique. Il faut donc tenir compte des effets de charges dans nos calculs. Afin de rester cohérent avec ces effets de charges, Francis (communication personnelle, 1995, 1999, 2000), nous a calculé les effets de charge déduits de chacun des trois modèles. Pour chacun des modèles, nous avons donc retiré les effets de charges associés pour le calcul de l'écart type. Les résultats numériques sont donnés dans le Tableau 31. Les codes de calcul utilisés pour obtenir les écarts types ont été développés par la Division de l'Océanographie Spatiale de CLS et utilisés à CLS.

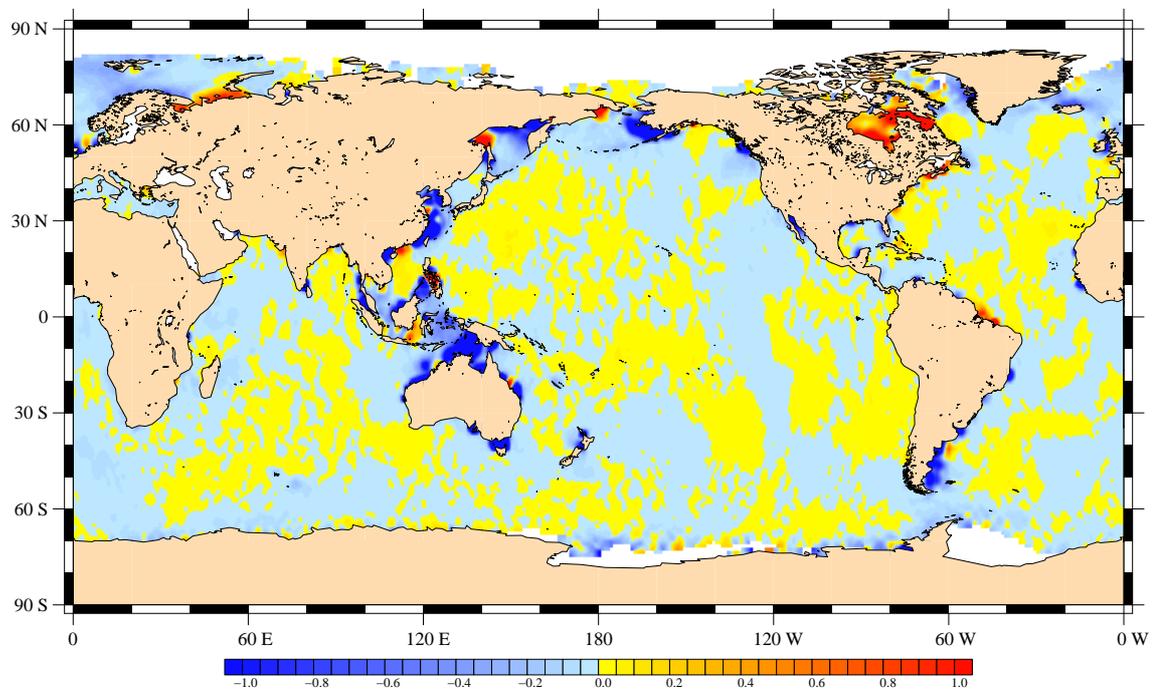
<b>Solution</b>	<b>Ecart-type (cm) pour T/P</b>	<b>Ecart type (cm) pour ERS-2</b>
FES95.2	11,33	12,38
FES98	10,94	12,09
FES99	10,66	11,79

**Tableau 31 : Ecart type des résidus du signal altimétrique le long des traces T/P et ERS-2**

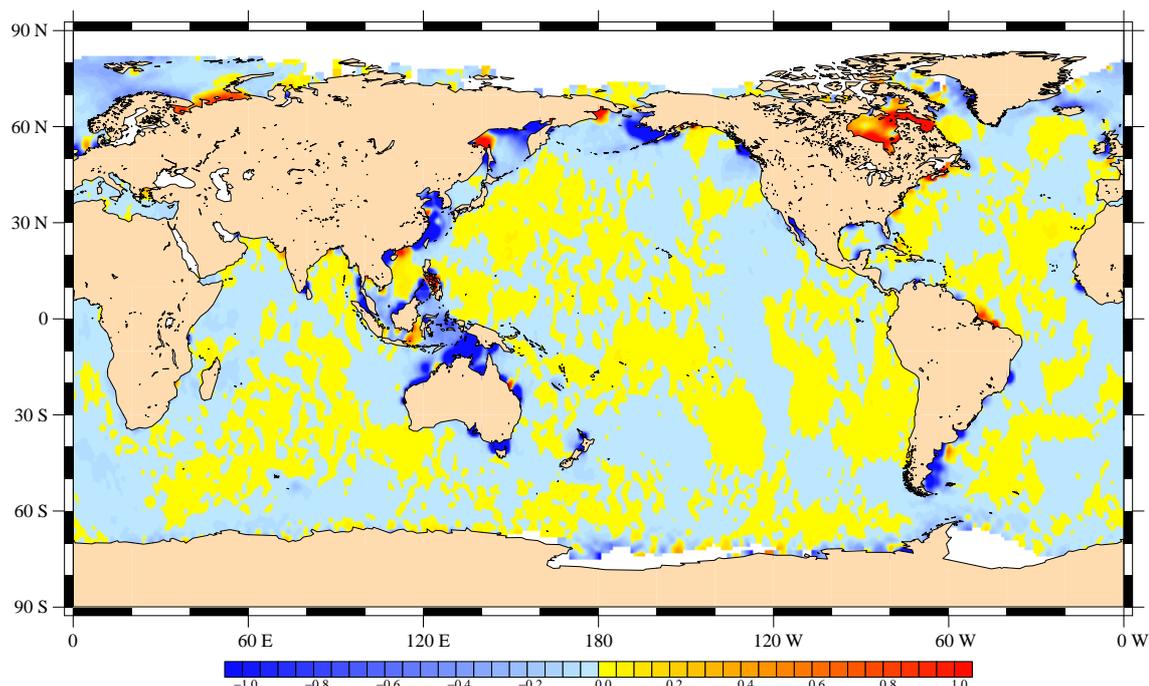
FES99 apparaît donc comme donnant le plus faible écart type pour T/P ( $\sim 5,9\%$  plus faible que pour FES95.2 et  $\sim 2,6\%$  plus faible que pour FES98), de même que pour ERS-2 ( $\sim 4,8\%$  plus

faible que pour FES95.2 et ~2,5% plus faible que pour FES98). Cependant, ces résultats sont globaux et ne rendent pas compte des améliorations locales. En outre, FES99 contient de l'information assimilée issue du satellite T/P : les données ERS-2 s'avèrent donc être une base de données indépendante de nos modèles FES. C'est pourquoi, nous avons tracé à l'échelle globale les écarts types des résidus d'anomalies de surface entre la solution FES99 et les deux autres solutions FES (Figure 64 pour FES95.2 et Figure 65 pour FES98). Ces figures rendent ainsi mieux compte des améliorations globales tout en mettant l'accent sur les différences locales.

Plus les figures sont bleues, plus l'écart type de l'anomalie de niveau de la mer calculée avec FES99 comme correction de marée est faible. Donc plus FES99 est adaptée à la réduction de l'écart type et plus l'erreur faite sur la marée est faible parmi les corrections du GDR.



**Figure 64 : Ecart type entre les résidus calculés avec FES99 et FES95.2**



**Figure 65 : Ecart type entre les résidus calculés avec FES99 et FES98**

Les différences résiduelles sont majoritairement situées autour de 0 cm (entre +/- 0,05 cm) ce qui est très faible comparé à l'ordre de grandeur de 10 cm donné par le Tableau 31. Cependant, des deux figures précédentes, il ressort des zones de fortes variations entre FES99 et les deux autres solutions FES. Intéressons-nous de plus près aux différences de résidus entre FES99 et FES95.2. En plein océan, nous pouvons constater que les deux solutions sont quasiment identiques. Des différences de l'ordre de +/-1 cm sont localisées le long de certaines côtes de l'océan mondial, sur quelques plateaux continentaux et dans quelques mers fermées. L'écart type calculé avec FES99 est inférieur à -1 cm (bleu profond) de celui calculé avec FES95.2 dans le détroit du Sri Lanka, la partie orientale de la Mer d'Andaman, le Golfe du Tonkin, la Mer de Chine Orientale, la Mer Jaune, la Mer de Sulu, la Mer des Célèbes, la Mer de Timor, une grande partie des côtes australiennes, les parties orientales des Mers d'Okhotsk et de Béring, le Golfe de Californie, le plateau de Patagonie, le détroit du Danemark, la Mer de Norvège, la Mer d'Irlande et les parties occidentale et orientale de la Mer du Nord. Mais il y existe des zones où l'écart type des résidus est supérieur à 1 cm, c'est-à-dire des zones où la prédiction réalisée avec FES99 serait moins que celle réalisée avec FES95.2 : les zones parmi les îles indonésiennes, l'embouchure de l'Amazone, le sud de mer de Barents, une petite partie occidentale des Mers d'Okhotsk et de Béring et la baie d'Hudson. Cependant pour les zones des Philippines et de l'Amazone, nous savons que la structure complexe des terres émergées et des faibles fonds marins empêche d'accéder à des mesures altimétriques précises. Les zones de Barents, Okhotsk, Béring et Hudson posent un autre problème avec les glaces qui apparaissent durant les périodes plus froides au cours des années. En effet la couche de glace qui se forme

sur ces eaux pollue la mesure altimétrique au cours d'une année et les comparaisons avec nos modèles FES sont donc biaisées. Malgré tout, ces comparaisons entre FES99 et FES95.2 montrent de manière générale que les améliorations réalisées pour FES99 ont porté leurs fruits puisque FES99 donne de plus faibles résidus pour le signal altimétrique corrigé que FES95.2 dans des zones connues pour être moins bien modélisées du point de vue des marées océaniques. En outre les phénomènes de résonances constatés dans FES95.2 sont maintenant corrigés dans FES99. Les comparaisons des résidus entre FES99 et FES98 montrent que FES99 est de meilleure qualité à peu près partout sauf dans la Mer de Chine Orientale et la Mer de Béring. Contrairement aux comparaisons avec FES95.2, les différences sont plus lisses et plus faibles, ce qui est certainement dû à la similarité de la méthode d'assimilation qui en petits fonds n'utilise que des données marégraphiques communes à la génération de FES98 et FES99. Dans ces zones de petits fonds (inférieurs à 200 m) aucune donnée altimétrique n'a été assimilée.

### 11.5 Bilan sur FES99

---

La révision et l'amélioration du code d'assimilation nous ont permis d'obtenir une nouvelle solution de marée FES99 utilisant des données marégraphiques et altimétriques. Les données déjà assimilées dans FES98 ont été complétées par des données marégraphiques sur le plateau de Patagonie. Les données altimétriques sont issues de l'analyse des données T/P aux points de croisements. L'amélioration par rapport à FES98 est assez importante particulièrement en plein océan. La compréhension des erreurs de covariances intégrées dans les représentations a permis de ne pas dégrader les solutions le long des côtes. Ainsi FES99 fournit un spectre de marée complet avec huit principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$  et  $Q_1$  et 19 ondes secondaires  $\mu_2$ ,  $\nu_2$ ,  $L_2$ ,  $\lambda_2$ ,  $T_2$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\eta_2$ ,  $P_1$ ,  $2Q_1$ ,  $\rho_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $J_1$ ,  $\chi_1$ ,  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $OO_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\pi_1$ , et  $\theta_1$ . Pour compléter ce spectre, les 3 ondes longues périodes de FES98 ont été ajoutées :  $M_f$ ,  $M_m$  et  $M_{im}$ . Comme pour FES98, ces nouvelles solutions éléments finis ont été projetées sur des grilles régulières et sont disponibles sur des grilles de  $0,25^\circ \times 0,25^\circ$ .

Cette nouvelle solution de marée [Lefèvre et al., 2000b] est en cours de validation dans le choix du meilleur modèle à utiliser pour les corrections de marée des futures données du satellite Jason.

## Chapitre 12

# Améliorations du modèle hydrodynamique global en zone littorale

### 12.1 Présentation du chapitre

---

En plus de notre travail de construction de nouvelles solutions globales de marées, nous avons entrepris des études afin d'améliorer notre modèle hydrodynamique le long des côtes. Nous avons déterminé dans le Chapitre 6 quels sont les différents paramètres d'entrée du modèle qui influent sur le calcul des marées par le code CEFMO. Or nous avons montré dans les deux chapitres précédents que nos solutions globales de marées sont de bonne précision grâce à l'assimilation de données mesurées in situ. Si nous voulons obtenir un modèle hydrodynamique de qualité en utilisant aucune mesure et si nous voulons que sa précision soit celle des modèles assimilant des données, il nous faut donc étudier la qualité d'une solution de marée issue de CEFMO en fonction de la variation de différents paramètres (bathymétrie, effets de charge et d'auto-attraction, coefficient de Chézy, résolution du maillage, frontières ouvertes...). Une étude globale est difficilement possible si nous voulons étudier toutes les différences qu'impliquent les variations des paramètres d'entrée du modèle. C'est pourquoi, nous avons tous nos tests sur un bassin local. La Mer Jaune et la Mer de Chine Orientale forment un excellent bassin test du fait de la faible profondeur et de la forte dissipation énergétique de marée qui y prend place. Le but de ce chapitre est d'utiliser cette zone afin de déterminer les améliorations à apporter à notre modèle.

Nous allons d'abord introduire la zone d'étude et la base de données marégraphiques qui va nous permettre de comparer nos solutions. Puis nous examinerons précisément les paramètres physiques et numériques qui affectent la qualité du modèle hydrodynamique éléments finis, à savoir les conditions aux limites, le mode de calcul, la résolution du maillage et les variations du coefficient de frottement. Nous n'apporterons que des améliorations physiques au modèle

hydrodynamique. Aucune assimilation de donnée ne sera effectuée. La qualité du modèle dans cette zone locale ne sera donc que la conséquence des améliorations des paramètres d'entrée du code. Enfin, nous établirons un bilan énergétique sur la zone en comparant nos champs de vitesses avec des courantmètres de pleine eau, afin de mieux comprendre la dissipation due au frottement sur le fond dans le cas de notre modèle.

Cette étude nous permet de fournir les solutions des principales ondes du spectre de marées :

- $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$  et  $2N_2$  pour les composantes semi-diurnes ;
- $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$  et  $Q_1$  pour les composantes diurnes ;
- $M_4$  et  $MS_4$  pour les composantes quart-diurnes.

## 12.2 Choix de la zone d'étude

---

### 12.2.1 Introduction

L'objet de l'étude est de savoir ce que nous pouvons attendre des améliorations du modèle hydrodynamique dans une zone littorale. Nous avons décidé de nous focaliser sur la Mer Jaune et la Mer de Chine Orientale (en anglais 'Yellow Sea and the East China Sea' et dès à présent résumé par YS-ECS). Nous avons plusieurs raisons pour sélectionner cette zone, la principale étant que le modèle hydrodynamique FES94.1 présente certaines lacunes comparées à d'autres zones comme le plateau européen où FES94.1 est correct [Andersen *et al.*, 1995]. Nous nous sommes donc interrogés sur les différences de qualité qui peuvent exister entre deux zones avec le même modèle. Les marées sont importantes dans YS-ECS. La Navy anglaise [Hydrographer of the Navy, 1992] indique que les élévations de marées peuvent atteindre environ 5,6 m sur la côte ouest de Taiwan (à côté de Chang Hua à 150 kilomètres au sud ouest de Taipei), 3 m dans la baie de Hanchow (près de Shanghai), 3,7 m dans la baie de Pohai Bay (près de Pékin), et 8.5 m dans la baie de Incheon (à l'Ouest de Séoul en Corée du Sud). Les courants de marée peuvent atteindre de grandes valeurs : une étude commandée par une centrale électrique coréenne [Korea Electric Company, 1978] rapporte qu'ils peuvent atteindre  $3 \text{ m s}^{-1}$  à l'entrée de la baie de Cheonsu durant les marées d'équinoxes. Les valeurs considérables de ces élévations et de ces vitesses de marées prouvent que cette zone est une des régions océaniques où la dissipation de la marée est très importante. Une des premières estimations de la dissipation pour la composante  $M_2$  a été donnée par Miller [1966], qui a conclu que 60 Giga watts (GW) sont dissipés dans la Mer Jaune seule, ce qui représente 3,5% des 1,7 Téra watts (TW) qu'il estimait pour la dissipation globale par le frottement sur les fonds océaniques à l'échelle globale. De nouvelles estimations de Le Provost et Lyard [1997] estiment la dissipation de  $M_2$  à 180 GW sur

cette zone, soit 11,1% des 2 TW globaux estimés pour la dissipation de la friction de fond. *Kantha et al.* [1995] ont obtenu la même valeur. Dans ce cas, quelles valeurs sont les bonnes? Toutefois, nous savons qu'elles sont dépendantes de la qualité des solutions en courant et du choix du coefficient de frottement utilisé pour paramétriser cette dissipation.

## 12.2.2 Description de la zone

Cette zone (cf. Figure 66) est divisée en 4 parties différentes :

- à la latitude de Pékin, la baie de Pohai (Bo Hai) ;
- à l'ouest de la Corée du Sud, la Mer Jaune (Huang Hai) ;
- au nord de Taiwan, la Mer de Chine Orientale (Dong Hai) ;
- au sud de Taiwan, une partie de la Mer de Chine Méridionale (Nan Hai).

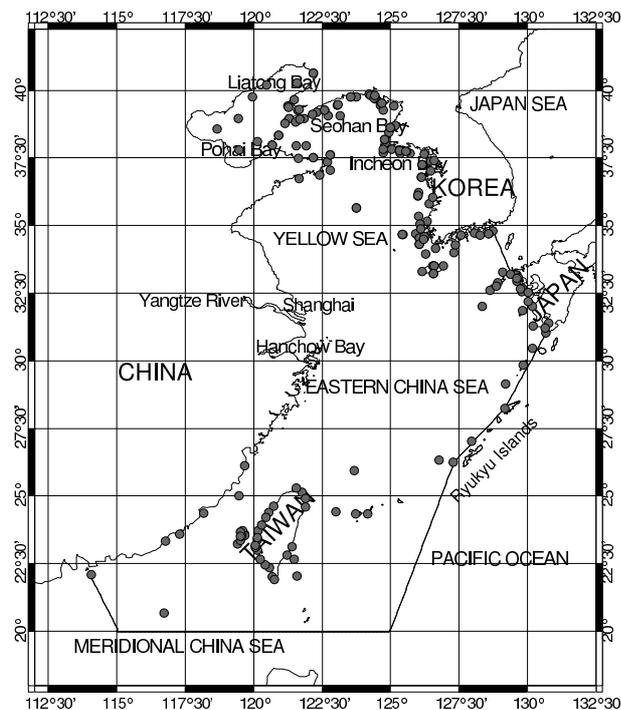


Figure 66 : Carte de la zone d'étude et marégraphes utilisés dans les comparaisons

Cette zone est très complexe, à la fois à cause de la topographie (cf. Figure 67), mais aussi à cause de la dynamique locale des marées. En effet, elle est parsemée de bancs de sable, de récifs, d'îles, de courants changeants et rapides. Au nord, le littoral de la péninsule coréenne et la côte orientale de la Mer de Grêle jusqu'à la hauteur de Shanghai présente un relief plat, rectiligne, sablonneux et une mer avec peu d'îles au large. Au sud de Shanghai, les rivages sont plus découpés : collines, éperons rocheux et îlots. La plupart du temps, il s'agit de récifs coralliens affleurants. Autour, plusieurs fosses atteignent 4000 mètres. L'extension en latitude

explique les écarts de températures : la baie de Pohai est prise par l'embâcle jusqu'en mars, ce qui nécessite l'intervention des brise-glace. En revanche la partie orientale de la Mer de Chine Méridionale est réchauffée toute l'année par le courant chaud du Kuroshio qui amène les eaux à une température proche de 26°C [Su and Weng, 1994]. L'ensemble des deux mers apparaît donc comme étant un test sévère pour la modélisation des marées océaniques.

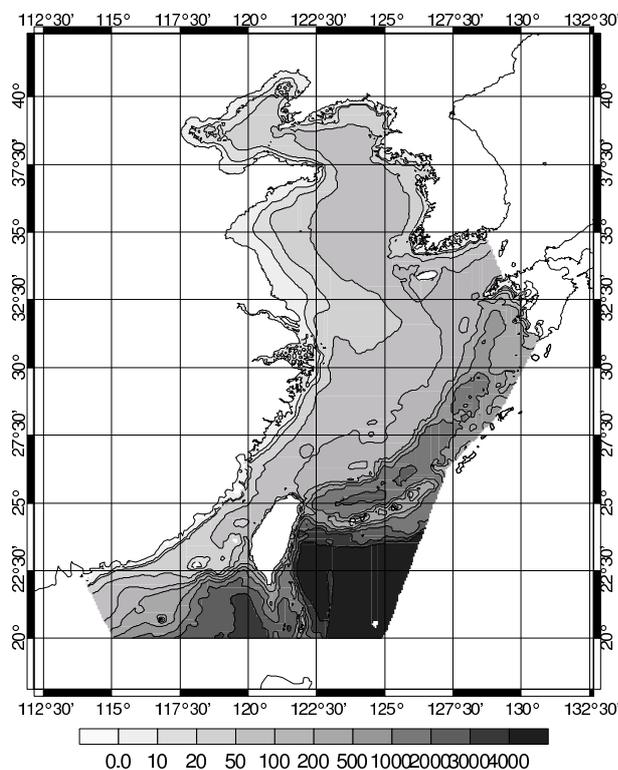


Figure 67 : Bathymétrie de la zone d'étude (profondeurs en mètres)

### 12.2.3 Choix d'une base de données marégraphiques pour les comparaisons

Nous avons sélectionné 192 marégraphes. Ces stations ont été extraites de la banque de données du Bureau Hydrographique International [International Hydrographic Office, 1979] et d'un rapport Coréen (Yoon, communication personnelle, 1995). Pour constituer notre propre banque de données, nous avons contrôlé une à une celles des banques BHI et coréenne dans notre zone afin de déterminer leur validité. Nous avons dû ajuster les données des marégraphes de l'étude coréenne au méridien de Greenwich car elles étaient référencées par rapport à la longitude 135°E.

A partir de ces données nous nous sommes donc constitué notre propre banque de données suivant plusieurs critères :

- Localisation : si les coordonnées d'un marégraphe étaient en pleine terre, il était écarté (soit il était placé dans un estuaire, soit les coordonnées étaient fausses).

- Cohérence spatiale : si un marégraphe n'était pas cohérent, soit en amplitude, soit en phase, avec des marégraphes environnants ( en dehors des zones de points amphidromiques) il était écarté.
- Temps de mesure : si le temps de mesure d'un marégraphe était trop court (en général inférieur à un mois afin de séparer correctement  $M_2$  des autres ondes dans le spectre), il était écarté.
- Doute sur la provenance de la donnée marégraphique : si une donnée était fournie sans date, ni temps de mesure, elle était écartée.

Les marégraphes pris en compte dans cette étude sont donnés Figure 66. Nous pouvons tout de suite constater que les mesures marégraphiques sont essentiellement côtières. Les données pélagiques sont rares et la validation du modèle en plein océan est donc plus hasardeuse. Cependant, le modèle se comporte de manière connue en plein océan et ce sont les zones côtières qui nous intéressent plus particulièrement.

Afin de comparer les solutions de marées calculées avec les mesures in situ, nous introduisons une Root Mean Square (*RMS*) :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left\| [\alpha_i(\lambda, \varphi) e^{iG_i}]_{\text{Mesures}} - [\alpha_i(\lambda, \varphi) e^{iG_i}]_{\text{Modèle}} \right\|^2} \quad (12.133)$$

avec :

- $\| \|$  la norme telle que pour un complexe :  $\|a + ib\| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ;
- $N$  le nombre d'observations ;
- $i$  l'indice sur les observations ;
- $\alpha_i$  l'amplitude du point d'indice  $i$  ;
- $G_i$  la phase du point d'indice  $i$ .

Dans la suite du chapitre, toutes les comparaisons seront faites avec cette RMS. Comme nos calculs sont purement hydrodynamiques (aucune donnée n'est assimilée), les valeurs données par les 192 stations marégraphiques sont indépendantes de nos solutions ce qui assure des comparaisons cohérentes.

## 12.3 Etude de sensibilité

### 12.3.1 Choix de la zone d'étude

L'un des buts du travail sur ces mers littorales est d'améliorer les solutions hydrodynamiques FES94. La zone modélisée s'étend de la latitude 20°N à 40°N et de la longitude 113°E à 132°E. Le choix des conditions aux limites est très important, surtout le long de frontières en plein océan où la marée est nettement mieux connue qu'en petits fonds. La zone suit des côtes de la Chine, de la Corée du Nord, de la Corée du Sud et du Japon ainsi que des îles. Les frontières ouvertes sont choisies en fonction de la bathymétrie, des mesures marégraphiques disponibles et des zones de plein océan où les marées issues des modèles globaux sont a priori bien connues. La détermination de ces frontières ouvertes est absolument fondamentale car elle conditionne une grande partie de la qualité des solutions calculées. Dans la zone étudiée, FES94 est peut-être la meilleure solution le long des côtes mais elle ne l'est pas en plein océan. C'est pour cette raison que nous avons considéré deux modèles globaux de marée pour définir les conditions aux limites ouvertes : le modèle global CSR3.0 [Eanes and Bettadpur, 1996] et le modèle global FES95.2 [Le Provost et al., 1998]. Afin de comparer la qualité de ces deux modèles le long des segments des frontières ouvertes choisies a priori (une première simulation ne prenait pas en compte l'île de Taiwan en entier et conduisait à des résultats médiocres) nous avons construit une banque de données de 16 marégraphes localisés près de ces segments. En utilisant la RMS introduite en (12.133), le Tableau 32 donne les comparaisons de ces deux modèles avec les mesures in situ.

Onde	Nombre de marégraphes	RMS pour CSR3.0 (cm)	RMS pour FES95.2 (cm)
$M_2$	16	12,06	10,28
$K_1$	14	2,03	2,85

Tableau 32 : RMS de CSR3.0 et FES95.2 le long des frontières ouvertes

Le Tableau 32 montre que la solution FES95.2 est meilleure pour  $M_2$  (presque 2 cm de mieux que CSR3.0) mais moins bon pour  $K_1$  (presque 0.8 cm moins bon que CSR3.0). Un des buts de notre étude étant d'améliorer notre modèle FES95.2 le long des côtes (puisque'il est déjà bon en plein océan) et comme il est difficile de départager les deux modèles sélectionnés dans notre zone d'étude, nous avons finalement opté pour FES95.2 pour fixer nos conditions aux limites. Ainsi en incluant notre modèle local dans FES95.2 nous améliorerons la solution globale FES95.

### 12.3.2 Mode de calcul

Comme nous l'avons vu précédemment, le modèle original élément finis [Le Provost and Poncet, 1978], suppose l'existence d'une unique onde dominante, en terme de vitesse, dans la zone. Cependant, le long des côtes de l'océan Arctique, Lyard [1997] a montré qu'il est important de relâcher cette hypothèse au sein de zone où les vitesses des ondes diurnes peuvent être équivalentes voire supérieures à celles des ondes semi-diurnes. C'est pourquoi, afin de vérifier cette hypothèse dans la zone YS-ECS, nous avons calculé la solution  $M_2$  dans deux cas :

- un cas où  $M_2$  est la seule onde supposée dominante (mode dominant) ;
- un cas où  $M_2$  est dominante dans une partie de la zone et  $K_1$  dans l'autre partie (mode mixte).

Le mode mixte nous permet de tenir compte tout à la fois de la dominance des ondes diurnes et des ondes semi-diurnes pour la linéarisation du coefficient de frottement. Le Tableau 33 donne les RMS calculées pour les différents modes.

Mode	RMS (cm)
Mode dominant	123,29
Mode mixte	30,24

Tableau 33 : RMS pour le mode dominant et le mode mixte

De façon claire et surprenante, le mode mixte est 4 fois plus précis que le mode dominant. La formulation du coefficient de frottement dans le mode mixte est commandée à la fois par les vitesses de  $M_2$  et de  $K_1$ . Ces deux composantes jouent le rôle d'ondes dominantes générant de la turbulence dans la couche limite proche des fonds océaniques (cf. [Lyard, 1999] pour plus d'explications). Ainsi dans la suite, tous les calculs sont faits en mode mixte.

### 12.3.3 Test sur la résolution du maillage

Pour les calculs globaux FES, les équations de l'hydrodynamique sont résolues sur un maillage de plus de 300000 nœuds. Cependant sur la zone YS-ECS la résolution de ce maillage global n'est que de d'environ 10000 nœuds, ce qui représente des tailles de mailles de 200 km en plein océan qui approchent les 10 km le long des côtes (Figure 68). Cette résolution est faible pour l'étude locale approfondie que nous désirons réaliser.

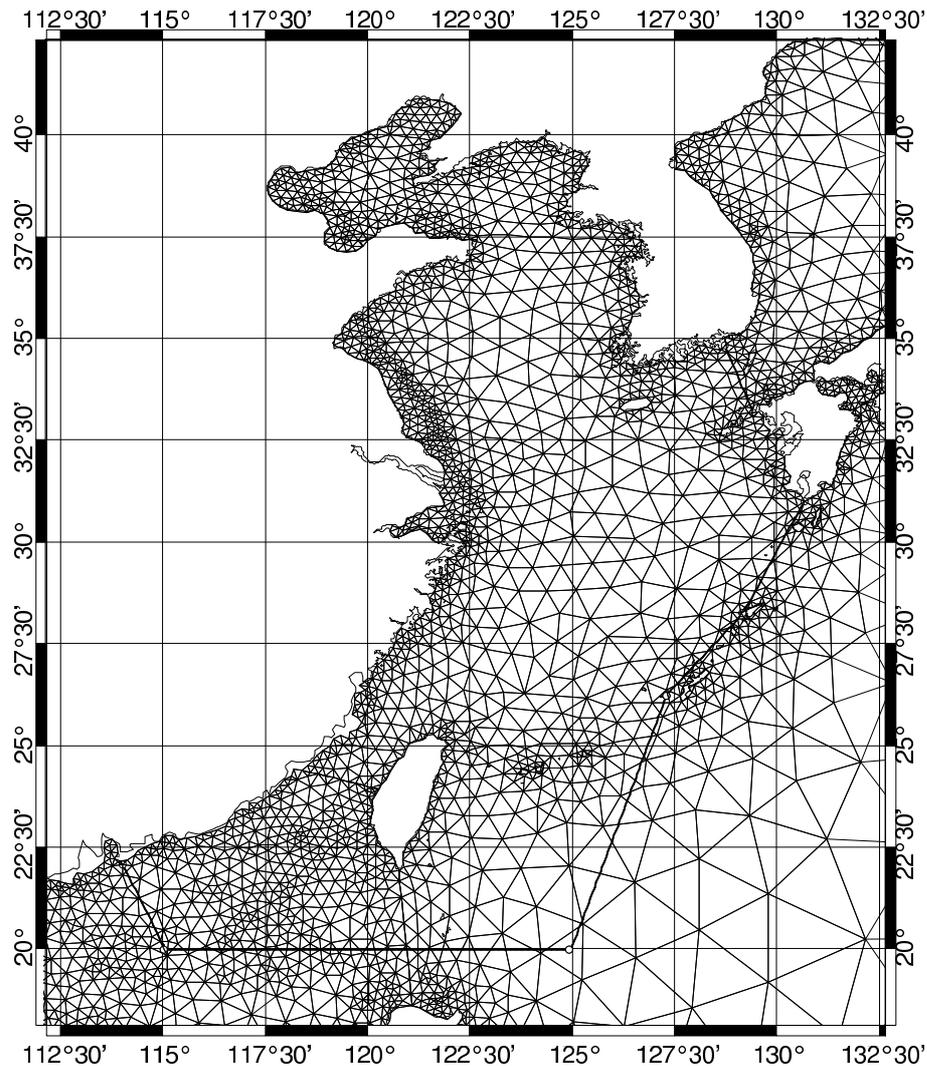


Figure 68 : Maillage global sur la zone YS-ECS

En fonction de l'approche éléments finis, nous avons remaillé notre zone afin d'améliorer les performances du modèle hydrodynamique global dans cette zone. Ce raffinement du maillage permet une meilleure prise en considération de la topographie locale. Ainsi, comme nous l'avons vu dans précédemment, *Le Provost et Vincent* [1986] ont fixé la distance maximale  $\Delta L$  entre deux nœuds nœuds Lagrange P2 d'un élément triangulaire pour une simulation correcte de la propagation d'une onde de marée :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15\omega} \sqrt{gH} \quad (12.134)$$

Par exemple pour l'onde  $M_2$  (choisie comme référence pour notre maillage) et une profondeur de 1000 m, la distance maximale entre deux nœuds est d'environ 150 km.

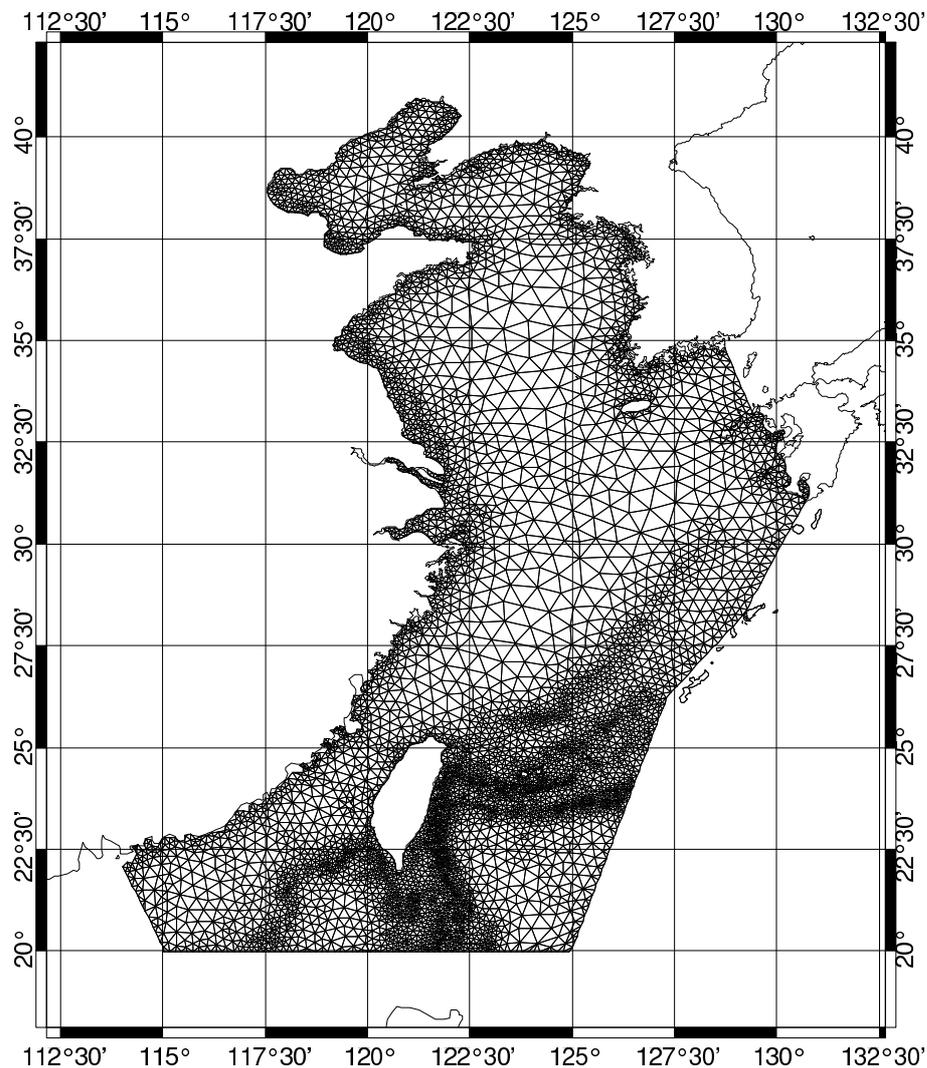
Cependant ce critère n'est pas suffisant dans les zones maritimes de forts gradients topographiques [*Luettich and Westerink*, 1995]. Nous avons donc généré notre nouveau maillage en tenant compte d'un critère supplémentaire sur le gradient  $\Delta H$  de la topographie à

un point de profondeur  $H$ . La distance maximale  $\Delta L$  entre deux nœuds d'un élément triangulaire Lagrange P2 ne doit pas excéder :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15} \frac{H}{\Delta H} . \tag{12.135}$$

Ainsi, pour une profondeur de 1000 m et une pente de fond de 1% la distance maximale entre deux nœuds est de 20 km environ.

Nous avons sélectionné le meilleur de ces deux critères pour déterminer l'emplacement de tous les nœuds du nouveau maillage (Figure 69).



**Figure 69 : Maillage raffiné sur la zone YS-ECS**

Comme nous pouvons le voir sur la Figure 68 et sur la Figure 69, la cassure de plateau entre la Mer Jaune et l'Océan Pacifique est fortement marquée dans le maillage raffiné. En effet, cette zone est à fort gradient topographique puisque les profondeurs passent rapidement de 4000 m à une centaine de mètres seulement. En termes pratiques, la distance entre deux nœuds P2 du

maillage raffiné est de 30 km environ en plein océan et de 5 km environ le long des côtes. Ainsi, nos nouvelles solutions sont calculées avec un maillage composé de 11448 triangles. Comme les calculs se font avec une résolution en Lagrange P2, le nombre de nœuds est de 23380. L'élévation de marée est calculée en tous ces nœuds et les vitesses en tous les points de Gauss des éléments triangulaires (7 pour chaque triangle).

Cependant, nous n'avons pas été capables de quantifier les améliorations apportées après avoir raffiné le maillage dans les mers marginales de la zone YS-ECS à cause des effets intrinsèques sur l'amélioration de la bathymétrie. La grille de bathymétrie à 5'x5' (~ 10 km de résolution à l'équateur) ETOPO5 [National Geographic Data Center, 1987] est à la fois utilisée pour le modèle local et le modèle global. Dans l'approche par éléments finis, la bathymétrie est interpolée sur tous les points de Gauss et est ainsi plus précise et plus dense avec le maillage raffiné. Comme les solutions locales et les solutions globales ne sont pas calculées avec la même bathymétrie, les inter comparaisons des résultats numériques ne sont pas significatives.

Cependant, il est évident que le raffinement du maillage le long des côtes et en petits fonds permet de mieux prendre en compte de petites structures comme les baies et les estuaires, alors que le maillage global ne le fait pas. Ainsi, avec une meilleure résolution spatiale, en particulier le long des côtes, le maillage local représente mieux les gradients et les irrégularités de la topographie.

### 12.3.4 Test sur la bathymétrie et les autres champs de forçage

Les solutions de marées sont sensibles à la topographie des fonds marins. En particulier, la bathymétrie locale pilote la propagation des ondes. De plus, les forts gradients de la topographie sont responsables des fortes variations des champs de vitesses. Dans la Mer Jaune, et plus particulièrement dans la baie de Corée et dans la baie de Pohai, la géométrie locale est à l'origine des très fortes résonances d'ondes diurnes et semi-diurnes le long des côtes. Ce résultat est confirmé par Kang *et al.* [1998] qui ont analysé les fortes amplitudes de  $M_2$  dans la baie de Corée en terme de distorsion de l'onde de marée sur les côtes coréennes. En outre, la précision et la finesse de la topographie des fonds océaniques sont essentielles pour une meilleure résolution de la dissipation de marée. La bathymétrie utilisée dans CEFMO est extraite de la base de données ETOPO5. Cependant, les premières simulations étaient différentes des données in situ. Smith [1993] a montré un réel manque de précision de cette base de données. Un des problèmes particuliers est du au fait que ETOPO5 repose sur l'analyse des échos sondages des navires. Les lignes de sondes sont parfois distantes de plus d'une centaine de kilomètres. Or ETOPO5 est interpolée entre ces lignes. C'est pourquoi, de nombreuses caractéristiques de la topographie sous-marine présentes sur le terrain ne sont pas représentées dans ETOPO5. De

plus, la résolution spatiale de ETOPO5 est insuffisante (la résolution numérique est de 5'x5' ce qui est nettement supérieure à la résolution du terrain) en particulier en petits fonds et le long des côtes. Nous avons entrepris d'améliorer la bathymétrie ETOPO5 dans la zone YS-ECS en utilisant des cartes de la Marine Française et de la Navy Anglaise. Dans certaines zones de petits fonds d'une trentaine de mètres, nous avons constaté des différences supérieures à 10 m. Puis nous avons calculé des solutions pour les ondes  $M_2$  et  $K_1$  avec la bathymétrie ETOPO5 et notre bathymétrie améliorée. Les résultats des comparaisons avec la base de données définies dans le paragraphe 12.2.3 sont donnés dans le Tableau 34.

Onde	Nombre de marégraphes	RMS pour la bathymétrie ETOPO5 (cm)	RMS pour la bathymétrie amélioré (cm)	Pourcentage d'amélioration
$M_2$	192	44,82	28,58	36%
$K_1$	171	10,04	7,01	30%

**Tableau 34 : Comparaisons de la bathymétrie ETOPO5 et de la bathymétrie améliorée**

Les résultats sont parlants. En effet, les améliorations pour  $M_2$  sont de 36% et pour  $K_1$  de 30%, ce qui met en évidence la réelle importance de la bathymétrie dans la modélisation hydrodynamique.

Nous avons aussi tenu compte des marées terrestres, des effets de charges et des effets d'auto-attraction. *Hendershott* [1972] a exprimé les effets de charges et d'auto-attraction comme nous l'avons vu dans le paragraphe 6.2. Des cartes globales ont été calculées par *Francis* [1990], en prenant pour base les solutions de marées de *Schwiderski* [1980c] avec une résolution de 1°x1°. Nous les avons introduit comme termes diagnostiques dans notre modèle éléments finis.

### 12.3.5 Réglage du coefficient de frottement

Dans le modèle hydrodynamique CEFMO, le coefficient de frottement est paramétrisé par une loi quadratique. Ce coefficient  $C_f$  de type Chézy est utilisé empiriquement pour ajuster le frottement. Il est habituellement pris entre  $2,5 \times 10^{-3}$  et  $3 \times 10^{-3}$  [*Dronkers*, 1964]. En effectuant des expériences sur le plateau continental européen, *Pingree* [1987] recommande l'utilisation d'un coefficient compris entre  $2,30 \times 10^{-3}$  et  $2,60 \times 10^{-3}$ . Pour la simulation de marée globale FES94.1, *Le Provost et al.* [1994] ont pris un coefficient de  $3 \times 10^{-3}$  dans les zones de plein océan et de  $2,5 \times 10^{-3}$  dans les petits fonds. Jusqu'à maintenant ce coefficient déterminé sur un domaine réduit était appliqué sur l'océan global.

Des tests ont été entrepris sur la zone YS-ECS avec 9 coefficients de frottement différents ( $1 \times 10^{-3}$ ,  $1,25 \times 10^{-3}$ ,  $1,5 \times 10^{-3}$ ,  $1,75 \times 10^{-3}$ ,  $2 \times 10^{-3}$ ,  $2,25 \times 10^{-3}$ ,  $2,5 \times 10^{-3}$ ,  $2,75 \times 10^{-3}$  et  $3 \times 10^{-3}$ ) afin de déterminer le meilleur par rapport à notre base de données marégraphiques introduite au

paragraphe 12.2.3. Les tests ont révélé un effet de seuil à  $1,5 \times 10^{-3}$  pour  $M_2$  et  $K_1$  (cf. Figure 70 et Figure 71).

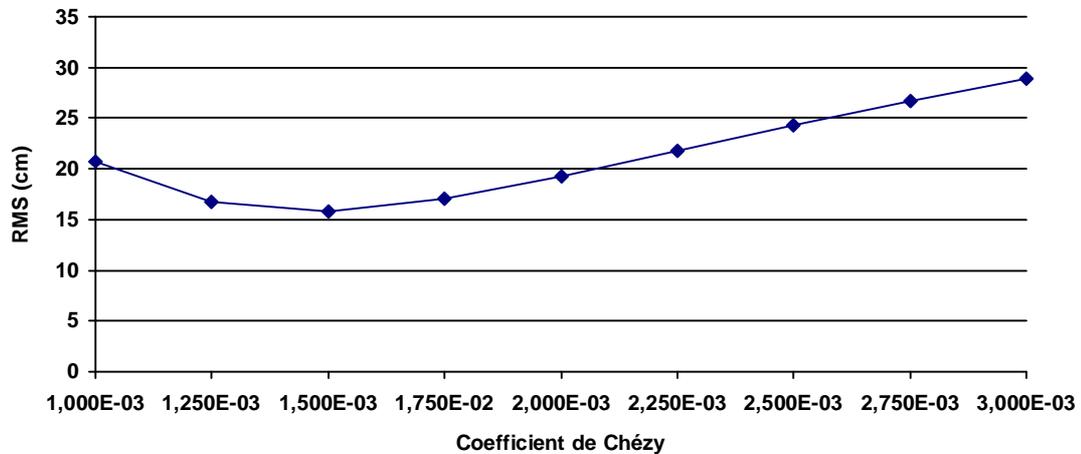


Figure 70 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $M_2$  en fonction du coefficient de frottement

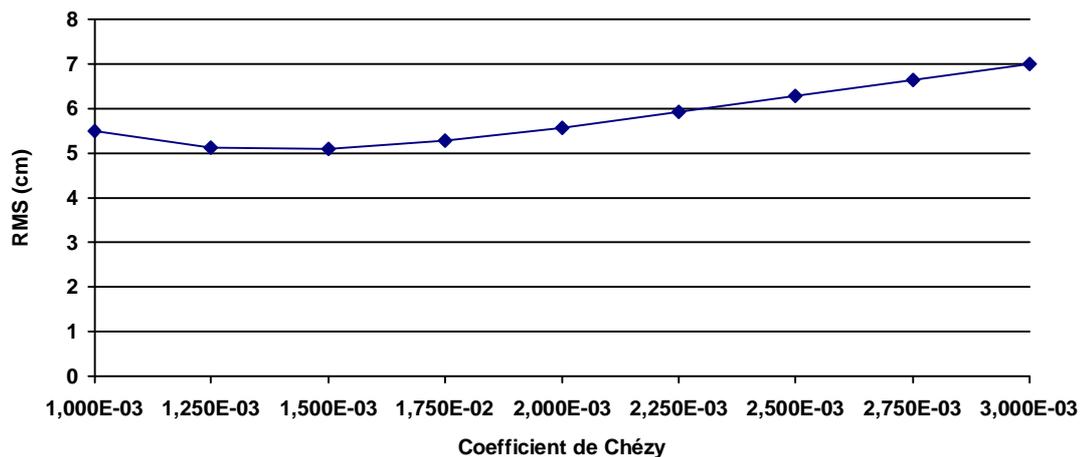


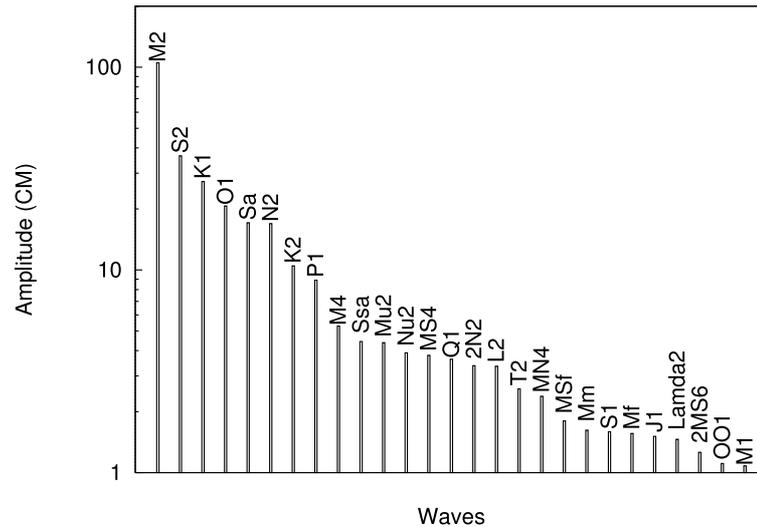
Figure 71 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $K_1$  en fonction du coefficient de frottement

L'amélioration est de 45,3% pour  $M_2$  et de 27,2% pour  $K_1$  pour un coefficient de frottement décroissant de  $3 \times 10^{-3}$  à  $1,5 \times 10^{-3}$ . C'est pourquoi, dans la suite du travail, le coefficient de frottement est pris égal à  $1,5 \times 10^{-3}$  pour le calcul de toutes les ondes de marées. Ceci confirme que le coefficient de frottement optimal à une échelle régional peut-être différent de celui de l'échelle globale.

## 12.4 Calcul de 11 ondes de marées

### 12.4.1 Décomposition harmonique du spectre de marée

Onze ondes du spectre de marée ont été calculées :  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ ,  $Q_1$ ,  $M_4$  et  $MS_4$ . Ces composantes ont été sélectionnées en fonction de la décomposition harmonique du signal fourni par les 192 marégraphes sélectionné au paragraphe 12.2.3. Nous avons calculé une amplitude moyenne pour chacune des composantes (cf. Figure 72).



**Figure 72 : Décomposition harmonique du spectre de marée de la base de données in situ**

Nous avons ainsi pu déterminer les composantes principales du spectre sur la zone YS-ECS.

Comme nous étudions une zone principalement située en petits fonds, les effets de la non-linéarité des ondes de marée sont importants. Des ondes qui ne sont pas présentes en plein océan apparaissent ainsi en petits fonds. C'est le cas des deux ondes quart-diurnes  $M_4$  et  $MS_4$ . En effet, ces deux composantes résultent principalement du fait que quand une vague arrive en eau peu profonde, le creux de la vague est retardé par rapport à sa crête. Les ondes qui s'en déduisent perdent leur aspect purement harmonique [Le Provost, 1991; Parker, 1991]. C'est pourquoi, nous avons aussi calculé ces deux ondes non linéaires.

### 12.4.2 Représentation des ondes

La représentation en amplitude et en phase des principales ondes est donnée dans *Lefèvre et al.* [1999c]. Nous rappelons ci-dessous les résultats pour  $M_2$ ,  $K_1$ ,  $M_4$  et  $MS_4$ .

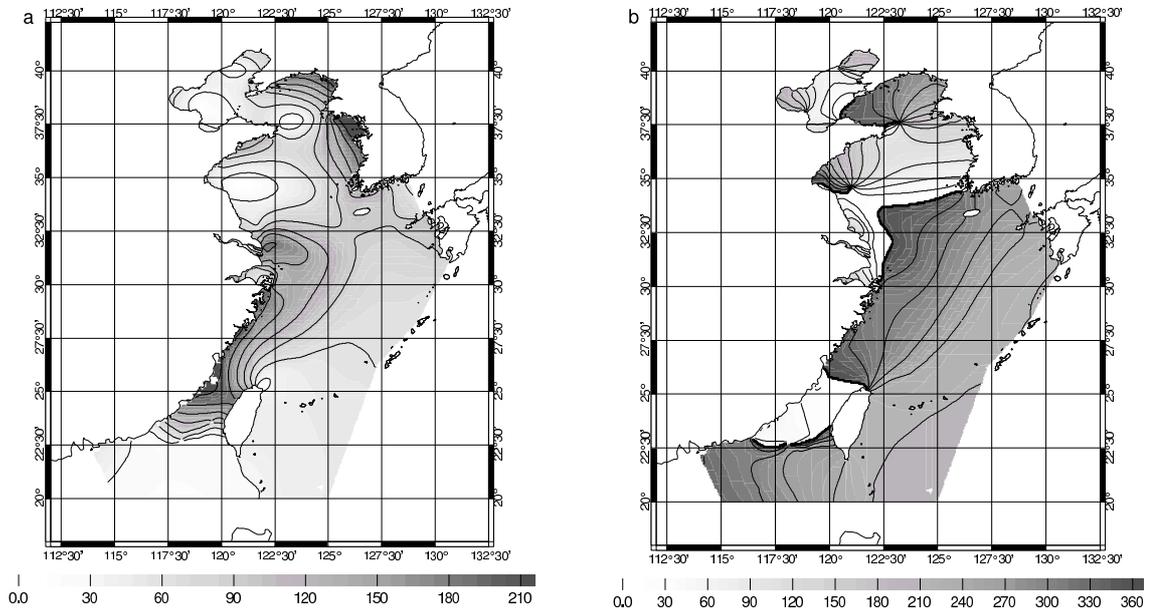


Figure 73 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour  $M_2$

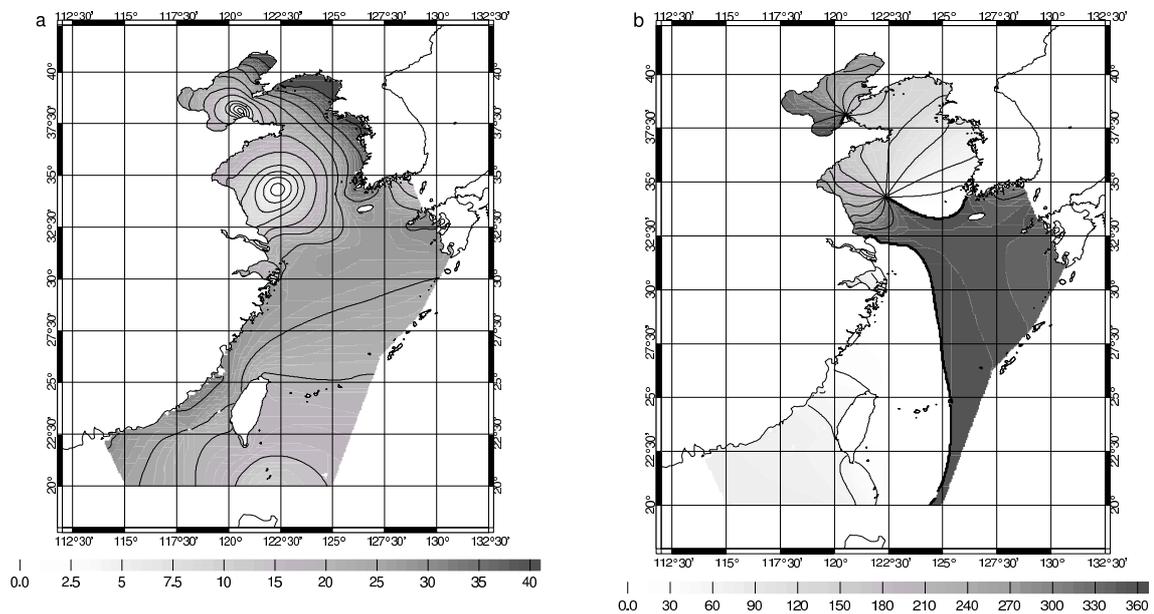


Figure 74 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour  $K_1$

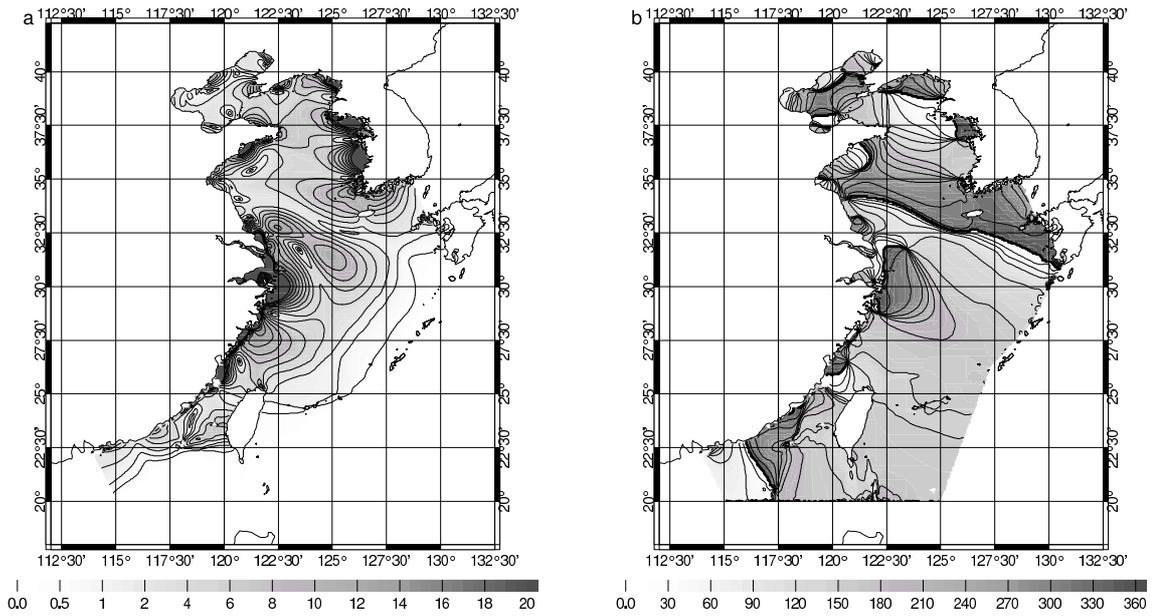


Figure 75 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour  $M_4$

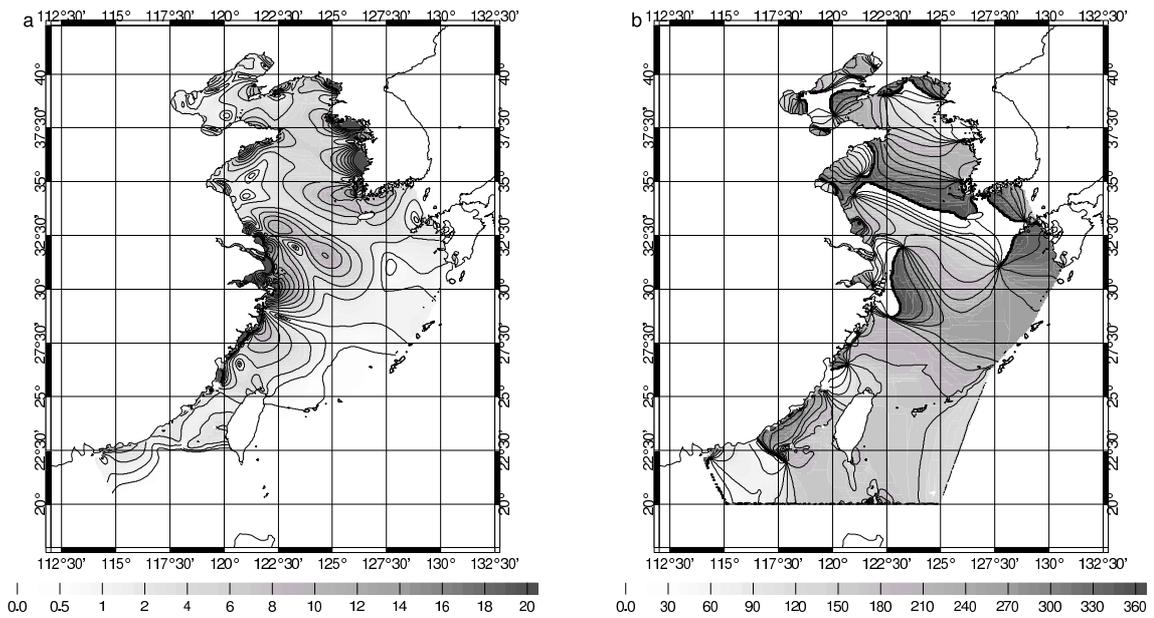


Figure 76 : Amplitude ((a) en cm) et phase ((b) en degrés) de marées pour  $MS_4$

### 12.4.3 Qualité des ondes calculées

Le calcul des 11 ondes a été effectué et comparé à d'autres solutions de marée sur la Mer Jaune et les Mers de Chine Orientale. Ces comparaisons sont amplement développées dans le papier de [Lefèvre et al., 1999c]. Nous ne rappellerons donc que les résultats quantitatifs de l'étude. Nous résumons la qualité de nos 11 ondes calculées dans le Tableau 35.

Onde	Nombre de marégraphe	Variance sur les marégraphes en cm	RMS des solutions en cm	Pourcentage de précision
$M_2$	189	87,06	15,82	96,70%
$S_2$	189	30,39	13,15	81,26%
$N_2$	20	14,44	5,86	83,53%
$K_2$	33	8,75	2,04	94,59%
$2N_2$	9	3,16	1,77	68,74%
$K_1$	163	20,32	5,09	93,73%
$O_1$	163	15,19	3,76	93,88%
$P_1$	40	6,61	1,85	92,19%
$Q_1$	163	2,67	0,70	93,22%
$M_4$	15	6,01	5,74	62,15%
$MS_4$	11	2,83	2,46	24,32%

Tableau 35 : Qualité des 11 ondes calculées

La première colonne du Tableau 35 donne le nom de l'onde considérée. La deuxième donne le nombre de marégraphes utilisés pour les comparaisons suivant l'onde. La troisième indique la RMS calculée pour les marégraphes. La quatrième donne la RMS des solutions calculées. La dernière représente un pourcentage de précision (POA= Percentage Of Accuracy) qui est un bon indicateur de la qualité d'une solution comparée à une banque de données in situ :

$$POA = \frac{(\text{RMS}_{\text{mesures}})^2 - (\text{RMS}_{\text{modèle}})^2}{(\text{RMS}_{\text{mesures}})^2} \times 100 \quad (12.136)$$

Ce pourcentage, nous permet d'exprimer la qualité d'une solution pour une onde donnée en fonction de notre banque de comparaison les unes par rapport aux autres. Le Tableau 35 montre que les principales composantes du groupe des semi-diurnes  $M_2$  et du groupe des diurnes  $K_1$  sont bien expliquées, comparées aux données in situ.  $S_2$  et  $N_2$  sont moins bien expliquées que les autres ondes : ceci est très certainement dû au fait que les conditions aux limites sont extraites de la solution globale FES95. En effet, elles ne sont pas très bonne qualité, en particulier à la frontière entre la Mer Jaune et la Mer du Japon, ce qui affecte l'ensemble de la solution sur tout le domaine local. Cependant, comme il a été écrit précédemment, afin de garder la continuité entre FES95.2 et notre solution, nous avons conservé FES95.2 pour extraire nos conditions aux limites ouvertes. En outre, il est à noter qu'exceptées les quatre ondes principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$  les comparaisons entre les solutions calculées et les mesures in situ, se font avec très peu de marégraphes. Ceci biaise un peu l'analyse et les résultats de ces comparaisons, en particulier pour les ondes non linéaires  $M_4$  et  $MS_4$  qui, en général, ne sont pas bien extraites du spectre de marée (erreurs significatives en phases en particulier). Enfin, il est à souligner que ces deux composantes ont des longueurs d'ondes plus courtes et nécessiteraient plus de données in situ pour la validation.

## 12.5 Energie de marée

### 12.5.1 Vitesses barotropiques

Afin de calculer le bilan énergétique des marées dans la zone YS-ECS, nous avons dû calculer les vitesses barotropiques des composantes du spectre de marée. Les résultats des calculs sont développés et comparés dans *Lefèvre et al. [1999c]*. Nous donnons à titre informatif les ellipses de courant pour les deux ondes principales, projetées sur une grille régulière (Figure 77 et Figure 78). Le grand axe (respectivement petit axe) représente le maximum (respectivement minimum) de vitesse.

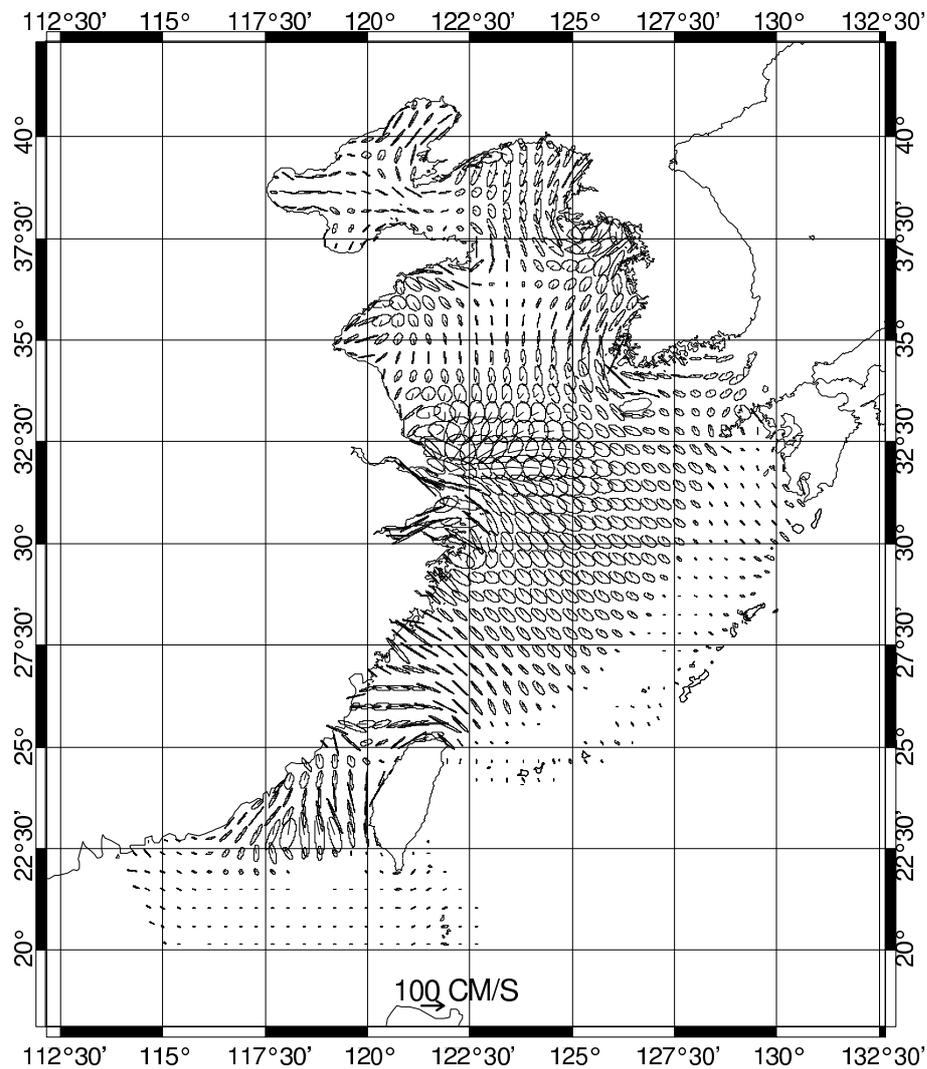


Figure 77 : Ellipses des vitesses pour  $M_2$

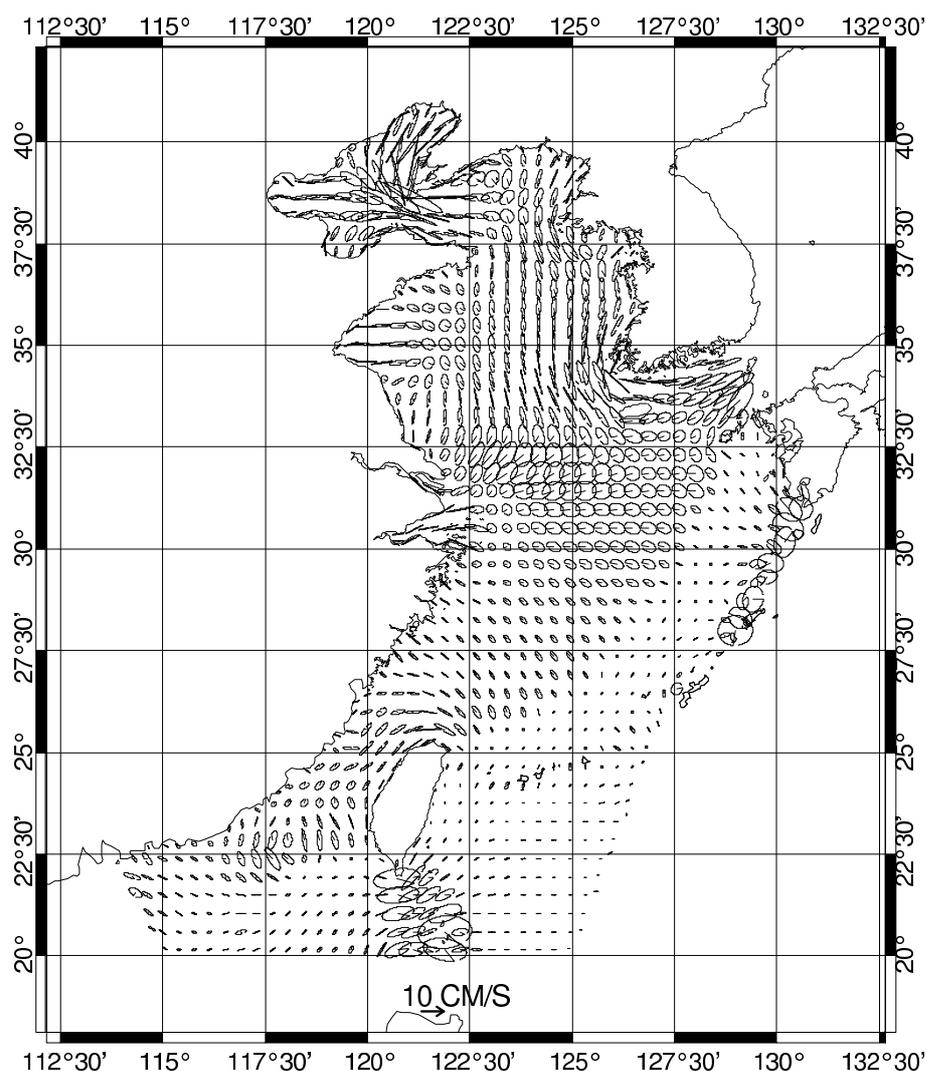


Figure 78 : Ellipses des vitesses pour  $K_1$

Dans la Mer Jaune les vitesses  $M_2$  et  $K_1$  sont complémentaires comme le montre la Figure 77 et la Figure 78. Or les vitesses sont représentatives de la dissipation de marée. Nos calculs nous conduisent à conclure que quand l'onde  $M_2$  pénètre dans la zone YS-ECS, elle se dissipe principalement dans les petits fonds, alors que l'onde  $K_1$  se dissipe surtout à l'entrée de la Mer Jaune où l'Océan Pacifique se resserre et à l'entrée de la baie de Liatong. Comme les deux ondes sont complémentaires dans la zone étudiée, bien qu'elles aient jusqu'à 5 ordres de différence en norme de la vitesse, l'hypothèse de dissipation mixte (mode mixte introduit au paragraphe 12.3.2) est à nouveau confirmé.

## 12.5.2 Budget énergétique de la marée

Nous avons quantifié la dissipation globale de marée en fonction des variations du coefficient de frottement. Comme nous l'avons conclu plus haut, une friction mixte est nécessaire à la bonne modélisation de la marée dans la zone YS-ECS. Ainsi, pour une onde considérée, le bilan global de l'énergie de marée est la somme de :

- l'énergie du forçage astronomique (contribution de la Lune et du Soleil) ;
- l'énergie des effets de charge et d'auto-attraction (perturbation du potentiel astronomique) ;
- la dissipation de l'onde considérée par rapport au coefficient de frottement de l'onde dominante ( $M_2$  si l'onde calculée est semi-diurne et  $K_1$  si elle est diurne) ;
- la dissipation de cette onde par rapport au coefficient de frottement de l'onde secondaire ( $K_1$  si l'onde calculée est semi-diurne et  $M_2$  si elle est diurne).

Ces bilans énergétiques ont été calculés avec les vitesses de marée pour les sept coefficients de frottement. Les valeurs numériques sont données dans *Lefèvre et al.* [1999c]. De manière surprenante, la dissipation reste constante, à la fois pour l'onde  $M_2$  et l'onde  $K_1$ , en fonction des variations du coefficient de frottement. En outre la dissipation que nous avons calculée est la même que celle calculée par *Le Provost et Lyard* [1997] avec un modèle hydrodynamique global, bien que la topographie, le maillage et le coefficient de frottement aient été améliorés. La raison principale de cette constatation est que le champ de vitesse s'adapte aux variations du coefficient de frottement du modèle hydrodynamique pour dissiper la même quantité d'énergie fournie aux frontières ouvertes qui sont fixées par les conditions aux limites.

### 12.5.3 Sensibilité des champs de vitesses

La constance de la dissipation, alors que le coefficient de frottement varie, nous a amené à conduire une étude de sensibilité sur les élévations de marée et les vitesses de marée en fonction des variations de ce coefficient. *Lefèvre et al.* [1999c] ont montré que pour un coefficient de frottement variant de  $1 \times 10^{-3}$  à  $3 \times 10^{-3}$ , les élévations de  $M_2$  décroissent de 16,5% et les vitesses d'environ 29% alors que la dissipation due à la marée ne décroît que de 5,4% alors que le coefficient de frottement est multiplié par 3 (variation de 300% !). Les mêmes constatations sont faites pour  $K_1$ . Les vitesses de marée apparaissent comme étant deux fois plus sensibles aux variations du coefficient de frottement que les élévations. En théorie, l'expression (cf. [*Le Provost and Lyard*, 1997]) de la dissipation  $D$  de marée est :

$$D = -\frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint_{\Omega} \rho H \mathbf{u} \cdot \frac{C_f}{h} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u} ds \right\} dt \quad (12.137)$$

avec :

- $t$  : le temps ;
- $\rho$  : la densité de l'eau ;
- $\mathbf{u}$  : la vitesse barotrope horizontale ;

- $\alpha$  : l'élévation de surface de l'océan ;
- $H$  : la profondeur d'eau moyenne ;
- $h$  : la profondeur d'eau instantanée ( $h = H + \alpha$ ) ;
- $C_f$  : le coefficient de friction sans dimension de type Chézy.

Nous pouvons reconnaître dans (12.137) l'expression du frottement sur le fond océanique :

$$\frac{C_f}{h} \|\mathbf{u}\| \mathbf{u}$$

D'après (12.137), la dissipation est proportionnelle au coefficient de frottement multiplié par le cube de la vitesse de marée, ce qui est vérifié dans le cas de notre zone d'étude [Lefèvre *et al.*, 1999c]. Il est clair que les vitesses sont plus sensibles aux variations du coefficient de frottement que ne le sont les amplitudes de marée. Une vérification expérimentale avec des mesures in situ de courantomètres a montré que les vitesses calculées correspondent le mieux aux vitesses mesurées dans le cas du choix d'un coefficient de frottement égal à  $1.5 \times 10^{-3}$ , ce qui confirme l'étude faite précédemment sur les amplitudes. Le Tableau 36 donne les bilans énergétiques déduits de ces calculs de vitesses.

Onde	Bilan énergétique (GW)
$M_2$	-180,2
$K_1$	-11,2
$S_2$	-59,9
$N_2$	-16,4
$K_2$	-3,3
$2N_2$	-0,3
$O_1$	-6,0
$P_1$	-1,0
$Q_1$	-0,2

Tableau 36 : Bilan énergétique pour les ondes principales du spectre de marée et un coefficient de frottement optimisé

## 12.6 Apports de l'étude locale

---

Grâce à l'étude de la modélisation des marées par notre modèle hydrodynamique local, nous avons été à même de dégager les principales améliorations à apporter au modèle global FES pour obtenir de meilleures solutions de marée en zone littorale. Par la comparaison avec une base de données marégraphiques conséquente, nous avons pu quantifier ces apports. Les améliorations constatées s'expliquent par 5 points :

- le choix d'un mode mixte de calcul qui prend à la fois en compte la dominance des vitesses de  $M_2$  dans certaines parties de la zone YS-ECS et celle de  $K_1$  dans les autres parties ;
- un raffinement important du maillage éléments finis en particulier en petits fonds et sur les gradients de topographie ;
- le choix de conditions aux limites issues du modèle global FES95.2 de bonne qualité en plein océan ;
- une topographie raffinée (amélioration de 36% pour  $M_2$  et de 30% pour  $K_1$ ) ;
- l'utilisation d'un coefficient de frottement spécifique (amélioration de 45.2% pour  $M_2$  comparé à la valeur classique de  $3 \times 10^{-3}$ ).

Les ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ , et  $2N_2$  (pour le groupe des semi-diurnes),  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ , et  $Q_1$  (pour le groupe des diurnes) ont été calculées en bénéficiant des améliorations citées ci-dessus. De plus, les ondes non linéaires  $M_4$  et  $MS_4$  (pour les groupes des quart-diurnes) ont été calculées et comparées à d'autres modèles locaux, avec succès. Ceci montre la capacité du modèle CEFMO à calculer des ondes non linéaires.

Les champs de vitesses associés aux neuf ondes diurnes et semi-diurnes ont aussi été calculés afin de faire un bilan énergétique précis de la marée dans la zone YS-ECS en fonction des variations du coefficient de frottement. La dissipation calculée reste alors constante ce qui montre que son expression théorique est consistante. La principale conclusion sur cette constance de la dissipation est que dans le cadre de notre modèle hydrodynamique, le champ de vitesse s'adapte aux variations du coefficient de frottement.

Les améliorations que nous avons apporté au modèle hydrodynamique local vont ainsi pouvoir profiter au modèle global dans notre approche éléments finis.



---

# **Partie IV : Bilan énergétique et perspectives**



## Chapitre 13

# Un modèle global de haute précision : FES2000

### 13.1 Présentation du chapitre

---

Le chapitre précédent nous a permis de dégager les principales améliorations à apporter à notre modèle global afin d'obtenir des solutions de marée en s'affranchissant de toute utilisation de données de terrain. Nous allons maintenant appliquer toutes ces améliorations à une modélisation de la marée océaniques à l'échelle globale. En créant une nouvelle bathymétrie, en générant de nouveaux maillages éléments finis, en utilisant de nouveaux effets de charge et au moyen de la résolution par blocs introduite précédemment nous sommes à même de calculer de nouvelles solutions de marées libres à haute résolution. Nous expliquons dans ce chapitre comment nous avons obtenu ces nouvelles solutions dénommées FES2000.

### 13.2 Une nouvelle bathymétrie

---

La bathymétrie est un des paramètres d'entrée essentiels de notre modèle hydrodynamique pour améliorer le calcul d'un nouveau spectre de marée. C'est pourquoi, nous avons mis en œuvre le calcul d'une nouvelle bathymétrie mondiale adaptée à l'usage spécifique des modèles de marée FES.

#### 13.2.1 Travaux mis en œuvre

Le calcul d'une nouvelle bathymétrie pour nos besoins spécifiques s'est décomposé en plusieurs étapes :

- mise en place d'un code de calcul éléments finis pour la génération d'une nouvelle bathymétrie mondiale ;

- évaluation et sélection de bathymétries mondiales comme base de calcul ;
- collecte et sélection de points de sondes pour améliorer la bathymétrie en eaux peu profondes ;
- collecte et sélection de nouvelles frontières côtières ;
- génération de la nouvelle bathymétrie mondiale.

### **13.2.2 Choix des bases de données**

Les besoins spécifiques de la formulation de notre modèle hydrodynamique de calcul de la marée océanique entraînent plusieurs nécessités sur la bathymétrie :

- bonne bathymétrie en zones pélagiques afin de mieux modéliser les échanges océaniques de grandes longueurs d'ondes ;
- bathymétrie très précise sur les plateaux continentaux et en petits fonds car de nombreuses ondes de marée y prennent naissance (ondes non linéaires) ;
- bons positionnement des forts gradients de bathymétrie afin de mieux tenir compte de la génération des ondes internes ;
- bonne bathymétrie en zones polaires car peu de bathymétries de ces zones sont disponibles et validées ;
- bons positionnement des côtes car étant très précis, ils permettent d'ajuster les petits fonds au mieux.

C'est pourquoi la compilation de diverses bases de données est nécessaire.

### **13.2.3 Bathymétries mondiales**

A ce jour, plusieurs bathymétries mondiales du fond des océans sont disponibles. Nous en avons sélectionné trois, basées sur des méthodes de calcul différentes :

- ETOPO5 [*National Geographic Data Center, 1987*] ;
- DBDB5 [*DBDB5, 1983*] ;
- Smith&Sandwell [*Smith and Sandwell, 1996*].

Elles ont chacune leurs caractéristiques propres, leurs qualités et leurs défauts.

#### 13.2.4 ETOPO5

ETOPO5 (Earth Topography - 5 Minute) est une base de données digitales des élévations des fonds océaniques et des terres émergées de la Terre. Elle a été composée à partir de plusieurs bases de données grillées et digitalisées puis projetée sur une grille espacée de 5 minutes en latitude et 5 minutes en longitude. La bathymétrie océanique a été compilée par l'U.S. Naval Oceanographic Office, et révisée en 1987. Les topographies terrestre et océanique relevant des Etats Unis, du Japon et de l'Europe de l'Ouest ont été assemblées à partir de bases de données grillées fournies par la Defense Mapping Agency. Celles de la Nouvelle Zélande proviennent du Department of Scientific and Industrial Research of New Zealand; celles de l'Australie ont été fournies par le Bureau of Mineral Resources of Australia. Ces différentes topographies des zones continentales et océaniques ont été interpolées sur une grille de 10-minute par l'U.S. Navy Fleet Numerical. ETOPO5 a une couverture mondiale aussi bien pour les fonds océaniques que pour les terres émergées. L'édition révisée de 1988 contient de légères modifications afin de mieux prendre en considération les forts gradients de bathymétrie et de topographie. Quelques points de sondes ont été retirés afin d'enlever des erreurs d'interpolation.

#### 13.2.5 DBDB5

DBDB5 (Digital Bathymetric Data Base - 5 minute grid) est composée de données bathymétriques digitalisées des fonds océaniques interpolée sur une grille de 5 minutes en latitudes par 5 minutes en longitude. Les données ont été assemblées par le Naval Ocean Research and Development Agency (NORDA) et le Naval Oceanographic Office (USNOO). Une version précédente était disponible sous le nom 'SYNBAPS II'. La base de données révisée contient une version retravaillée de la bathymétrie de l'hémisphère nord et inclut maintenant l'océan Arctique. Quelques légères modifications ont été apportées dans l'hémisphère sud. Les données ont été calculées par interpolation entre contours digitalisés (isobathes) à des intervalles réguliers de 200m en profondeur. Ces isobathes ont été digitalisées à partir de cartes marines (échelle : 1 pouce par degré en longitude soit des cartes aux 1 / 4.000.000) de l'US Navy datant d'avant 1983. La grille DBDB5 à 5 minutes contient environ 8 millions de points sondes. Les profondeurs ont été calculées en ayant considéré une vitesse de propagation du son dans l'eau de 1500 m/s.

#### 13.2.6 Smith&Sandwell

Smith et Sandwell ont combiné des données d'échos sondeurs de navires avec des données de gravité dérivant de missions satellitaires afin de produire une estimation grillée des fonds océaniques pour toutes les surfaces océaniques dépourvues de glaces flottantes (entre +/-72

degrés de latitude). Les profondeurs proviennent de l'extraction de 6905 campagnes océanographiques compilées par le NGDC (Trkdas CD version 3.2), de la base de données de Scripps et Lamont, et de diverses autres données. La qualité des données a été contrôlée conformément à la méthode développée par *Smith* [1993]. Les champs de gravité satellitaires combinent toutes les données des satellites ERS1 et Geosat dont les données déclassifiées en 1995. Ces données ont une RMS de 3-5 mGal et une résolution de 20 km de longueur d'onde. La solution digitalisée de bathymétrie est projetée sur une grille Mercator espacée de 2 minutes en latitude et 2 minutes en longitude à l'équateur (grille non régulière). La méthode est similaire à celle développée par les travaux de *Smith* [1994]. Les données des campagnes océanographiques ont permis de calibrer la fonction de transfert de la gravité vers la topographie et de fournir les ondes longues périodes qui font partie intégrante de la solution. (les compensations isostatiques de la topographie limitent l'estimation de la gravité pour des longueurs d'ondes inférieures à 160 km). La corrélation des profondeurs estimées et mesurées est forte pour des longueurs d'ondes supérieures à 20 km, et les différences entre elles sont généralement inférieures à 100 m. Cependant des différences beaucoup plus grandes peuvent apparaître dans des zones à forts gradients de topographie et les profondeurs minimales aux sommets marins ne sont pas très précises. La dernière étape de calcul de la topographie a permis de lisser les données afin qu'elles soient en meilleur accord avec les échos sondeurs des navires et les fichiers de côtes digitalisées haute résolution de GMT. La carte de topographie calculée est légèrement différente de celles calculées au moyen de champs de gravité satellitaires. En effet les couches sédimentaires sont mal modélisées et certaines fractures ou bords de plateaux peuvent ne pas apparaître dans certaines zones.

### **13.2.7 Base de données de côtes digitalisées**

En 1989, la US Defense Mapping Agency (DMA) a réalisé la World Vector Shoreline [WVS, 1989]. La WVS est une base donnée digitalisée à l'échelle 1:250,000 référencée par rapport au World Geodetic System (WGS-84). La couverture globale a été terminée en juillet 1989, avec comme spécification que 90% des côtes devaient être localisées à 500 mètres (i.e. 2mm au 1:250,000) de leur véritable position géographique. Des imprécisions demeurent toutefois pour 10% des côtes du monde, majoritairement en Antarctique. Cependant, une précision de 500 mètres est largement supérieure à la taille des mailles des maillages éléments finis de FES, ce qui en fait une base de données très précise et permis de positionner au mieux les zones en très petits fonds près des continents et de faire apparaître ou de mieux positionner de petites îles en plein océan.

### 13.2.8 Base de données d'isobathes

Le positionnement des marches de plateaux continentaux est essentiel pour tenir compte des propagations des ondes de marées. L'utilisation d'isobathes est donc une information supplémentaire et utile pour le calcul d'une meilleure bathymétrie. La base de données digitalisées GEBCO [GEBCO97, 1997] fournit de nombreuses isobathes échantillonnées à diverses profondeurs pour tous les océans du globe. La première version de la General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO), qui est parue en 1905, établissait une tradition pour publier une série de cartes à couverture mondiale à l'échelle 1:10 million. Cette approche s'est poursuivie jusqu'à la publication de la Cinquième Edition de GEBCO par Canadian Hydrographic Service entre 1978 et 1982. En 1983, le Joint IOC/IHO Guiding Committee pour GEBCO a décidé que la Cinquième Edition de GEBCO devait être digitalisée. Durant plus de dix ans, le Bureau Gravimétrique International à Toulouse et le British Oceanographic Data Centre (BODC) ont produit une base de données couvrant tous les contours bathymétriques (isobathes), les côtes et les sondes de campagnes océanographiques sous forme du GEBCO Digital Atlas (GDA). La Cinquième Edition GEBCO est composée de 16 cartes en projection Mercator couvrant le monde de 72°N à 72°S au 1:10 million à l'équateur et de deux cartes polaires en projection stéréographique polaire de 64°N à 90°N et de 64°S 90°S au 1:6 million à 75° de latitude. La base de données est régulièrement remise à jour sur des zones dépendant de la densité des échos sondeurs des navires. Ces zones sont à des échelles comprises entre 1:10 million et 1 250,000. Les contours fournis sont au minimum à 200m et à 500m de profondeur puis par intervalle de 500m. Bien souvent d'autres isobathes sont disponibles, accroissant ainsi la précision de la bathymétrie en petits fonds en particulier. Les profondeurs sont données en mètres corrigés.

### 13.2.9 Autres bases de données

Des bases de données bathymétriques locales ont aussi été utilisées. De nombreuses études scientifiques ou d'ingénierie sur certaines zones du globe ont nécessité une étude locale précise de détermination de la bathymétrie. Certaines bathymétries nous ont été fournies par des scientifiques, d'autres par des organismes publics, d'autres enfin sont issues de digitalisations de cartes réalisées par nos soins. Ces bases de données sont souvent issues de besoins locaux, ce qui leur confèrent une précision accrue.

Diverses zones ont ainsi été obtenues :

- Mer de Célèbes ;
- Mer des Moluques ;

- Mer de Timor ;
- Mer d'Arafura ;
- Golfe de Carpentria ;
- Plateau des îles Kerguelen ;
- Golfe Persique ;
- Mer de Béring ;
- Mer de Chukchi ;
- Mer Adriatique ;
- Mers Arctiques ;
- Mer de Ross ;
- Mer de Weddell.

Les points de sondes que ces bathymétries locales ont ajoutés aux autres données déjà existantes ont fourni une importante information supplémentaire. En particulier dans les zones de petits fonds, elles ont permis d'améliorer considérablement les bases de données citées précédemment.

## **13.3 Algorithme de calcul**

---

### **13.3.1 Objectifs de l'algorithme**

Le but de l'algorithme est de calculer une nouvelle bathymétrie mondiale grillée de pas de grille 2 minutes en longitude et 2 minutes en latitude (afin de garder la précision de la bathymétrie Smith&Sandwell en particulier en plein océan).

### **13.3.2 Interpolation par éléments finis**

Les différentes bases de données citées précédemment fournissent des points de sondes, c'est-à-dire un point de la surface du globe en latitude et en longitude avec soit la profondeur océanique, soit l'élévation terrestre. Si ce ne sont les données issues de grilles, les points de sondes ont des coordonnées exactes. Ce ne sont pas des interpolations. Afin de tenir compte au mieux de la qualité de ces données, un algorithme d'interpolation linéaire basé sur les éléments finis a été mis en place.

Une zone de calcul est choisie. Elle correspond en général aux points de sondes disponibles et provenant d'une même origine. Le calcul de la bathymétrie a été divisée en 35 zones (Figure 79) qui prennent en compte à la fois les zones océaniques et les possibilités de calcul des ordinateurs.

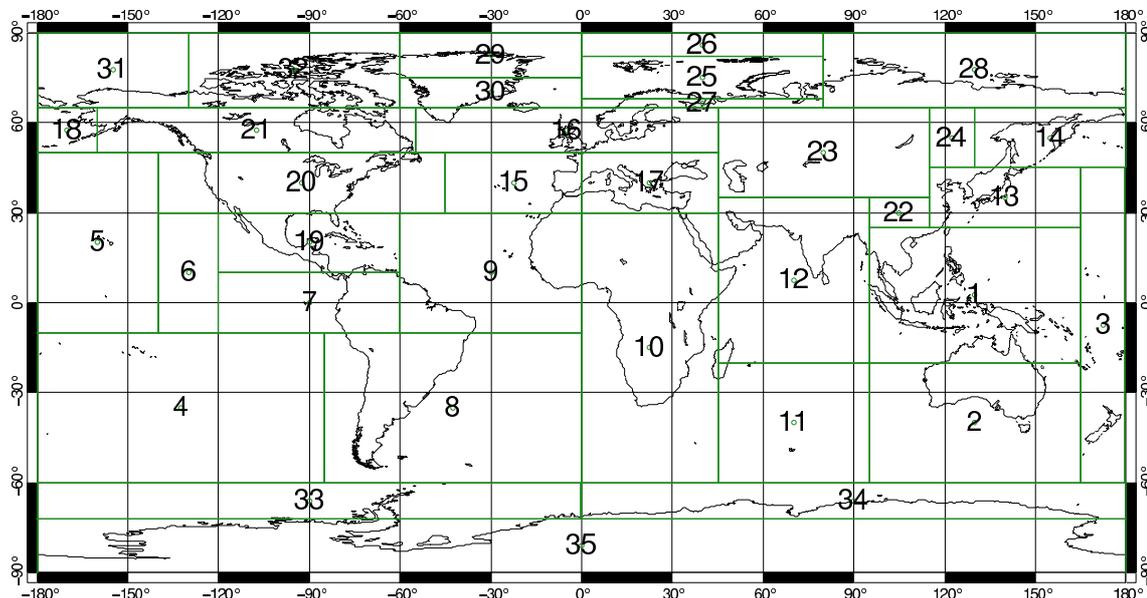


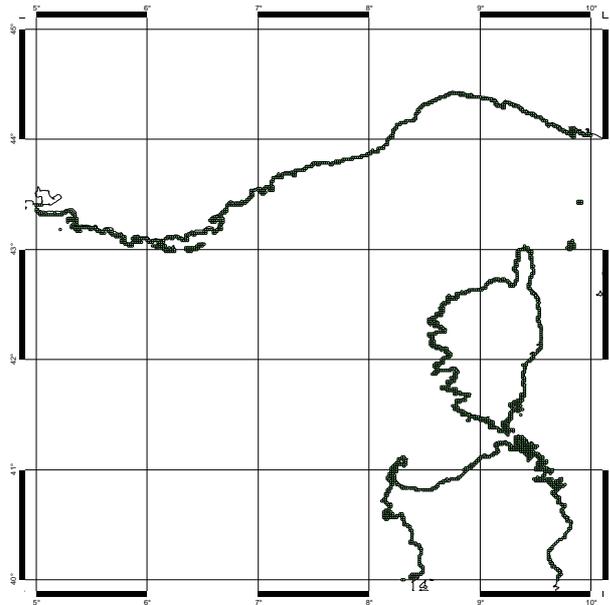
Figure 79 : Découpage en 35 zones pour le calcul de la nouvelle bathymétrie

Chaque zone a été subdivisée en petits domaines de  $5^\circ \times 5^\circ$  (voire plus petits encore si le nombre de points de sondes à interpoler était très important) afin d'être en accord avec la puissance de calcul informatique disponible.

### 13.3.3 Exemple : calcul d'une bathymétrie sur un domaine de $5^\circ \times 5^\circ$

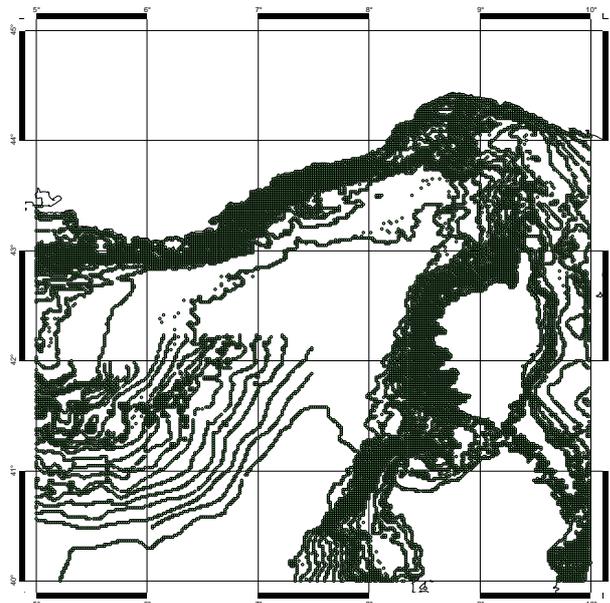
Pour illustrer la méthode d'interpolation, un domaine de  $5^\circ \times 5^\circ$  au nord de la Corse est utilisé.

Sur cette zone sont extraits tous les points de sondes de la base de données WVS qui correspondent à des profondeurs nulles. Ces points, très nombreux sont interpolés sur une grille de  $0,5 \times 0,5^\circ$  (supérieure à la précision de la base de données mais inférieure au pas de grille souhaité pour la bathymétrie mondiale).



**Figure 80 : Points de sondes côtiers**

Puis sont extraits tous les points de sondes disponibles dans toutes les autres bases de données disponibles sauf ETOPO5, DBDB5 et Smith&Sandwell. Ces points sont eux aussi interpolés sur une grille 0,5°x0,5°.



**Figure 81 : Points de sondes côtiers, des isobathes et des bases de données personnelles**

Ensuite le contour de la zone est déterminé pour compléter les points de sondes par des bathymétries mondiales.

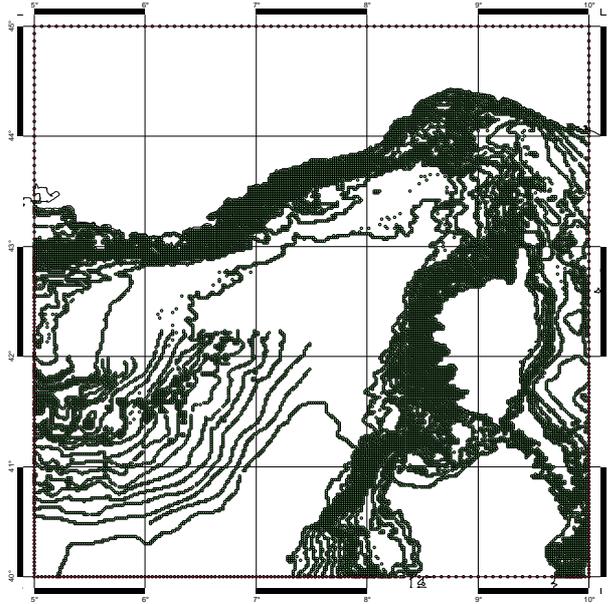


Figure 82 : Détermination du contour de la zone pour l'interpolation ultérieure

DBDB5 est de bonne qualité le long des côtes, Smith&Sandwell est de bonne qualité en plein océan, donc pour compléter l'information des points de sondes définis précédemment, DBDB5 est utilisée de 0 à 200m, une interpolation linéaire entre DBDB5 et Smith&Sandwell est calculée entre 200 et 500m et Smith&Sandwell complète les fonds en dessous de 500m.

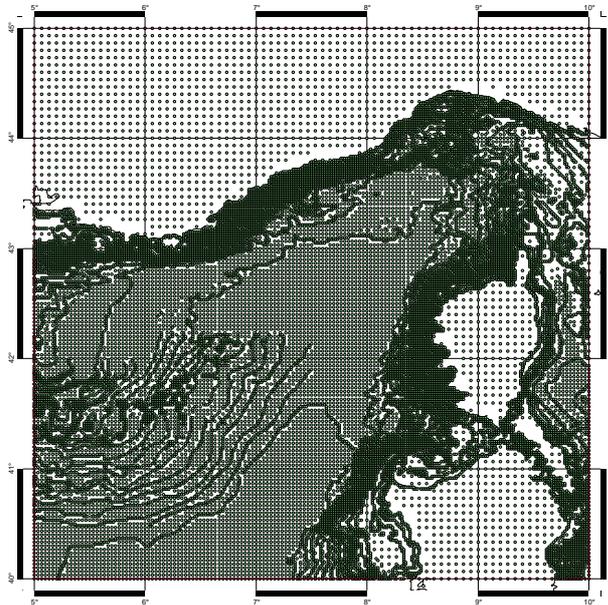
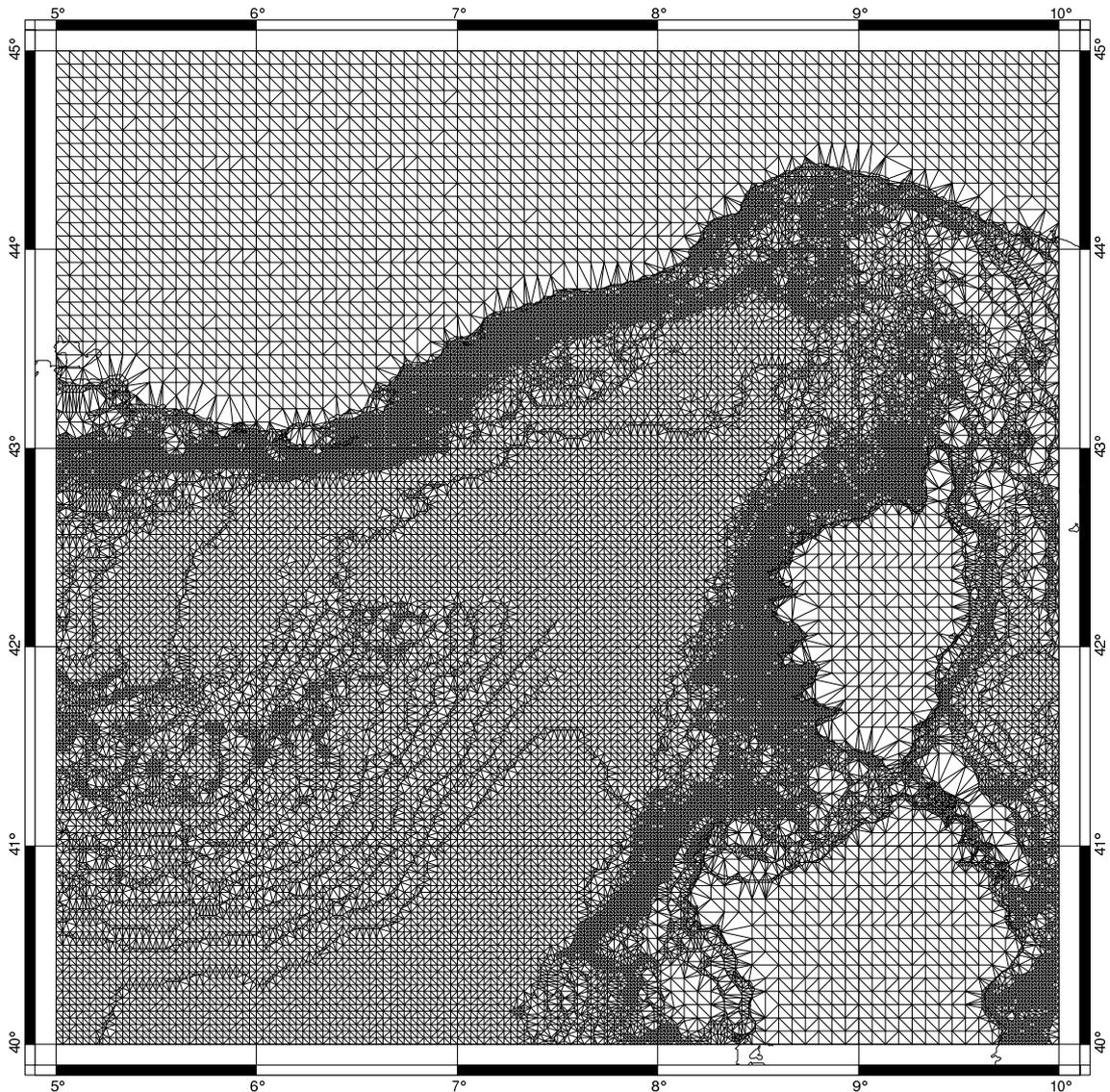


Figure 83 : Ensemble des points de sondes utilisés pour l'interpolation

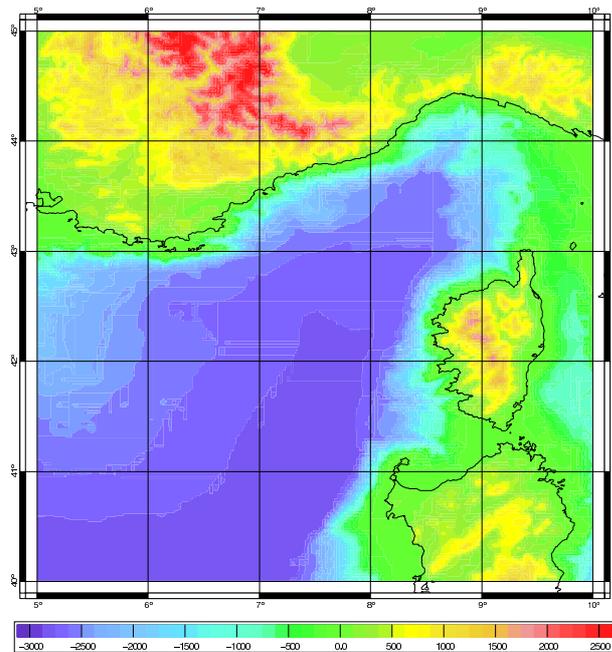
Pour toutes les zones où Smith&Sandwell n'est pas définie, ETOPO5 est utilisée. Pour les fonds océaniques, les points ajoutés sont interpolés sur une grille de 2'x2'. Pour les terres, une interpolation de 4'x4' est suffisante. En effet après l'interpolation, toutes les élévations des terres émergées seront recopiées de la base de données Swith&Sandwell interpolée à 2'x2' et qui est très précise. Ensuite, afin de réaliser l'interpolation linéaire de tous ces points de sondes, un maillage éléments finis est calculé. L'utilisation des éléments finis est très avantageuse dans

notre cas car elle nous permet de tenir compte de la position exacte des points de sondes. En effet, si nous avions travaillé en différences finies nous aurions deux possibilités. Il aurait fallu prendre un pas de grille tellement petit pour ne pas perdre la précision de positionnement de ces points de sondes que nous aurions largement dépassé la puissance de calcul des ordinateurs à notre disposition (en l'occurrence deux stations Sun UltraSparc 1 cadencée à 177MHz avec 256 Mo de mémoire vive). Ou bien nous aurions du interpoler la position des points de sondes sur des points espacés d'une grille différences finies et nous aurions perdu l'information exacte apportée par chaque point de sonde.



**Figure 84 : Maillage des points de sondes pour l'interpolation**

Enfin, de ce maillage, une nouvelle bathymétrie a été interpolée linéairement. Elle tient compte de la position réelle de tous les points de sondes, sur une grille 2'x2'.



**Figure 85 : Nouvelle bathymétrie interpolée (profondeurs et altitudes en mètres)**

Ainsi toutes les zones de  $5^\circ \times 5^\circ$  sont calculées indépendamment puis elles sont assemblées en une bathymétrie mondiale. La continuité aux frontières des différentes zones est assurée car elles sont absolument identiques pour toutes les zones jointives.

Dans les zones polaires, Smith&Sandwell n'étant pas définie, ETOPO5 a été utilisée. Afin d'assurer une continuité entre les deux bathymétrie mondiale, une interpolation linéaire a été calculée entre  $-68^\circ$  (Nord et Sud) et  $72^\circ$  (Nord et Sud).

Les maillages aux éléments finis des solutions FES antérieures étaient contraints par un critère basé sur la longueur d'onde théorique des ondes de marée de fréquence semi-diurne. Ils ne tenaient malheureusement pas compte de l'existence sur les pentes de la topographie d'ondes à plus courte échelle. Ils étaient également mal adaptés, sur ces même pentes, à la détermination précise des vitesses barotropes. Ils étaient sous-résolus pour les ondes quart-diurne. Du fait de la connaissance a priori que nous avons maintenant de la marée dans les bandes longues périodes, diurne, semi-diurne et bientôt quart-diurne, nous avons les moyens de corriger ce sous échantillonnage spatial en remaillant les domaines de modélisation. Par ailleurs, nous profiterons de cette remise à plat pour compléter notre modèle avec les mers adjacentes non incluses jusqu'à présent (Mer rouge, Golf Persique, Mer Noire...).

Nous présentons dans la suite la construction et les caractéristiques adaptées à l'usage spécifique des modèles de marée FES.

## 13.4 Création des maillages éléments finis

---

### 13.4.1 Choix d'une stratégie de construction

#### 13.4.1.1 Définition de la stratégie des sous domaines

Des études énergétiques de dissipation de la marée sur une couverture océanique globale, (par exemple [*Le Provost and Lyard, 1997*]), ont permis de distinguer des zones de très forte dissipation :

- Le plateau Européen ;
- Le plateau de Patagonie ;
- La baie d'Hudson ;
- La Mer du Labrador
- La zone de la Malaisie ;
- La Mer Jaune et les Mers de Chine ;

Ces régions à forte dissipation sont étroitement corrélées avec les petits fonds océaniques. Elles nécessitent donc une résolution de maillage plus importante afin de mieux déterminer dénivellation et vitesses.

En outre des zones de petits fonds avec des bathymétries approximatives se trouvent dans les zones polaires :

- L'Océan arctique proche des côtes ;
- La Mer de Ross ;
- La Mer de Weddell.

Le rôle fondamental joué par les phénomènes non-linéaires dans la dynamique de la marée (ainsi que le regain d'intérêt pour l'océanographie côtière) et la nécessité de bien représenter ces phénomènes nous imposent d'étudier avec une résolution plus importante que de coutume les zones citées précédemment. L'approche multi bassins de notre modèle s'adapte particulièrement bien à une définition hétérogène de la résolution des maillages en zones peu profondes. Les régions citées précédemment ont été détachées du modèle de bassin dans lequel elles étaient

incluses auparavant, pour constituer un modèle indépendant qui sera au final traité de façon analogue aux modèles de bassins océaniques dans l'algorithme de résolution globale.

#### 13.4.1.2 Choix des sous domaines

En considérant les remarques précédentes, le maillage global a été divisé en 12 domaines :

- Arctic
- Atlantic
- Europe
- Indian
- Indonesia
- Labrador
- Mediter
- PacificN
- PacificS
- Patagonia
- Ross
- Weddel

Grâce à cette découpe de l'océan global, il est possible de reconstruire indépendamment un domaine éléments finis. Les maillages des zones à forte dissipation par exemple peuvent être retailés sans que les maillages de plein océan ne soient modifiés.

### 13.4.2 Critères sur les éléments triangulaires des maillages

#### 13.4.2.1 Choix des éléments triangulaires

Pour les calculs des solutions FES à l'échelle globale, les équations sont résolues sur un maillage global éléments finis. Chaque élément triangulaire du maillage est Lagrange P2, c'est-à-dire que dénivellation sont calculées pour les 3 sommets des triangles ainsi que pour les 3 milieux des côtés d'un triangle, soit 6 nœuds en tout. Les vitesses sont calculées aux 7 points de Gauss (points rouges) ce qui permet de calculer une interpolation des vitesses et de les dériver pour en déduire la dénivellation aux nœuds. L'ancien maillage global comprenait plus de 300000 nœuds Lagrange P2.

Afin de mieux modéliser la marée, le nouveau maillage est fortement raffiné suivant les trois critères présentés ci-dessous.

#### 13.4.2.2 Précision le long des côtes

Les côtes constituent les frontières fermées du domaine de modélisation. Les maillages sont donc ancrés à ces limites. Le choix des fichiers de côtes et de leur discrétisation est donc primordial. Afin de ne pas outrepasser la puissance de calcul des super calculateurs disponibles, une distance de 15 km minimum de côté pour un triangle a été choisie. Les fichiers de côtes utilisés proviennent d'une base de donnée digitalisée, de haute précision. Ainsi entre deux nœuds Lagrange P2 la distance est de 7,5 km environ le long des côtes.

#### 13.4.2.3 Critère sur la longueur d'onde

Le raffinement des maillages respecte le critère local défini par *Le Provost et Vincent* [1986]. Celui-ci fixe le maximum de distance  $\Delta L$  pour le côté d'un triangle afin d'obtenir une simulation correcte de la propagation d'une onde de marée à une valeur inférieure à :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15\omega} \sqrt{gH} \quad (13.138)$$

#### 13.4.2.4 Critère sur le gradient topographique

Cependant ce critère peut ne pas être suffisant dans des zones de forts gradients topographiques [*Luetlich and Westerink*, 1995]. C'est pourquoi un autre critère de génération des maillages a été choisis. Il tient compte des gradients topographiques de la topographie. Ainsi la distance maximale pour le côté d'un élément triangulaire ne doit pas dépasser la valeur  $\Delta L$  :

$$\Delta L = \frac{2\pi}{15} \frac{H}{\Delta H} \quad (13.139)$$

La bathymétrie utilisée dans le calcul de ce critère est issue de ETOPO5 et a été améliorée en petits fonds.

#### 13.4.2.5 Choix du critère

Pour la génération des maillages, le plus contraignant de deux derniers critères a été sélectionné pour la création d'un élément triangulaire.

### 13.4.3 Algorithme de calcul des maillages éléments finis

#### 13.4.3.1 Algorithme de calcul

Afin de construire un maillage élément finis, il faut définir une densité de taille de maille pour un élément triangulaire sur une zone bien définie. Cette zone est délimitée par les frontières fermées et la densité respecte les critères établis ci-dessus. De cette densité de probabilité est construit le maillage éléments finis par l'algorithme de *Ruppert* [1995] basé sur la méthode de *Delaunay* [1934].

La triangulation de *Delaunay* d'un ensemble de points est la triangulation de cet ensemble qui respecte la propriété stipulant qu'aucun point dans cet ensemble ne se trouve dans le cercle extérieur de tous les triangles de la triangulation. Ce cercle extérieur est le cercle qui passe par les trois sommets d'un élément triangulaire.

L'algorithme de *Ruppert* est peut être le premier algorithme de génération de maillages éléments finis qui fonctionne en pratique. Il génère des maillages sans angles trop petits en utilisant relativement peu de triangles (puisque la densité de triangle peut-être ajusté par l'utilisateur) et permet à la densité de triangle de varier rapidement sur de courtes distances.

#### 13.4.3.2 Logiciel de génération des maillages

Utilisant l'algorithme de *Ruppert*, le logiciel *Triangle* [Shewchuk, 1996], génère un maillage éléments finis à partir des densités de tailles de mailles calculées d'après les trois critères définis précédemment.

### 13.4.4 Caractéristiques des maillages

Chaque maillage à ses caractéristiques propres. Ils ont été dimensionnés afin de répondre à la puissance de calculs des derniers super calculateurs accessibles. Les caractéristiques des maillages sont données Figure 86 et dans le Tableau 37.

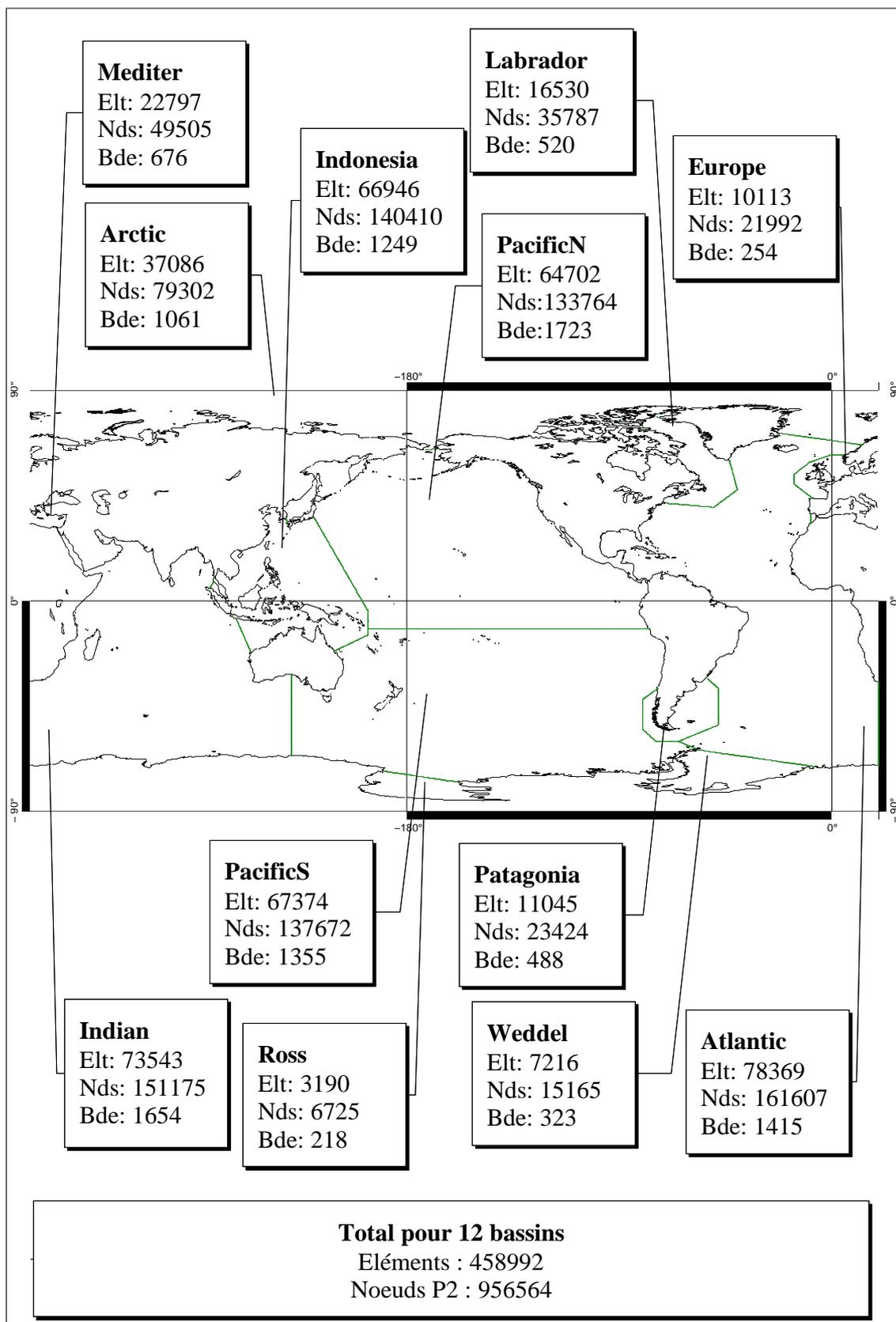


Figure 86 : Caractéristiques des maillages

La Figure 86 indique le nombre d'éléments triangulaires, le nombre de nœuds Lagrange P2 et la largeur de bande qui composent chaque maillage éléments finis.

Nom	Triangles	Nœuds P2	Largeur bande	Frontières ouvertes P2	Taille tmpdir (bytes)
Arctic	37 086	79 302	1 061	120	4 037 423 424
Atlantic	78 385	161 615	1 407	821	10 973 761 728
Europe	10 113	21 992	254	145	267 774 592
Indian	73 554	151 181	1 635	379	11 999 666 800
Indonesia	66 982	140 428	1 252	461	8 415 613 760
Labrador	16 530	35 787	520	177	892 670 928
Mediterr	22 797	49 505	676	25	1 605 546 160
PacificN	64 720	133 768	1 682	692	11 060 677 632
PacificS	67 374	137 672	1 355	833	8 951 984 128
Patagonia	11 045	23 424	488	267	548 308 992
Ross	3 190	6 725	218	61	70 262 800
Weddel	7 216	15 165	323	81	234 875 520
<b>TOTAL</b>	<b>458 992</b>	<b>956 564</b>	<b>-</b>	<b>4 062</b>	

Tableau 37 : Caractéristiques des 12 maillages couvrant l'océan global

La taille du tmpdir est la taille du fichier qui doit être écrit sur disque dur au cours de la factorisation d'une matrice intermédiaire dans le code CEFMO calculant les solutions FES. Sa taille étant conséquente, elle conditionne les ressources nécessaires des machines de calculs. Elle est égale à :

$$taille = 16N \times [3(L-1) + 2] \quad (13.140)$$

avec :

- N : nombre de nœuds Lagrange P2 ;
- L : largeur de bande.

Les différents éléments que nous avons développé précédemment (nouvelle bathymétrie, nouveaux critères de taille de maille et nouvel algorithme de calcul des maillages) nous ont permis de construire de nouveaux maillages éléments finis. En s'appuyant sur trois critères de tailles de mailles qui prennent en compte la bathymétrie des fonds océaniques, une densité de tailles de mailles des éléments triangulaire a permis de les créer grâce à un algorithme de calcul basé sur la méthode de Delaunay. 12 maillages ont été créés. Assemblés, ils forment un maillage triangulaire composé de presque un million de nœuds P2. La distance entre deux nœuds P2 est de l'ordre de 7,5 km en petits fonds et de l'ordre de 75 km en plein océan sur de faibles gradients de bathymétrie. Dans les zones de fort gradient bathymétrique la distance est de l'ordre de 10 km.

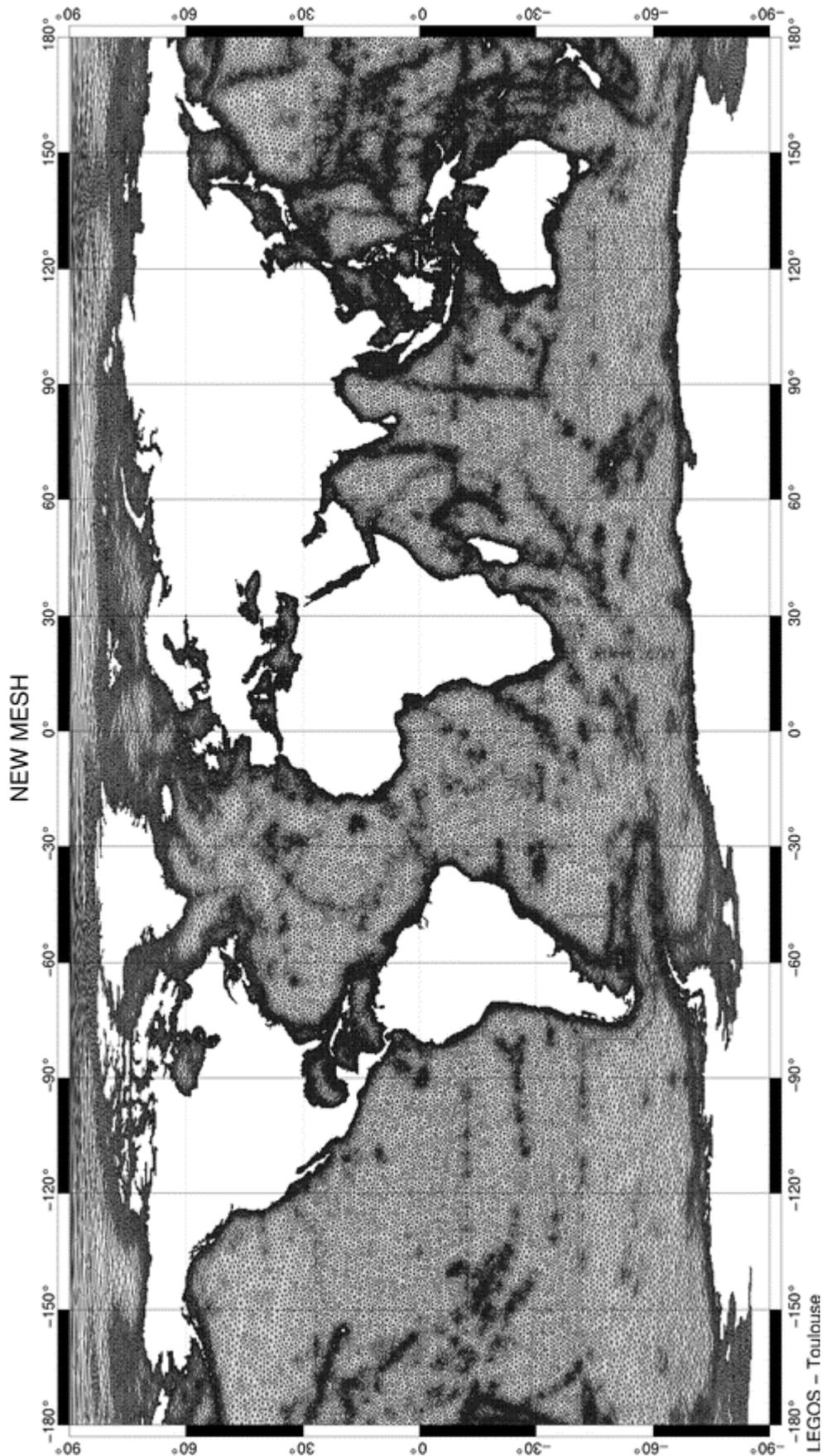


Figure 87 : Nouveau maillage éléments finis global

## 13.5 Calcul des nouvelles solutions libres

---

### 13.5.1 Ressources informatiques

Comme nous venons de le voir le nouveau maillage éléments finis est beaucoup plus important que celui utilisé pour calculer les solutions FES94.1, FES95.2, FES98 et FES99. Les ressources informatiques nécessaires sont donc aussi plus importantes. Nous avons alors utilisé le nouveau supercalculateur mis à disposition par l'IDRIS en remplacement des anciennes machines vectorielles Cray : le supercalculateur NEC SX-5.

Nous donnons pour information, les caractéristiques de ce supercalculateur utilisé dans le cadre de notre modélisation hydrodynamique.

- Processeurs :
  - 16 processeurs vectoriels constructeur ;
  - 8 Gflops crête par processeur (2 à 5 Gflops en moyenne) ;
- Mémoire :
  - 128 Go de mémoire partagées ;
  - jusqu'à 10 Go de mémoire disponible par job ;
- Disques :
  - WORKDIR : 10 Go par groupe en monoprocesseur et 30 Go en multiprocesseur ;
  - TMPDIR : 50 Go en monoprocesseur et 150 Go en multiprocesseur

### 13.5.2 Itération sur les deux ondes principales $M_2$ et $K_1$

Comme nous l'avons vu précédemment, notre code de calcul est itératif (Figure 88).

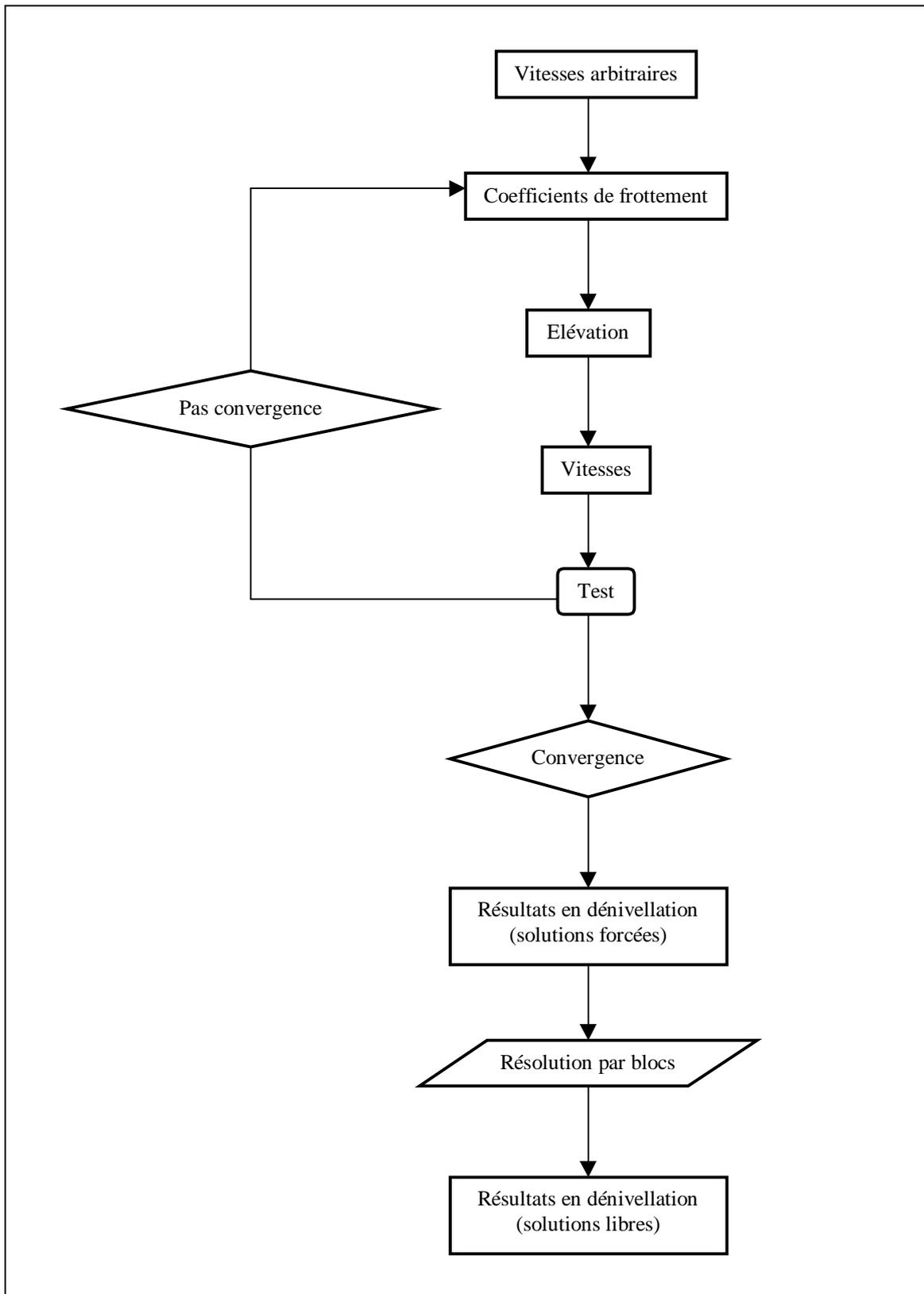


Figure 88 : Processus itératif simplifié du code CEFMO

Avec l'ancien maillage 6 itérations assuraient la convergence. Avec le nouveau maillage, nous avons fait des tests de convergence pour les ondes  $M_2$  et  $K_1$  afin de déterminer le nombre d'itérations nécessaires à la convergence. Ces solutions ont été calculées en mode forcé, c'est-à-

dire que nous avons calculé les 12 bassins océaniques introduits dans le paragraphe 13.4.1.2, indépendamment les uns des autres. Les conditions aux limites sur les frontières fermées sont un flux nul. Sur les frontières ouvertes, nous avons imposé des conditions aux limites en dénivellation extraites de la solution FES99. Imposer ces conditions aux limites nous permet de converger beaucoup plus vite vers un état stationnaire au cours du processus itératif. De plus, comme nous l'a montré l'étude locale du chapitre précédent, nous avons calculé nos solutions en mode mixte qui est plus proche de la réalité des phénomènes dissipatifs de la marée. Le mode mixte nous permet de tenir compte tout à la fois de la dominance des ondes diurnes et des ondes semi-diurnes pour la linéarisation du coefficient de frottement ( $M_2$  est dominante dans certaines zones de l'océan mondial et  $K_1$  dans les autres). En effet, nous avons vu par exemple que les marées à Dumont d'Urville sont diurnes (cf. mesures de ROSAME). Les marées semi-diurnes ne sont pas dominantes partout à la surface de la Terre. Afin de pouvoir quantifier ces itérations, nous avons comparé nos sorties de calculs avec la base de données ST95 composée de 95 données marégraphiques pélagiques (Figure 89 et Figure 90) et la base Topex composée de données altimétriques dans des fonds de plus de 200 m (Figure 91 et Figure 92).

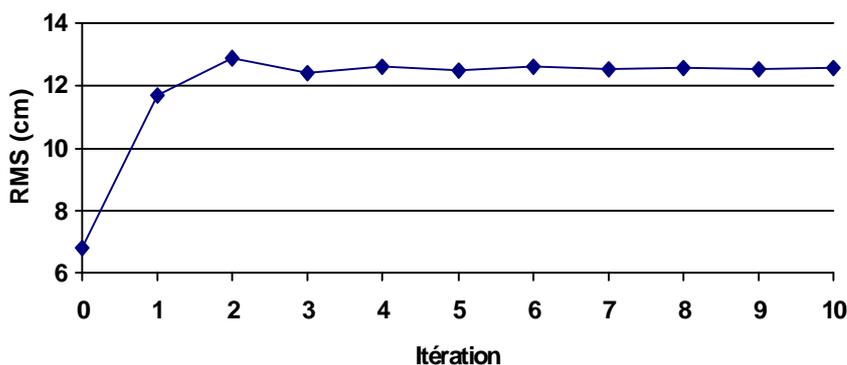


Figure 89 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $M_2$  par rapport à ST95 en fonction du nombre d'itérations

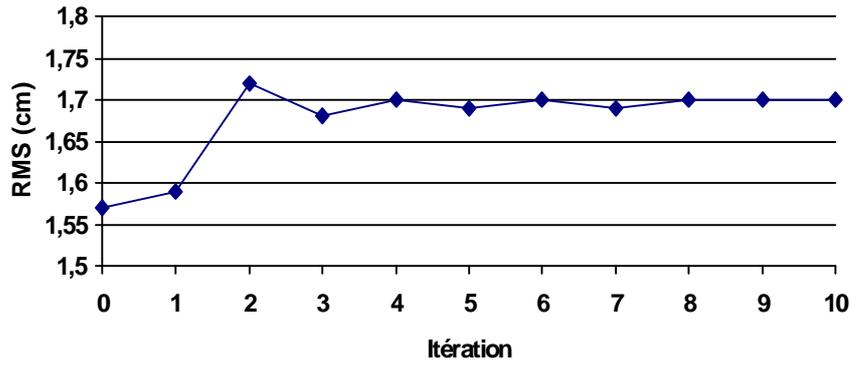


Figure 90 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $K_I$  par rapport à ST95 en fonction du nombre d'itérations

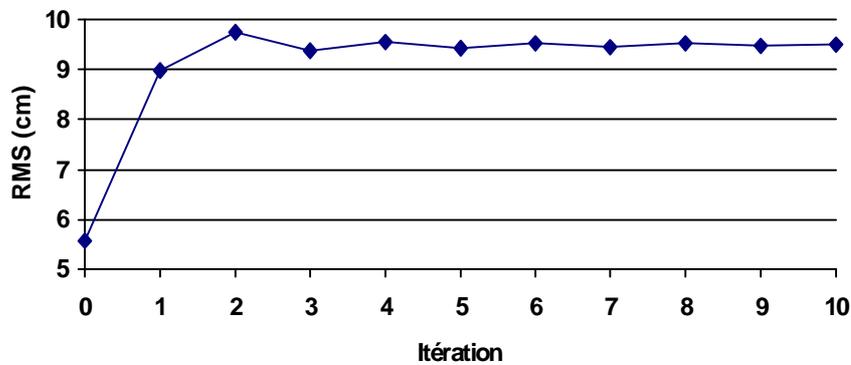


Figure 91 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $M_2$  par rapport à la base Topex en fonction du nombre d'itérations

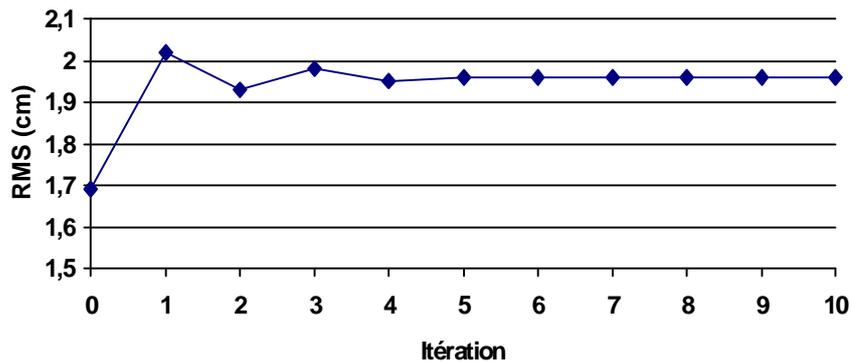


Figure 92 : RMS (en cm) des solutions calculées pour  $K_I$  par rapport à la base Topex en fonction du nombre d'itérations

Ces 4 figures nous montrent que nous avons la convergence assurée des solutions FES2000 en mode mixte forcé pour le nouveau maillage globalement atteinte en 10 itérations. Tous nos calculs en mode forcé avec le nouveau maillage nécessitent donc 10 itérations. Le saut de RMS que nous pouvons constater entre l'itération 0 et l'itération 1 s'explique par le fait que pour

initialiser notre processus itératif, nous imposons initialement des vitesses arbitraires de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  qui sont valables en milieu côtier, mais bien trop fortes en plein océan (plutôt de l'ordre du  $\text{cm.s}^{-1}$ ), il faut donc une à deux itérations supplémentaires pour obtenir un champ de vitesses de nature plus physique aussi bien en petits fonds qu'en plein océan.

### 13.5.3 Calcul des solutions libres

La résolution par blocs introduite dans la Partie 3, nous permet par linéarité de notre système, de retirer la contribution des conditions aux limites ouvertes que nous avons imposé pour calculer nos solutions. Nous obtenons alors ce que nous avons déjà nommé, les solutions libres en dénivellation. Grâce à la puissance de calcul du supercalculateur mis à notre disposition, nous avons pu calculer ces solutions libres. Le Tableau 38 donne les résultats des comparaisons de ces solutions libres pour  $M_2$  et  $K_1$  avec ST95 et la base de données Topex.

Solution libre	Comparaison avec ST95 (cm)	Comparaison avec la base Topex (cm)
$M_2$	14,4	12,3
$K_1$	1,8	1,8

Tableau 38 : Comparaison des solutions libres avec ST95 et la base de données Topex

Comme nous pouvons le voir, nous sommes loin des précisions des solutions actuelles telles FES99. Sachant que la RMS sur les données de ST95 est de 33,5 cm (11,1 cm) la comparaison de notre nouvelle solution libre  $M_2$  ( $K_1$ ) avec ST95 représente un écart aux observations d'environ 33% (16%). Avec la solution assimilée FES99, il est de 4% (10%)

Si nous considérons les données de la base Topex, la RMS sur les données est de 26,1 cm (10,5 cm) et donc la comparaison de la solution libre  $M_2$  ( $K_1$ ) avec ces données est d'environ 47% (17%). Avec la solution assimilée FES99, elle est de 3% (9%). La Figure 93 présente la différence complexe entre la solution libre FES2000 et la solution FES99 pour l'onde  $M_2$ . Globalement en plein océan, nous constatons des différences de l'ordre de plusieurs centimètres. Mais, dans la Mer du Labrador, la Mer de Weddell, la Mer de Tasmanie, le détroit de Béring, sur les plateaux Européens et Patagonien, ces différences atteignent 50 cm. Après une étude sur les phases, nous avons constaté que les différences en phases étaient minimales : elles sont donc principalement dues aux amplitudes de marées. Nous avons tracé Figure 94, la différence en amplitude pour l'onde  $M_2$  de la solution FES2000 moins la solution FES99, ce qui nous permet de déterminer les différences relatives de FES2000 par rapport à un modèle de marée en accord avec les mesures in situ. Sur la majeure partie de l'océan mondial, la nouvelle solution libre en dénivellation est plus élevée que la solution validée FES99 (à part le détroit de Madagascar la Mer de Timor et le plateau de Patagonie). Nous pouvons donc soupçonner un manque de

dissipation dans notre modèle. Nous verrons plus loin que cette hypothèse est confirmée par un bilan énergétique de la marée.

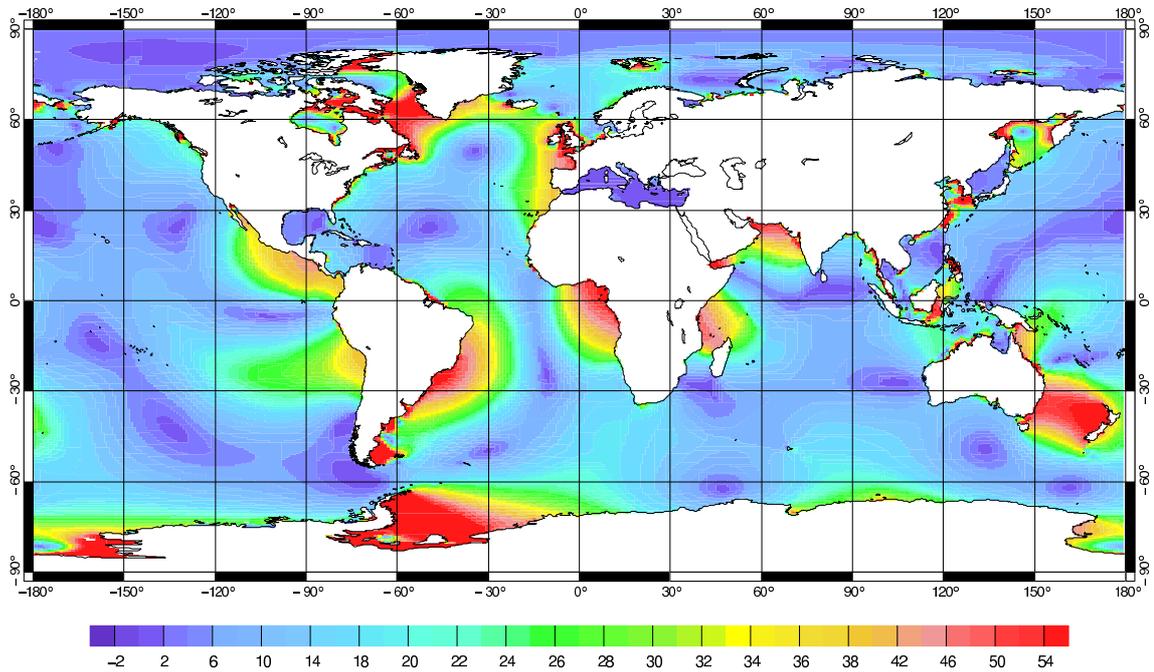


Figure 93 : Comparaison complexe pour  $M_2$  de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm)

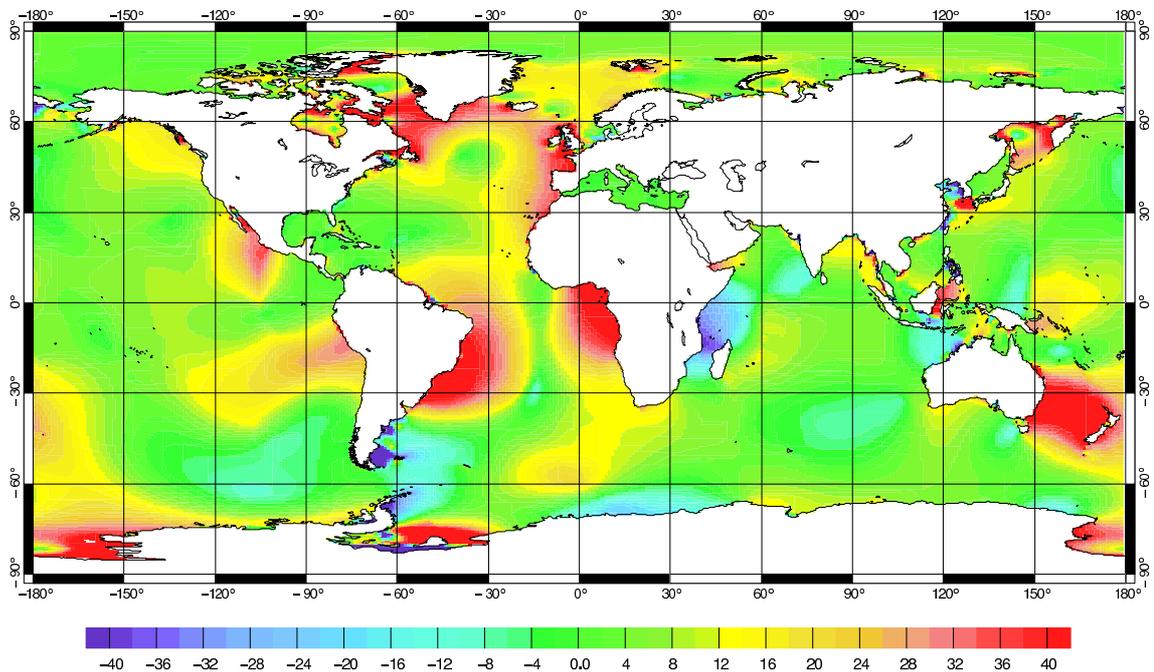
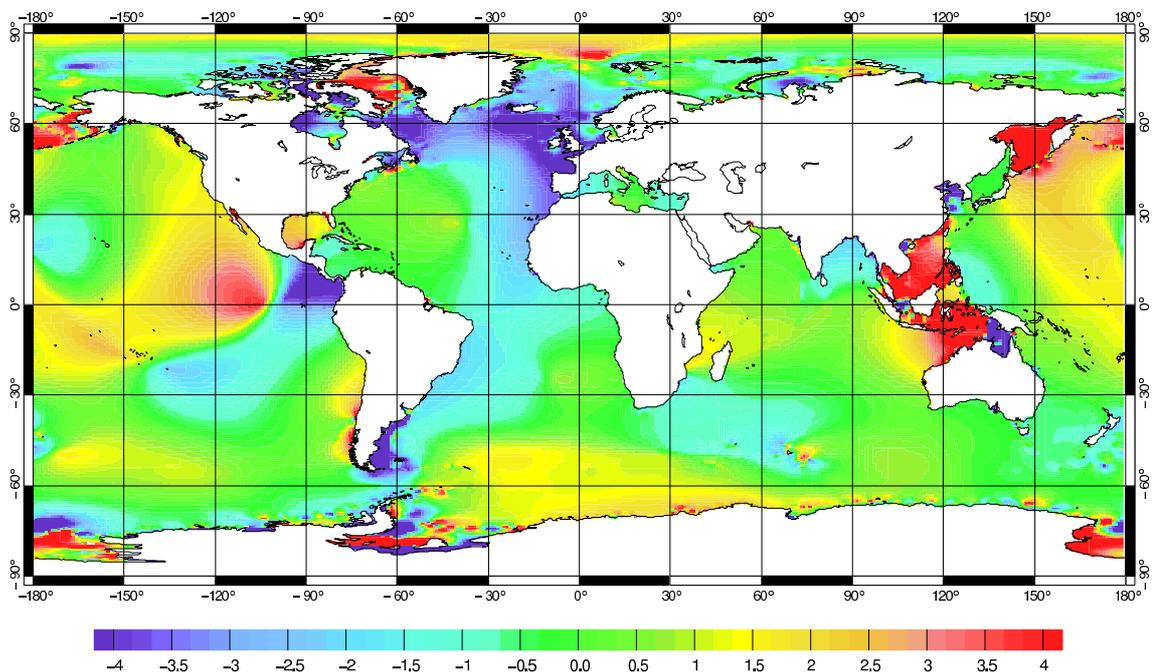


Figure 94 : Différence en amplitude pour  $M_2$  de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm)

De même que pour l'onde  $M_2$ , la Figure 95 présente la différence en amplitude de la solution libre FES2000 moins la solution FES99 pour l'onde  $K_1$ . Les différences sont moins marquées que pour  $M_2$ . Si, majoritairement, l'amplitude de FES2000 est plus élevée dans le Pacifique et

une grande partie de l'Indien, ce n'est pas le cas dans l'Atlantique Nord. Pour  $K_1$ , nous n'avons pas comme pour  $M_2$  une amplitude uniformément trop forte de FES2000 par rapport à FES99.



**Figure 95 : Différence en amplitude pour  $K_1$  de la solution FES2000 et de la solution FES99 (différences en cm)**

Nous constatons le même phénomène que pour les solutions libres de FES98 et FES99 : la comparaison des nouvelles solutions libres n'est pas en bon accord avec les données de terrain et les modèles validés de marées. Nous pouvons soupçonner notre modèle de faire des approximations trop restrictives quant à la représentation physique du phénomène des marées. Par exemple, CEFMO ne modélise que les ondes de marées barotropes et ne tient pas compte des ondes baroclines. Il manque donc au moins une paramétrisation dans notre résolution. Le processus itératif présenté Figure 88 montre bien que le calcul des dénivellations de marée est issu du calcul des vitesses des marées et donc des coefficients de frottement que nous avons sur le fond des régions océaniques. Il est donc légitime de penser que si nous avons un problème de paramétrisation dans la résolution de nos équations, il faut regarder de près les vitesses et plus particulièrement le frottement qui est la base même de la physique de la marée océanique. Nous allons tenter d'identifier ce manque par une étude du bilan énergétique des marées issues de nos nouvelles solutions libres FES dans le paragraphe suivant. En effet, nous nous permettons de le rappeler, le but ultime des études en cours au LEGOS sur ces nouvelles solution FES est d'obtenir une solution de marée sans introduire d'information de mesures de terrain, donc sans condition aux limites ouvertes et sans assimilation de données.

## 13.6 Bilan énergétique

### 13.6.1 Intérêt du bilan énergétique des marées

Plusieurs études sur la dissipation des marées océaniques ont été entreprises [Munk, 1997]. La plupart de ces études ont été réalisées pour l'onde  $M_2$  qui est, du point de vue des courants de marées, largement prédominante. Elle est donc bien représentative à elle seule des bilans énergétiques pouvant être fait pour la marée globale. Nous nous intéresserons dans la suite à la seule onde  $M_2$ . Pour calculer les bilans énergétiques de la marée  $M_2$ , il faut disposer des champs de dénivellations et de vitesses de cette marée à l'échelle globale. En général ces champs utilisés pour calculer des bilans énergétiques sont issus de modèles hydrodynamiques [Le Provost and Lyard, 1997] de modèles empiriques utilisant l'altimétrie [Church et al., 2000; Egbert, 1997] ou encore de modèles hydrodynamiques assimilant des données altimétriques [Kantha et al., 1995]. En effet, grâce à ces champs et grâce aux équations de la marée ces bilans peuvent être calculés. Si ces champs sont bons physiquement et si les équations sont exactes, nous devrions avoir un équilibre entre les flux d'énergie que les marées génèrent en déplaçant les masses d'eaux océaniques et l'énergie qui est apportée par les astres générant les marées plus l'énergie que ces mêmes marées dissipent sur le fond océanique. A l'heure actuelle, les estimations pour l'onde  $M_2$  sont que la Lune apporte environ 2,5 TW aux masses océaniques [Munk, 1997].

### 13.6.2 Equations de l'énergie dans le modèle hydrodynamique éléments finis

#### 13.6.2.1 Energie de marée

En reprenant les notations de Le Provost et Lyard [1997], l'énergie  $\varepsilon$  par unité de surface d'une colonne d'eau élémentaire est donnée par :

$$\varepsilon = \int_{-H}^{\zeta} \rho \left( gz + \frac{1}{2} u^2 \right) dz = \rho h \left[ \frac{1}{2} u^2 + g\zeta \right] \quad (13.141)$$

avec :

- $(\lambda, \varphi, a)$  : les coordonnées géocentriques avec  $a$  le rayon de la Terre ;
- $t$  : le temps ;
- $\rho$  : la densité de l'eau de mer ;
- $\zeta$  : la coordonnée verticale ;

- $z(\lambda, \varphi, t)$  : l'élévation de la surface océanique ;
- $H(\lambda, \varphi)$  : la profondeur d'eau moyenne ;
- $h(\lambda, \varphi, t)$  : la profondeur d'eau instantanée ( $h = H + \zeta$ ) ;
- $\vec{u}(\lambda, \varphi, t)$  : la vitesse barotrope horizontale ;
- $g$  : la constante de gravité.

Le bilan énergétique est obtenu des équations de la marée [Lyard, 1997] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon - \frac{1}{2} \rho g h \right) + \vec{\nabla} \cdot \varepsilon \vec{u} = \rho h \vec{u} \cdot g \vec{\nabla} (\Pi - g \delta) - \rho h \vec{u} \cdot \vec{D} \quad (13.142)$$

avec :

- $\Pi$  : le potentiel global de la marée (astronomique + effets de charge + auto-attraction) ;
- $\delta$  : l'élévation des fonds océaniques dus aux marées terrestres et aux effets de charges ;
- $\vec{D}$  : la force de frottement sur les couche limite du fond océanique.

Ainsi le seul phénomène dissipatif qui est considéré ici est dû au frottement de fond. La dissipation causée par la diffusion latérale et par les ondes internes est ignorée. Nous verrons plus loin les conséquences possibles de cette approximation.

En intégrant sur un espace  $\Omega$  délimité par ces frontières  $\partial\Omega$  et en moyennant sur une période  $T$ , nous obtenons :

$$F = P + D \quad (13.143)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{flux d'énergie : } F = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \oint_{\partial\Omega} \left[ \rho h \left( g \zeta + \frac{1}{2} u^2 \right) \right] \vec{u} \cdot \vec{n} dl \right\} dt \\ \text{apport gravitationnel : } P = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint_{\Omega} \rho h \vec{u} \cdot \vec{\nabla} (\Pi - g \delta) ds \right\} dt \\ \text{dissipation : } D = - \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint_{\Omega} \rho h \vec{u} \cdot \vec{D} ds \right\} dt \end{array} \right. \quad (13.144)$$

Due à la périodicité des marées, seuls les termes intégraux pairs sont non-nuls :

$$F = \int_0^T \left\{ \oint_{\partial\Omega} \rho \zeta \left( gH + \frac{1}{2} u^2 \right) \vec{u} \cdot \vec{n} dl \right\} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint_{\Omega} \rho H \vec{u} \cdot \vec{\nabla} (\Pi - g\delta) ds \right\} dt - \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \iint_{\Omega} \rho H \vec{u} \cdot \vec{D} ds \right\} dt \quad (13.145)$$

Ainsi, le flux d'énergie au travers des frontières ouvertes  $\partial\Omega$  du domaine océanique  $\Omega$  doit correspondre au travail fourni par le forçage astronomique et l'élévation de la surface des océans due à la marée moins la dissipation.

### 13.6.2.2 Dissipation de la marée

Dans le modèle CEFMO, le frottement  $\vec{D}$  est paramétrisé au moyen d'un coefficient adimensionnel  $C_f$  de type Chézy par la relation :

$$\vec{D} = \frac{C_f}{H} \|\vec{u}\| \vec{u} \quad (13.146)$$

La forme non-linéaire et non analytique nous pose un problème car nous ne pouvons pas adopter une approche linéaire pour le calcul des bilans énergétiques. En effet le spectre de marée est composé d'un très grand nombre d'ondes périodiques qui interagissent entre elles. Comme nous l'avons vu précédemment, dans le cadre de CEFMO, le coefficient de frottement est quasi linéarisé grâce à la supposition d'une onde dominante (cf. [Le Provost and Lyard, 1997] pour plus de détails). Pour chaque onde d'indice  $k$ , le frottement s'écrit sous la forme :

$$\vec{D}_k = \left[ \frac{C_f}{H} \|\vec{u}\| \vec{u} \right]_k = \begin{bmatrix} r_k & r'_k \\ r''_k & r'''_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_k \\ \nu_k \end{bmatrix} \quad (13.147)$$

avec :

- $(\nu_k, \mu_k)$  les composantes sud-nord et ouest-est complexes de la vitesse de la composante  $k$  ;
- $(r_k, r'_k, r''_k, r'''_k)$  les coefficients de frottements quasi-linéarisés.

Nous donnons l'expression de ces coefficients dans la Partie 1.

Pendant *Le Provost et Lyard* [1997] ont montré que l'onde  $M_2$  n'est pas dominante partout (du point de vu des vitesses). L'onde  $K_1$  est plus importante dans certaines zones (Mer d'Okhotsk, plateau de Sunda en Malaise et quelques zones autour de l'Antarctique). C'est pourquoi, le coefficient de frottement utilisé pour nos calculs est plus complexe car il prend en compte les effets de  $M_2$  et de  $K_1$  simultanément. Le frottement est ainsi évalué par :

$$\bar{D}_{M_2} = \begin{bmatrix} r_1 \mu_{M_2} + r_1' \nu_{M_2} \\ r_1'' \mu_{M_2} + r_1''' \nu_{M_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_2 \mu_{M_2} + r_2' \nu_{M_2} \\ r_2'' \mu_{M_2} + r_2''' \nu_{M_2} \end{bmatrix} \quad (13.148)$$

sachant que :

- la première matrice représente l'interaction de  $M_2$  avec les ondes semi-diurnes
- la deuxième matrice représente l'interaction de  $M_2$  avec les ondes diurnes.
- $(r_1, r_1', r_1'', r_1''')$  sont les coefficients de frottement calculé à partir des champs de vitesses de  $M_2$  en supposant que  $M_2$  est dominante.
- $(r_2, r_2', r_2'', r_2''')$  sont les coefficients de frottement calculé à partir des champs de vitesses de  $K_I$  en supposant que  $M_2$  n'est pas dominante.

Le premier (second) terme est prépondérant quand  $M_2$  ( $K_I$ ) est dominant.

Ainsi, pour l'onde  $M_2$ , l'énergie dissipée par le frottement de fond est la somme de deux termes :

$$D = D_1 + D_2 \quad (13.149)$$

- $D_1$  est l'énergie dissipée par les ondes semi-diurnes
- $D_2$  est l'énergie dissipée par l'interaction de  $M_2$  avec les ondes diurnes.

### 13.6.3 Bilan énergétique des solutions libres

Au moyen des équations présentées dans le paragraphe précédent, nous pouvons calculer les différentes énergie mises en jeu dans le processus dynamique des marées océaniques pour l'onde  $M_2$  (Tableau 39). Dans le Tableau 39, P1 représente l'énergie relative au forçage astronomique et aux marées terrestres, P2 l'énergie relative aux effets de charges et d'auto-attraction ( $P=P1+P2$ ), D1 l'énergie relative au frottement de  $M_2$  sur les semi-diurnes, D2 l'énergie relative au frottement de  $M_2$  sur les diurnes ( $D=D1+D2$ ).

Bassin	Surface 10 <sup>6</sup> km <sup>2</sup>	P1	P2	P	D1	D2	D	Balance
Arctic	11,863	-3,5	-6,2	-9,7	-132,2	-37,0	-169,2	-178,9
Atlantic	78,551	1439,9	-37,4	1402,5	-366,7	-51,2	-417,9	984,6
Europe	2,22	0,3	-16,2	-15,9	-459,5	-15,6	-475,0	-491,0
Indian	69,239	379,4	-164,8	214,6	-86,6	-28,2	-114,8	99,7
Indonesia	25,923	154,6	-47,4	107,2	-422,9	-256,2	-679,1	-571,9
Labrador	5,46	24,3	-23,6	0,7	-669,7	-58,6	-728,3	-727,6
Mediterr	3,074	-0,1	-0,2	-0,2	-2,3	-0,6	-2,9	-3,1
PacificN	82,929	930,2	-69,7	860,5	-227,1	-184,1	-411,3	449,3
PacificS	75,434	310,0	-118,8	191,2	-257,1	-40,4	-297,5	-106,3
Patagonia	4,144	5,7	2,3	8,1	-29,2	-8,8	-38,0	-29,9
Ross	0,904	0,2	0,0	0,2	-66,6	-35,0	-101,7	-101,5
Weddel	2,407	10,4	-0,3	10,0	-88,7	-55,1	-143,9	-133,8
Total	362,148	3251,4	-482,4	2769,0	-2808,7	-770,8	-3579,5	-810,5

Tableau 39 : Bilan d'énergie de la solution libre  $M_2$  (énergie en Giga watts)

Comparons ces résultats avec ceux obtenus par *Le Provost et Lyard* [1997] grâce aux champs de vitesses calculés avec FES94.1 pour les grands bassins océaniques :

Bassin	Surface 10 <sup>6</sup> km <sup>2</sup>	P	D	Balance
Arctic	11,6	-7	-98	-105
AtlanticN	42,5	194	-850	-656
AtlanticS	48,3	680	-261	419
Indian	73,6	541	-239	302
PacificN	73,4	518	-441	77
PacificS	107	281	-120	161

Tableau 40 : Bilan énergétique obtenus par *Le Provost et Lyard* pour  $M_2$  avec le modèle FES94.1

Il faut noter que nos bassins et ceux de *Le Provost et Lyard* ne sont pas rigoureusement identiques (cf. surfaces) car les maillages utilisés pour calculer FES94.1 et FES2000 sont différents. C'est pourquoi, nous avons essayé dans la mesure du possible de reconstruire les quatre principaux bassins entre les deux solutions en sommant les bilans énergétiques. Nous avons obtenu les quatre bassins suivants : Arctique, Atlantique, Indien et Pacifique. Afin de quantifier les différences entre les énergies, nous avons calculé les rapports de l'apport énergétique et de la dissipation déduites des vitesses de FES2000 avec ceux calculés à partir de FES94.1 sur les quatre bassins (Tableau 41).

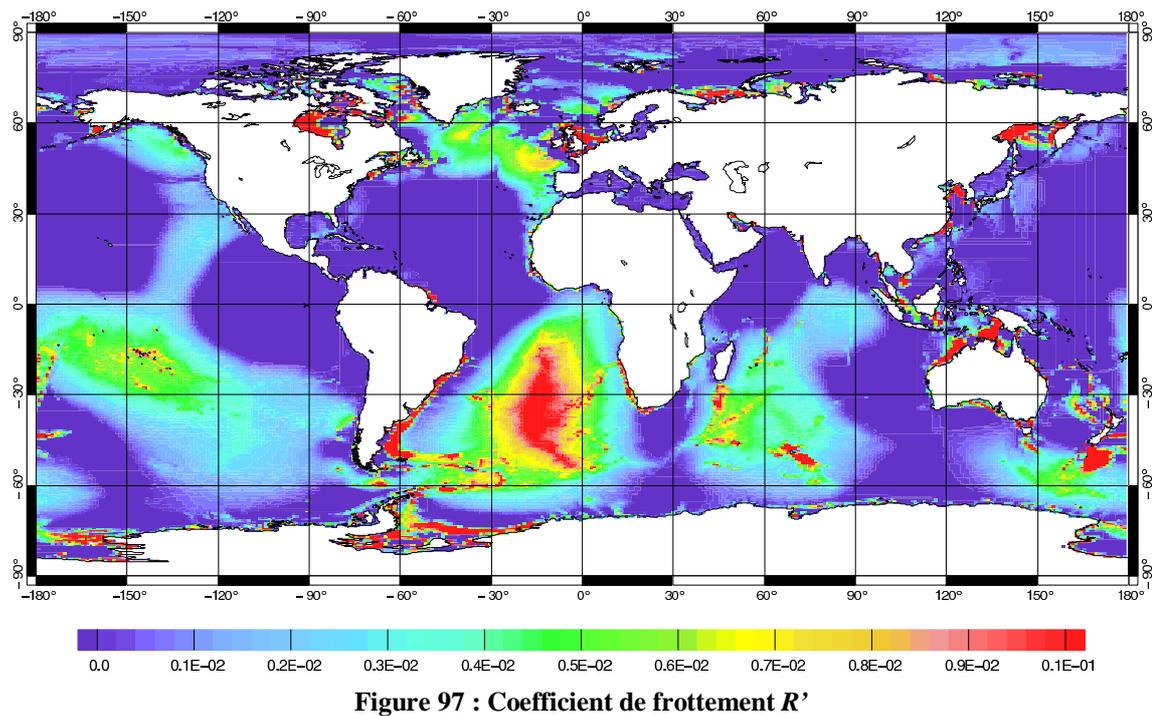
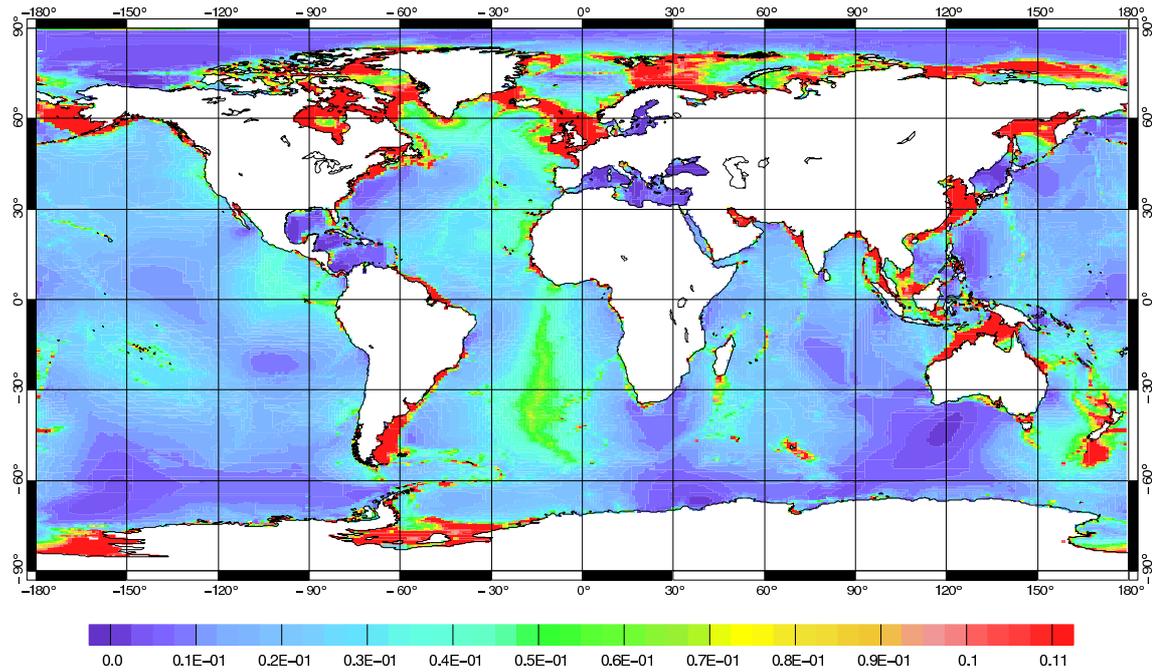
Bassin	P (FES94)	P (FES2000)	Rapport P	D (FES94)	D (FES2000)	Rapport D
Arctique	-7	-10	1,43	-98	-169	1,72
Atlantique	874	1405	1,61	-1111	-1806	1,63
Indien	541	215	0,40	-239	-115	0,48
Pacifique	799	1159	1,45	-561	-1490	2,66

**Tableau 41 : Rapport des bilans énergétiques des solutions libres de FES2000 par rapport aux solutions de FES94.1**

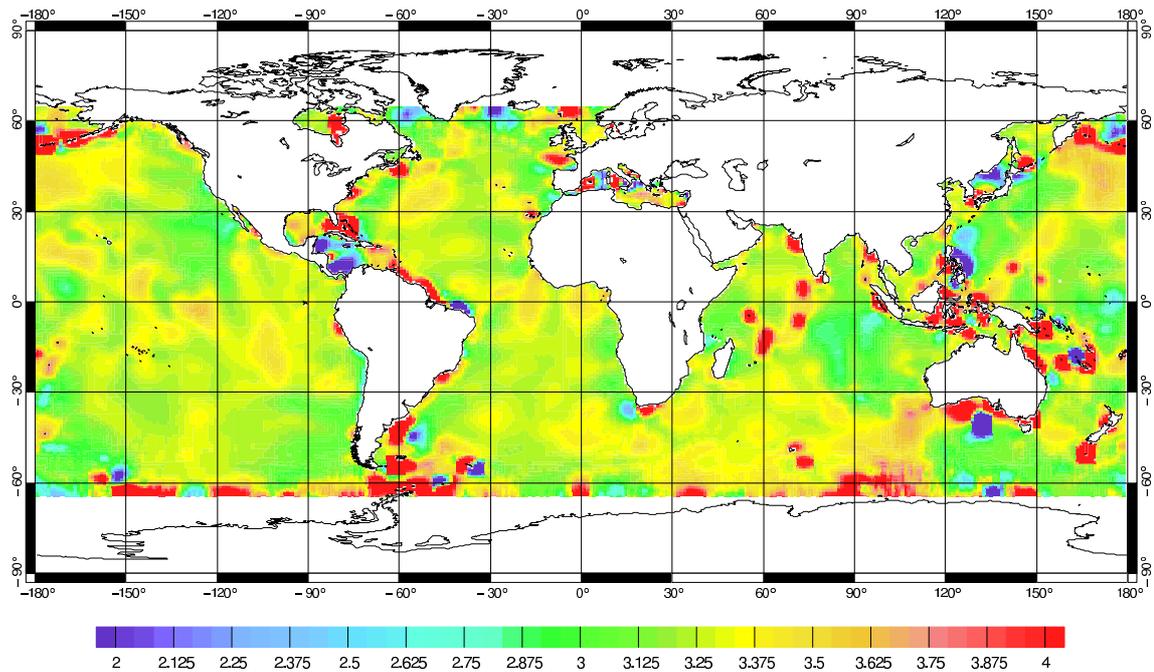
Les résultats du Tableau 41 sont assez difficiles à interpréter car les zones de comparaisons entre FES94.1 et FES2000 ne sont pas rigoureusement identiques. Cependant, il ressort que pour trois des quatre bassins (Arctique, Atlantique et Pacifique) les apports astronomiques et les dissipations calculées avec les solutions FES2000 sont plus élevées que pour celles calculées avec FES94.1. La dissipation obtenue avec FES94.1 a été validée par d'autres travaux indépendants [Church et al., 2000; Egbert, 1997; Kantha et al., 1995; Munk, 1997]. C'est donc la dissipation obtenue avec les solutions libres FES2000 qui est trop forte (3579,5 GW ce qui est environ 78% trop fort comparé aux 2010 GW obtenus avec FES94.1). Cette constatation est confirmée par notre étude sur les amplitudes de FES2000 (paragraphe 13.5.3) qui nous a montré que les amplitudes de marées sont trop fortes et donc que le phénomène dissipatif est trop faible. Nous savons que la dissipation est proportionnelle au cube de la vitesse. Les vitesses obtenues avec FES2000 sont donc trop fortes, ce qui conduit à penser que les coefficients de frottement qui sont introduit dans le calcul itératif de CEFMO sont trop faibles. Sous forme tensorielle, les coefficients de frottement pour l'onde  $M_2$  s'écrivent sous la forme de (13.147). Les coefficients  $r$ ,  $r'$ ,  $r''$  et  $r'''$  sont des fonctions de  $R$  et  $R'$  (deux termes introduits dans la Partie 1 de cette thèse) dans les équations quasi-linéarisées [Le Provost and Vincent, 1986]. Dans le cas de l'onde dominante  $M_2$  nous avons :

$$\begin{cases} r = r''' = \frac{C_f}{H} R \\ r' = r'' = j \frac{C_f}{H} R' \end{cases} \quad (13.150)$$

Pour avoir un ordre d'idée de la distribution des coefficients de frottements issus de notre code de calcul, nous avons tracé les valeurs de  $R$  et  $R'$  après 10 itérations du code CEFMO pour l'onde  $M_2$  (Figure 96 et Figure 97).



Nous voyons bien sur les deux figures que  $R$  est plus important que  $R'$  d'un facteur 10 environ. Dans une première approximation, nous pouvons considérer le frottement dans notre code comme linéaire et le comparer à des frottements linéaires obtenus par d'autres méthodes. Ainsi *Church et al.* [2000] ont déduit une carte du coefficient de frottement sur le fond océanique (Figure 98) à partir de la dissipation globale déduite du modèle FES99 (*Church*, communication personnelle, 2000).



**Figure 98 : Coefficient de frottement linéaire calculé par Church et al.**

La Figure 96 comparée à la Figure 98 rend bien compte de la trop faible valeur de notre coefficient de frottement  $R$  en particulier en plein océan où les différences peuvent atteindre un facteur 100. Par quoi peuvent donc s'expliquer ces différences ? Dans notre modélisation des marées, nous ne prenons en compte que les vitesses de la marée barotrope. Or, nous ne tenons pas compte de l'effet barocline de la marée alors que la génération d'ondes internes due à l'effet barocline n'est pas à négliger [Munk, 1997; Ray and Mitchum, 1996]. Les vitesses de marée doivent donc être moins importantes que celles que nous calculons dans CEFMO. Les coefficients de frottement sont donc sous estimés. Il est cependant difficile de dire de combien est cette sous estimation. Le facteur 100 n'est-il pas trop élevé ?

Nous avons voulu estimer ce facteur en utilisant dans notre code les coefficients de frottement déduits par Church et al. Le champ de Church et al. est limité aux zones de grands fonds et aux zones non polaires. C'est pourquoi, nous avons remplacé notre coefficient  $R$  calculés précédemment pour obtenir les dénivellations libres de FES2000, par ce nouveau champ de frottement sur tous les fonds de profondeurs plus importantes que 500 m et dans les zones polaires. De ce nouveau champ de frottement, nous avons déduit des vitesses à partir de nos solutions libres en dénivellation. Mais la simple technique de recollement des deux champs de frottement que nous avons mis en place, pose des problèmes de raccordement (pas de continuité) entre ces deux champs. C'est pourquoi les calculs que nous avons effectués sont entachés d'erreurs numériques trop importantes pour pouvoir faire des comparaisons plus avancées. Par manque de temps nous n'avons pas pu pousser plus loin nos investigations dans cette voie.

## 13.7 Bilan sur FES2000

---

Les apports de l'étude locale dans la Mer Jaune et les Mers de Chine pour le modèle CEFMO nous ont permis d'améliorer notre code à l'échelle globale. Ainsi, nous avons régénéré une nouvelle bathymétrie mondiale adaptée à nos besoins et nous avons recréé un nouveau maillage global éléments finis trois fois plus précis que celui utilisé pour calculer FES94.1, FES95.2, FES98 et FES99. L'adaptation de CEFMO à ce nouveau maillage couplé aux nouvelles puissances de calculs fournies par l'IDRIS a permis de calculer de nouvelles solutions libres de marées FES2000. Le but de notre étude est d'obtenir une solution de marée globale indépendante de toutes données de terrain. Cependant, ces nouvelles solutions libres sont trop élevées en dénivellation. Le processus itératif de CEFMO qui lie les calculs des vitesses, de coefficients de frottement et des dénivellations, nous permet d'avancer que les vitesses sont trop élevées et donc que les coefficients de frottement sont trop faibles. Cette constatation est confirmée par l'étude de *Church et al.* [2000]. L'hypothèse de vitesse barotrope dans le calcul de CEFMO est mise en cause. En effet, les calculs ne tenant pas compte des ondes internes, ils sont biaisés par rapport au phénomène physique de la dissipation des marées océaniques. Le manque de temps ne nous a permis d'explorer plus avant cet aspect énergétique afin d'identifier le manque à apporter dans la paramétrisation de nos équations.

## Chapitre 14

### Conclusions et perspectives

L'objectif de cette thèse était de fournir aux communautés scientifique, industrielle et militaire de nouvelles solutions de marées océaniques qui soient de précision centimétrique en plein océan et de précision accrue dans les zones côtières par rapport aux modèles globaux disponibles en 1997. Dans la continuité des solutions FESs (Finite Element Solutions), une révision partielle du modèle hydrodynamique éléments finis ainsi que l'application d'une technique d'assimilation de données marégraphiques et altimétriques, ont été réalisées afin d'atteindre ce but.

Après une introduction qui a resitué le contexte et les avancées de la modélisation globale de la marée océanique à la fin de l'année 1997, la Partie I a développé les outils et les équations dont nous avons besoin pour améliorer notre modèle numérique. Dans notre étude, les composantes harmoniques du spectre de marée ont été calculées avec le modèle hydrodynamique éléments finis CEFMO (Code Eléments Finis pour la Modélisation de la Marée).

La Partie II a été consacrée aux données observées sur le terrain et à leurs traitements avant utilisation pour valider et/ou améliorer les modèles numériques. Nous avons tout d'abord présenté les mesures marégraphiques en illustrant le traitement des données par les observations d'élévation du niveau de la mer réalisées avec les appareils du réseau de marégraphes ROSAME. Puis nous avons développé les traitements à effectuer sur les données altimétriques du satellite TOPEX/Poséidon (T/P) avant leur utilisation dans notre étude.

Dans la Partie III, nous avons introduit la méthode d'assimilation par les représentés que nous avons utilisée pour améliorer nos solutions hydrodynamiques. En combinant modèle et données marégraphiques, nous avons produit la solution FES98 indépendante de la mesure altimétrique. Cette solution a singulièrement amélioré la modélisation de la marée en zone côtière. Cependant sa qualité n'atteint pas la précision des modèles assimilant des données en plein océan. C'est pourquoi nous avons calculé la solution FES99 qui assimile à la fois l'information des données

marégraphiques essentiellement en zone côtière et l'information des données altimétriques en zone pélagique. La comparaison de cette solution avec les précédentes solutions FESs, a fait ressortir sa plus grande précision. Même si elle est bonne comparée aux modèles antérieurs, nous n'obtenons toujours pas la même précision en zones profondes et peu profondes. Des améliorations doivent encore être apportées en milieu côtier. Pour cela, nous avons entrepris une étude locale sur la Mer Jaune et les Mers de Chine (zone de bathymétrie complexe où a lieu une forte dissipation de la marée) afin d'identifier les améliorations nécessaires à apporter au modèle global.

Enfin, la Partie IV présente un nouveau modèle de marée qui tient compte de l'étude locale précédente. Le calcul d'une nouvelle bathymétrie mondiale adaptée à nos besoins, la génération d'un nouveau maillage global éléments finis et la prise en compte de nouveaux paramètres d'entrée, a permis le calcul d'une nouvelle solution hydrodynamique de marée à haute résolution : FES2000. Une des perspectives de notre étude était d'obtenir une solution indépendante de toutes mesures de terrain. FES2000 est exempte de toutes mesures. Mais sa qualité n'est pas de l'ordre des meilleures solutions actuelles. Nous avons constaté un manque de dissipation dans notre modèle. Les problèmes inhérents à cette modélisation viennent principalement de l'absence de considération des effets baroclines de la marée qui génère des ondes internes.

En cette fin d'année 2000, le satellite Jason va être lancé afin de remplacer T/P, son aîné de huit ans. Les immenses progrès que T/P a apporté à l'océanographie grâce à une quantité sans précédent de mesures de qualité, laisse présager un avenir prometteur au satellite Jason. La précision des mesures requise par les futures applications nécessite une précision accrue des corrections à appliquer à ces mesures. La marée étant le principal signal bruitant la signature de la circulation océanique, les modèles globaux de marée doivent donc être de la plus grande précision possible. A l'heure actuelle, plusieurs modèles de marées sont en évaluation pour déterminer celui ou ceux qui seront utilisés dans les corrections des GDRs (Global Data Records) de Jason, comme le sont CSR3.0 [Eanes and Bettadpur, 1996] et FES95.2 [Le Provost *et al.*, 1998] pour T/P et ERS-2. Ces nouveaux modèles ont fait l'objet d'une étude préliminaire de comparaison réalisée en partie par nos soins à CLS au sein de l'équipe CALVAL [Dorandeu *et al.*, 2000]. Les caractéristiques des différents modèles évalués sont données dans le Tableau 42. Nous avons reporté les caractéristiques de CSR3.0 et FES95.2 à titre de comparaison. Si nous confrontons ce tableau à celui des caractéristiques des modèles disponibles avant 1997 (Tableau 1), nous pouvons voir que leur nombre s'est restreint mais que les 'grandes familles' de modèles sont toujours présentes. Tous ces modèles utilisent les données altimétriques de T/P et quelques-uns, des données marégraphiques. La résolution spatiale de distribution standard est

passée au demi voire au quart de degré. Le besoin de précision en milieu côtier n'est pas étranger à ce raffinement.

Nom de la solution	Modèle	Méthode	Données utilisées	Résolution (degrés)	Latitude couverte	Composantes du spectre
FES95	[Le Provost et al., 1998]	Modèle hydrodynamique non-linéaire éléments finis	T/P + Marégraphes	0.5x0.5	Global	26
CSR3.0	[Eanes and Bettadpur, 1996]	Orthotides	89 cycles T/P	0.5x0.5	66°S-66°N	60
CSR4.0	[Eanes and Shuler, 1999]	Orthotides	239 cycles T/P	0.5x0.5	66°S-66°N	60
FES99	[Lefèvre et al., 2000b]	Modèle hydrodynamique non-linéaire éléments finis	246 cycles T/P + Marégraphes	0.25x0.25	Global	30
GOT99	[Ray, 1999]	Analyse harmonique	232 cycles T/P	0.5x0.5	66°S-66°N	24
NAO99	[Matsumoto, 1999]	Modèle hydrodynamique analyse harmonique	178 cycles T/P	0.5x0.5	Global	23
YATMD4D	[Tierney et al., 2000]	Modèle hydrodynamique non-linéaire différences finies	160 cycles Topex + Marégraphes	0.25x0.25	80°S-66°N	25

Tableau 42 : Caractéristiques des modèles globaux de marées en 2000

De même que dans l'introduction du Chapitre 1, nous avons comparé les nouvelles solutions avec une base de 95 données marégraphiques pélagiques. Nous avons de nouveau utilisé une moyenne calculée à partir des ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$  du spectre de marée (Figure 99).

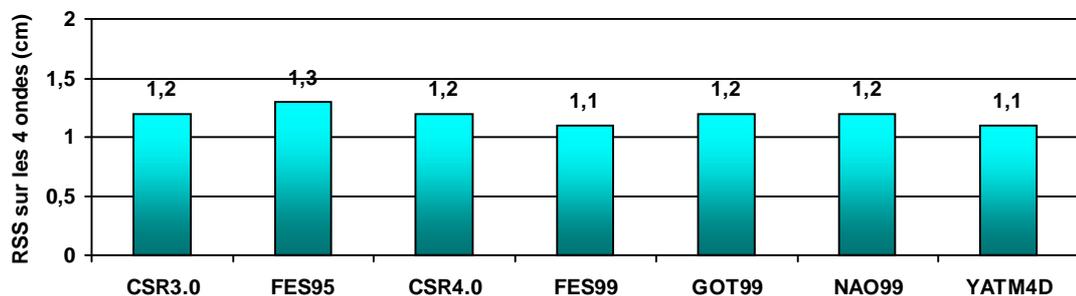
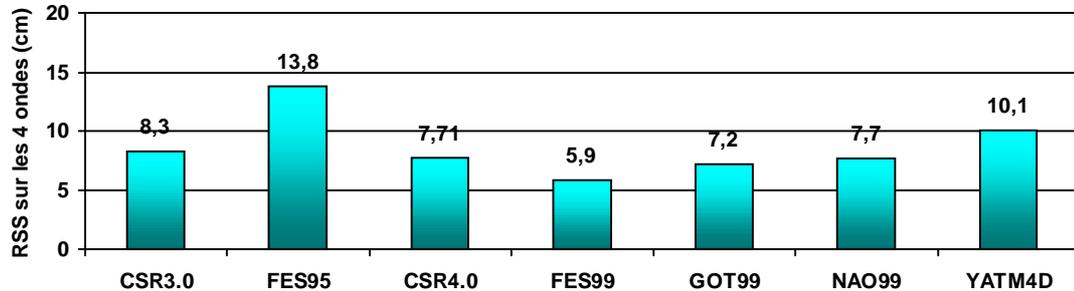


Figure 99 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 2000 par rapport à une base de données de 95 marégraphes pélagiques

Par rapport aux solutions disponibles en 1997, les solutions de 2000 sont environ 14% plus précises (FES99 comparée à CSR3.0). De plus, nous tendons vers une précision de l'ordre de 1 centimètre en zone pélagique !

Mais obtenons-nous les mêmes améliorations en zone côtière ? Le même travail de comparaison que dans l'introduction a été fait avec la base de données des 739 marégraphes côtiers pour les nouvelles solutions globales de marées (Figure 100).



**Figure 100 : Comparaisons des principaux modèles globaux de marées en 2000 par rapport à une base de données de 739 marégraphes côtiers**

Les solutions de 2000 sont environ 29% plus précises que celles de 1997 (FES99 comparée avec CSR3.0). Nous pouvons certes discuter ces résultats car les nouvelles solutions assimilent des données potentiellement utilisées dans les comparaisons. Or, les méthodes d'assimilation actuelles impliquent qu'une donnée assimilée a un impact global. C'est l'ordre de grandeur de l'amélioration qui illustre les améliorations des nouveaux modèles.

Ces deux comparaisons très simples montrent bien que les progrès dans la modélisation globale de la marée océanique permettent d'augmenter la précision en milieu côtier tout en convergeant vers une précision centimétrique en plein océan.

Il semble difficile à long terme d'améliorer encore la précision des modèles globaux en plein océan car les données utilisées dans les validations et/ou dans les méthodes d'assimilation sont entachées d'une erreur instrumentale. Les modèles risquent donc de 'creuser' dans le bruit instrumental s'ils utilisent ces données où bien ils risquent d'être comparés au bruit instrumental lui-même. Ce bruit ne peut être diminué que si nous continuons à acquérir sur le long terme de nouvelles données marégraphiques et altimétriques. En effet la technologie et les moyens de traitement faisant de grands progrès, la qualité des mesures sera accrue et permettra de réduire encore le bruit. Une meilleure modélisation de la marée en plein océan fournira donc au scientifique de nouveaux outils afin de mieux comprendre les phénomènes physiques comme l'énergie des marées et leur dissipation sur le fond océanique.

C'est dans les zones côtières qu'il reste de très nombreux champs d'exploration dans le domaine des marées. La mise en place de notre étude locale montre que nous pouvons améliorer la modélisation de la marée en zone littorale. La construction de notre nouveau maillage, qui identifie les zones de fortes dissipations, s'insère dans une méthodologie globale de simulation

qui permet de fusionner des modélisations locales très hautes résolutions avec une modélisation globale. Les applications de l'étude des marées en milieu côtier sont très nombreuses tant dans le milieu scientifique (meilleure compréhension de la dynamique des marées, de la dissipation énergétique, des flux biogéochimiques et sédimentaires, cartographie des courants côtiers marins...) que dans le milieu industriel et environnemental (prévision des marées de tempêtes, aide à la décision pour combattre les pollutions maritimes, aide à la navigation, protection du littoral, aménagement des travaux publics, protection de la faune et de la flore...).

Le modèle qui génère les solutions FESs en est maintenant arrivé à une phase opérationnelle. Et comme nous venons de le voir, dans le domaine de la modélisation des marées, les applications de ce modèle sont, à notre avis, très nombreuses. L'approche éléments finis couplée à notre nouveau maillage et à la puissance sans cesse grandissante des nouveaux supercalculateurs sont tout autant d'atouts à mettre en relation afin de mieux modéliser les marées hauturières et littorales.



## Chapitre 15

### Bibliographie

- Andersen, O.B., Global ocean tides from ERS1 and TOPEX/Poseidon, *J. Geophys. Res.*, *100*, 25,249-25,259, 1995.
- Andersen, O.B., P.L. Woodworth, and R.A. Flather, Intercomparison of recent ocean tide models, *J. Geophys. Res.*, *100*, 25,261-25,282, 1995.
- AVISO, AVISO User Handbook : Merged Topex/Poséidon Products, AVISO, Toulouse, 1996.
- Bennett, A.F., *Inverse Methods in Physical Oceanography, Monograph on Mechanics and Applied Mathematics*, Cambridge University Press, New York, 1992.
- Bennett, A.F., and P.C. McIntosh, Open ocean modeling as an inverse problem: tidal theory, *J. Phys. Oceanogr.*, *12*, 1004-1018, 1982.
- Bessero, G., *Marées*, Service Hydrographique et Océanographique de la Marine, Brest, 1985.
- Canceil, P., Restitution subdécymétrique des marées dans l'Océan Pacifique par un modèle hydrodynamique aux éléments finis, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1993.
- Cartwright, D.E., Detection of tides from artificial satellites, in *Tidal Hydrodynamics*, edited by B. Parker, pp. 547-568, John Wiley, New York, 1991.
- Cartwright, D.E., *Tides : a scientific history*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- Cartwright, D.E., and A.C. Eden, Corrected Tables of Tidal Harmonic, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, *17* (5), 619-622, 1973.
- Cartwright, D.E., W. Munk, and B. Zetler, Pelagic tidal measurements, *EOS*, *50*, 472-477, 1969.
- Cartwright, D.E., and R.D. Ray, Energetics of global ocean tides from Geosat altimetry, *J. Geophys. Res.*, *96*, 16897-16912, 1991.
- Cartwright, D.E., and R.J. Tayler, New Computations of the Tide-Generating Potential, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* (23), 45-74, 1971.

## Bibliographie

---

- Cartwright, R.E., and R.D. Ray, Oceanic Tides From Geosat Altimetry, *J. Geophys. Res.*, 95 (C3), 3069-3090, 1990.
- Cartwright, D.E., R. Spencer, J.M. Vassie, and P.L. Woodworth, The tides of the Atlantic Ocean, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A* (324), 513-563, 1988.
- Casotto, S., New Computations of the Tide-generating Potential, University of Texas, Austin, 1989.
- Cazenave, A., K. Dominh, F. Ponchaut, L. Soudarin, J.F. Crétaux, and C. Le Provost, Sea Level Change from Topex/Poseidon altimetry and tide gauges, and vertical crustal motions from DORIS, *G. Res. Let.*, 26 (14), 2077-2080, 1999.
- Cheney, R., R. Miller, R. Agreeen, N. Doyle, and J. Lillibridge, TOPEX/POSEIDON: The 2-cm solution, *J. Geophys. Res.*, 99 (C12), 24555-24564, 1994.
- Christensen, E.J., B.J. Haines, S.J. Keihm, C.S. Morris, R.A. Norman, G.H. Purcell, B.G. Williams, B.D. Wilson, G.H. Born, M.E. Parke, S.K. Gill, C.K. Shum, B.D. Tapley, R. Kolenkiewicz, and R.S. Nerem, Calibration of TOPEX/POSEIDON at Platform Harvest, *J. Geophys. Res.*, 99 (C12), 24465-24485, 1994.
- Church, J.A., O.B. Andersen, R. Coleman, and N.J. White, Estimates of deep-ocean dissipation from TOPEX/Poseidon Tidal Models, *J. Phys. Oceano*, in press, 2000.
- Darwin, G.H., Report on the harmonic analysis of tidal observation, *Brit. Ass. for Adv. Sci. Rep.*, 48-118, 1883.
- DBDB5, A digital gridded data set of global bathymetry at 5 minute intervals, Naval Ocean Research and Development Agency (NORDA) and the Naval Oceanographic Office (USNOO), 1983.
- Delaunay, B., Sur la sphère vide, *Bull. Acad. Science USSR VII: Class. Sci. Mat. Nat.*, 793-800, 1934.
- Desai, S.D., and J.M. Wahr, Empirical ocean tide models estimated from TOPEX/Poseidon altimetry, *J. Geophys. Res.*, 100 (C12), 25205-25228, 1995.
- Doodson, A.T., The harmonic developpement of the tide-generating potential, *Proceedings of the Royal Society*, 100, 305-329, 1921.
- Dorandeu, J., M. Ablain, and F. Lefèvre, New tide models evaluation - preliminary report, *AVI-NT-011-5243-CLS*, 2000.
- Dronkers, J.J., *Tidal Computations in River and Coastal Waters*, North-Holland, New York, 1964.

- 
- Eanes, R.J., and S.V. Bettadpur, The CSR3.0 global ocean tide model, Cent. for Space Res. Univ. of Tex., Austin, 1996.
- Eanes, R.J., and A. Shuler, An improved global ocean tide model from TOPEX/Poseidon altimetry : CSR4.0, in *EGS, 24th General Assembly*, The Hague, 1999.
- Egbert, G.D., Tidal data inversion: interpolation and interference, *Prog. Oceano.*, 40 (53-80), 1997.
- Egbert, G.D., and A.F. Bennett, Data Assimilation Methods for Ocean Tides, in *Modern Approaches to Data Assimilation in Ocean Modeling*, edited by P. Malanotte-Rizzoli, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1996.
- Egbert, G.D., A.F. Bennett, and M.G.G. Foreman, TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model, *J. Geophys. Res.*, 99, 24,821-24,852, 1994.
- Farrell, W.E., Deformation of the earth by surface loads, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10, 761-797, 1972.
- Francis, O., and P. Mazzega, Global charts of ocean tide loading effects, *J. Geophys. Res.*, 95, 11,411-11,424, 1990.
- Fu, L.L., C.A. Christensen, C.A. Yamarone Jr. , J.M. Lefebvre, Y. Ménard, M. Dorrer, and P. Escudier, TOPEX/Poseidon mission overview, *J. Geophys. Res.*, 99 (C12), 24369-24381, 1994.
- Gaspar, P., F. Ogor, P.Y. Le Traon, and O.Z. Zanife, Estimating the sea state bias of the TOPEX and POSEIDON altimeters from crossover differences, *J. Geophys. Res.*, 99 (C12), 24981-24994, 1994.
- GEBCO97, Digital Atlas, International Oceanographic Commission, International Hydrographic Organization, Natural Environment Research Council, 1997.
- Genco, M.L., Les marées dans l'Océan Atlantique : Modélisation et Bilan Energétique, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.
- Gill, A.E., *Atmospheric - Ocean Dynamics*, Academic Press, San Diego, California, 1982.
- Glorioso, P.D., and R.A. Flather, The Patagonian Shelf tides, *Prog. Oceanog.*, 40, pp. 263-293, 1997.
- Hartmann, T., and H.-G. Wenzel, The harmonic development of the Earth tide generating potential due to the direct effect of the planets, *Geophys. Res. Lett.*, 21 (18), 1991-1993, 1994.
- Hartmann, T., and H.-G. Wenzel, The HW95 tidal potential catalogue, *Geophys. Res. Lett.*, 22 (24), 3553-3556, 1995.

## Bibliographie

---

- Hendershott, M.C., The effects of solid earth deformation on global ocean tide, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 29, 389-402, 1972.
- Hugues, C.W., Rossby waves in the Southern Ocean: a comparison of TOPEX/POSEIDON altimetry with model prediction, *J. Geophys. Res.*, 100 (C8), 15933-15950, 1995.
- Hyacinthe, J.L., and J. Kravtchenko, Modèle mathématique des marées littorales - Calcul numérique sur l'exemple de la Manche., *La Houille Blanche*, 6, 639-650, 1967.
- Hydrographer of the Navy, *Admiralty Tide Tables and Tidal Stream Tables / Pacific Ocean and Adjacent Seas 1993*, Hydrographic Office, England, 1992.
- International Hydrographic Office, *Tidal Constituent Bank Station Catalogue*, Ocean Aquat. Sci., Dep. of Fish and Oceans, Ottawa, Ont. Canada, 1979.
- Jourdin, F., Assimilation de mesures marégraphiques et altimétriques dans un modèle hydrodynamique de marée océanique, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1992.
- Jourdin, F., O. Francis, P. Vincent, and P. Mazzega, Some results of heterogeneous data inversions for ocean tides, *J. Geophys. Res.*, 96, 20267-20288, 1991.
- Kang, S.K., S.-R. Lee, and H.-J. Lie, Fine grid tidal modeling of the Yellow and East China Seas, *Cont. Shelf Res.*, 18, 739-772, 1998.
- Kantha, L.H., Barotropic tides in the global oceans from a nonlinear tidal model assimilating altimetric tides, 1. Model description and results, *J. Geophys. Res.*, 100 (C12), 25283-25308, 1995.
- Kantha, L.H., C. Tierney, J.W. Lopez, S.D. Desai, M.E. Parke, and L. Dexler, Barotropic tides in the global oceans from a nonlinear tidal model assimilating altimetric tides, 2. Altimetric and geophysical implications, *J. Geophys. Res.*, 100 (C12), 25,309-25,317, 1995.
- Korea Electric Company, Korea tidal power study, 1978 : Phase I, Korea Ocean Res. and Dev. Inst., Korea Inst. of Sci. and Technol, Shawinigan Eng. Co., Ltd., Seoul, South Korea, 1978.
- Le Provost, C., Contribution à l'étude des marées dans les mers littorales: Application à la Manche, Univ. Sci. et Médicale de Grenoble et Inst. Nat. Polytech., Grenoble, 1973.
- Le Provost, C., Generation of overtides and compound tides, in *Tidal Hydrodynamics*, edited by B.B. Parker, pp. 269-296, John Wiley, New York, 1991.
- Le Provost, C., A new in situ reference data set for ocean tides, in *AVISO Newsletter*, 1994.

- 
- Le Provost, C., M.L. Genco, F. Lyard, P. Vincent, and P. Canceil, Spectroscopy of the world ocean tides from a finite element hydrodynamic model, *J. Geophys. Res.*, *99*, 24,777-24,797, 1994.
- Le Provost, C., and F. Lyard, Energetics of the M2 barotropic ocean tides: An estimate of bottom friction dissipation from a hydrodynamic model, *Prog. Oceanogr.*, *40*, 37-52, 1997.
- Le Provost, C., F. Lyard, and J. Molines, Improving ocean tide predictions by using additional semidiurnal constituents from spline interpolation in the frequency domain, *Geo. Res. Let.*, *18* (5), 845-848, 1991.
- Le Provost, C., F. Lyard, J.M. Molines, M.L. Genco, and F. Rabilloud, A hydrodynamic ocean tide model improved by assimilating a satellite altimeter-derived data set, *J. Geophys. Res.*, *103*, 5513-5529, 1998.
- Le Provost, C., and A. Poncet, Finite element method for spectral modeling of tides, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, *12*, 853-871, 1978.
- Le Provost, C., G. Rougier, and A. Poncet, Numerical modeling of the harmonic constituents of the tides, with application to the English Channel, *J. Phys. Oceanogr.*, *11*, 1123-1138, 1981.
- Le Provost, C., and P. Vincent, Some tests of precision for a finite element model of ocean tides, *J. Comput. Phys.*, *65*, 273-291, 1986.
- Lefèvre, F., Mission océanographique Nivmer98, LEGOS/GRGS - UMR5566/ CNRS/ CNES/ UPS, Toulouse, 1999.
- Lefèvre, F., Mission océanographique Nivmer99, LEGOS/GRGS - UMR5566/ CNRS/ CNES/ UPS, Toulouse, 2000.
- Lefèvre, F., C. Le Provost, and F. Lyard, FES98 : a new tide finite element solution using the representer method, in *July 1999 Summer School on Inverse Methods and Data Assimilation*, Bennet, A.F., Oregon State University - College of Oceanic and Atmospheric Sciences - Corvallis, Oregon, 1999a.
- Lefèvre, F., C. Le Provost, and F. Lyard, Selection of tidal constants from the world coastlines : focus on the Arctic, Atlantic and Indian Oceans, in *IOC Group of Experts on the Global Sea Level Observing System (GLOSS)*, Sixth Session, Toulouse, France, 10-11 may, 1999b.
- Lefèvre, F., C. Le Provost, and F.H. Lyard, How can we improve a global ocean tide model at a regional scale? A test on the Yellow Sea and the East China Sea, *J. Geophys. Res.*, *105* (C4), 8707-8726, 1999c.

- Lefèvre, F., C. Le Provost, and F.H. Lyard, FES98 : a new global tide finite element solution independent of altimetry, *Geophys. Res. Let.*, *submitted*, 2000a.
- Lefèvre, F., F. Lyard, C. Le Provost, and E.J.O. Schrama, FES99 : a tide finite element solution assimilating tide gauge and altimetric information, *J. Geophys. Res.*, *submitted*, 2000b.
- Love, A.E.H., *Some problems of Geodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1911.
- Luettich, R.A.J., and J.J. Westerink, Continental shelf scale convergence studies with a barotropic tidal model, in *Quantitative Skill Assessment for Coastal Ocean Models, Coastal Estuarine Stud.*, edited by D.R. Lynch, and A.M. Davies, pp. 349-371, AGU, Washington D.C., 1995.
- Lyard, F., Modélisation de la marée océanique : Application à l'Océan Indien, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1992.
- Lyard, F., The tides in the Arctic Ocean from a finite element model, *J. Geophys. Res.*, *102*, 15,611-15,638, 1997.
- Lyard, F., Long period tides determination from a hydrodynamic and assimilation tidal model, GeoFoschung Zentrum, Postdam, Germany, 1998.
- Lyard, F.H., Data assimilation in a wave equation: A variational representer approach for the Grenoble tidal model, *J. Comp. Phys.*, *149*, 1-31, 1999.
- Ma, X.C., C.K. Shum, R.J. Eanes, and B.D. Tapley, Determination of ocean tides from the first year of TOPEX/Poseidon altimeter measurements, *J. Geophys. Res.*, *99* (C12), 24809-24820, 1994.
- Matsumoto, K., NAO99 tidal prediction system, [http://www.miz.nao.ac.jp/staffs/nao99/index\\_En.html](http://www.miz.nao.ac.jp/staffs/nao99/index_En.html), 1999.
- Matsumoto, K., M. Ooe, T. Sato, and J. Segawa, Ocean tide model obtained from TOPEX/Poseidon altimetry data, *J. Geophys. Res.*, *100*, 25319-25330, 1995.
- Mazzege, P., M<sub>2</sub> model of the Global Ocean Tide Drived from SEASAT Altimetry, *Mar. Geod.*, *9* (335-363), 1985.
- Ménard, Y., E. Jeansou, and P. Vincent, Calibration of TOPEX/POSEIDON at Lampedusa: additional results at Harvest, *J. Geophys. Res.*, *99* (C12), 24487-24504, 1994.
- MEOM, Le projet NIVMER - Mesure du niveau de la mer dans la zone pré-antarctique de l'Océan Indien, UJF/CNRS/INPG, Grenoble, 1994.
- Miller, G.R., The flux of tidal energy out of the deep oceans, *J. Geophys. Res.*, *71*, 2485-2489, 1966.

- Mitchum, G., Comparison of TOPEX sea surface heights and tide gauge sea levels, *J. Geophys. Res.*, 99 (C12), 24541-24554, 1994.
- Munk, W., One again : once again - tidal friction, *Prog. Oceano.*, 40, 7-35, 1997.
- Munk, W.H., and D.E. Cartwright, Tidal spectroscopy and prediction, *Phil. Trans Roy. Soc.*, 259 (1105), 553-581, 1966.
- National Geographic Data Center, ETOP05 : Bathymetry/Topography Data, U.S. Dep. of Com., Washington D.C., 1987.
- Newcomb, S., Tables of the Motion of the Earth on its Axis and Around the Sun, *Astron. Pap. Amer. Ephem. Naut. Almanach*, 6 (Part 1), 1895.
- Newton, I., *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Streater, London, 1687.
- Park, Y.H., and B. Saint Guily, Sea Level variability in Crozet-Kerguelen-Amsterdam area from bottom pressure and Geosat altimetry, in Sea Level Changes: Determination and effects, in *Geoph. Monog. 69*, edited by AGU, pp. 117-131, AGU, Washington D.C., 1992.
- Parke, M.E., O1, P1, N2 models of the global ocean tide on an elastic earth plus surface potential and spherical harmonic decompositions for M2, S2 and K1, *Marine Geodesy*, 6 (1), 35-81, 1882.
- Parke, M.E., and M.C. Hendershott, M2, S2, K1 models of the global ocean tide on an elastic earth, *Marine Geodesy*, 3, 379-408, 1980.
- Parke, M.E., R.H. Stewart, D.L. Farless, and D.E. Cartwright, On the choice of orbits for an altimetric satellite to study ocean circulation and tides, *J. Geophys. Res.*, 92, 11693-11707, 1987.
- Parker, B., The relative importance of the various nonlinear mechanisms in a wide range of tidal interactions, in *Tidal Hydrodynamics*, edited by B.B. Parker, pp. 237-268, John Wiley, New York, 1991.
- Pekeris, C.L., and Y. Accad, Solution of Laplace's Equations for the M<sub>2</sub> Tide in the World Oceans, *Phil. Trans. R. Soc. London*, A265, 413-436, 1969.
- Pingree, R.D., and D.K. Griffiths, Tidal friction for semi-diurnal tides, *Cont. Shelf Res.*, 7, 1181-1209, 1987.
- Poncet, A., Autour de l'écriture d'un code éléments finis, Université Scientifique Technologique et Médicale de Grenoble, Grenoble, 1979.
- Ponchaut, F., Analyse de séries altimétriques, LEGOS, Toulouse, 1998.

- Ponchaut, F., F.H. Lyard, and C. Le Provost, The WSLA98 : A comprehensive analysis of the tidal signal in the WOCE Sea Level data and its application, *submitted to Journ. of Atm. and Ocean. Technics*, 1999.
- Pugh, D.T., *Tides, Surges and Mean Sea-Level*, John Wiley & sons, 1987.
- Ray, R., A Global Ocean Tide Model From TOPEX/Poseidon Altimetry/ GOT99.2, pp. 58, Goddard Space Flight Center/NASA, Greenbelt, MD, 1999.
- Ray, R.D., and G.T. Mitchum, Surface manifestation of internal tides generated near Hawaii, *Geophys. Res. Let.*, 23 (16), 2101-2104, 1996.
- Ray, R.D., and P.L. Woodworth, Preface to Special Issue on Tidal Science, *Prog. Oceanogr.*, 40, 1-6, 1997.
- Rougier, G., *Modélisation Spectrale des Marées dans les Mers Littorales*, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1979.
- Ruppert, J., A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation, *Journal of Algorithms*, 18 (3), 548-585, 1995.
- Saint Guily, B., and A. Lamy, Ondes guidées par le talus de l'île de Kerguelen, *C. R. Acad. Sciences, Paris*, 307 (2), 573-578, 1988.
- Schalx, M., and D. Chelton, Aliased errors in TOPEX/Poseidon sea surface height data, *J. Geophys. Res.*, 99, 24761-24776, 1995.
- Schrama, E.J.O., and R.D. Ray, A preliminary tidal analysis of TOPEX/Poseidon altimetry, *J. Geophys. Res.*, 99, 24,799-24,808, 1994.
- Schureman, P., *Manual of Harmonic Analysis of Tidal Observations*, U.S. Dep. of Com., Washington D.C., 1958.
- Schureman, P., *Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides*, U.S. Coast and Geodetic Survey, Washington D.C., 1971.
- Schwiderski, E.W., Ocean Tides, Part I: Global Tidal Equations, *Mar. Geodes.*, 3, 161-217, 1980a.
- Schwiderski, E.W., Ocean Tides, Part II: A Hydrodynamical Interpolation Model, *Mar. Geodes.*, 3, 219-255, 1980b.
- Schwiderski, E.W., On charting global ocean tides, *Rev. Geophys.*, 18, 243-268, 1980c.
- Schwiderski, E.W., Worldwide ocean tide modelling, *Adv. Phys. Oceano. Num. J.*, 329-372, 1986.

- Shewchuk, J.R., Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, in *First Workshop on Applied Computational Geometry*, pp. 124-133, Philadelphia, Pennsylvania, 1996.
- Shum, C.K., P.L. Woodworth, O.B. Andersen, G.D. Egbert, O. Francis, C.K. King, S. M. , C.L. Le Provost, X. , J.-M. Molines, M.E. Parke, R.D. Ray, M.G. Schlax, D. Stammer, C.C. Tierney, P. Vincent, and W.C. I., Accuracy assessment of recent ocean tide models, *J. Geophys. Res.*, *102*, 25,173-25,194, 1997.
- Smith, A., Application of Satellite Altimetry for Global Ocean Tide Modeling, Delft University Press, Delft, 1999.
- Smith, W.H.F., On the accuracy of digital bathymetric data, *J. Geophys. Res.*, *98*, 9591-9603, 1993.
- Smith, W.H.F., and D.T. Sandwell, Bathymetric prediction from dense satellite altimetry and sparse shipboard bathymetry, *J. Geophys. Res.*, *99*, 21803-21824, 1994.
- Smith, W.H.F., and D.T. Sandwell, New Global Seafloor Topography from Satellite Altimetry, in *Fall 1996 AGU Meeting*, San Francisco, CA, 1996.
- Smithson, M.J., *Pelagic Tidal Constants*, 191 pp., IAPSO Publ. Sci., Bidston, England, 1992.
- Su, Y.-S., and X.-C. Weng, Water masses in China Seas, in *Oceanology of China Seas*, edited by D. Zhou, Y.B. Liang, and C.K. Zeng, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1994.
- Tarantola, A., *Inverse Problem Theory - Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*, Elsevier, New York, 1987.
- Tierney, C.C., L.H. Kantha, and H. Born, Shallow and deep water global ocean tides from altimetry and numerical modeling, *J. Geophys. Res.*, submitted, 2000.
- Trigrig, Trigrig software, Government of Canada, Department of Fisheries and Oceans, 1990.
- Vincent, P., Modélisation aux Elements Finis des Marées Océaniques, Université Scientifique Technologique et Médicale de Grenoble, Grenoble, 1979.
- Warrick, R., C. Le Provost, M.F. Meier, J. Oerlemans, and P.L. Woodworth, Sea Level change, in *Climate Change 1995, The Science of Climate change*, edited by L.G.F. J.T. Houghton, B.A. Callander, N. Harris, A. Kattenberg and K. Maskell, pp. 361-405, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- Wöppelman, G., Rattachement géodésique des marégraphes dans un système de référence mondial par techniques de géodésie spatiale, Observatoire de Paris, Paris, 1997.
- WVS, World Vector Shoreline, US Defense Mapping Agency, 1989.

## Bibliographie

---

- Yoon, H.-J., La variation du niveau de la mer sur la région d'Amsterdam-Crozet-Kerguelen au Sud de l'Océan Indien, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1997.
- Yosida, K., *Functional Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- Zahel, W., Modeling Ocean Tides With and Without Assimilating Data, *J. Geophys. Res.*, 96 (B12), 20379-20391, 1991.

Thèse de Fabien Lefèvre

Version : 01/10/00

Dernier enregistrement : 26/09/00 15:50

Dernière impression : 01/10/00 20:15